revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ÁREA DE TRIÂNGULO: ANÁLISE DOS CONHECIMENTOS DE ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.26.492-517

Tereza Aparecida Rozario[1]
Marcelo Carlos de Proença[2]

Resumo: O objetivo deste artigo foi identificar e analisar os conhecimentos de alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de um problema, envolvendo área de triângulo, com base nas enunciações produzidas por eles. Participaram da pesquisa 33 alunos de uma escola pública situada em um município do Estado do Paraná. A pesquisa foi desenvolvida em meio ao ensino híbrido decorrente das medidas sanitárias, em virtude da pandemia de COVID-19. Foram utilizados como instrumentos de coleta dedados: gravação das aulas no *Google Meet*, no *netbook*, registros no caderno, na folha xerocopiada e via *WhatsApp*. Para a análise dos dados coletados, foi realizada a leitura das falas e dos registros feitos pelos alunos, a partir de uma situação de matemática, a qual foi desenvolvida seguindo as cinco ações de Proença (2018) e as noções de Lins (2012). A partir da análise dos dados, foi possível perceber a importância de dar voz aos alunos para entender o que pensam/fazem quando estão diante de uma situação de matemática, de modo que, ao longo das cinco ações, os grupos A, B, C, D e F enunciaram que: um metro representa 100 centímetros; o valor a ser pago por cada metro de grama é R$ 70,00; encontrar a área de triângulo, que é o gramado, equivale à metade da área do retângulo; e que se trata de cobrir o gramado (é o que está dentro) e não da soma dos lados do triângulo ou do retângulo.
Palavras-Chave: Ensino-aprendizagem. Educação Matemática. Conceito de área. Geometria.

PROBLEM SOLVING AND TRIANGLE AREA: ANALYSIS OF 6th YEAR STUDENTS' KNOWLEDGE OF ELEMENTARY SCHOOL

Abstract: The aim of the article was to identify and analyze the knowledge of students of the 6th year of elementary school in solving a problem, involving the triangle area, according to the enunciations produced. Thirty-three students from a public school located in a municipality in the State of Paraná participated in the research. The research was developed during hybrid teaching resulting from health measures, due to the COVID-19 pandemic. The following collection instruments were used: recording on Google Meet and records on a computer, on the photocopied sheet, and via Whatsapp. For the analysis of the collected data, we read the speeches and records made by the students from a math situation, which was developed following the five-actions of Proença (2018), and the notions of Lins (2012). From the data analysis, it was possible to perceive the importance of giving voice to students, to understand what they think/do when they are faced with a mathematics situation, thus, throughout the five-actions, groups A, B, C, D, and F stated that one meter represents 100 centimeters; that the amount to be paid for each meter of grass was R$70.00 and that finding the triangle area that is the lawn is half the area of the rectangle and that it is about covering the lawn (it is what is inside) and not by the sum of the sides of the triangle or rectangle.
Keywords: Teaching-learning. Mathematics Education. Area concept. Geometry.

[1] Mestra em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM-PR). Professora efetiva da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná – SEED/PR. E-mail: tere.matematica@hotmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1104-5469
[2] Doutor na área de Ensino de Ciências e Matemática pela Faculdade de Ciências da UNESP, campus de Bauru-SP. Professor Associado do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: mcproenca@uem.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6496-4912

Introdução

O estudo apresentado neste artigo é parte dos resultados obtidos em nossa dissertação de mestrado sobre a resolução de problemas de área de triângulo no Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Estudos revelam que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental têm dificuldades de: diferenciar os conceitos de área e perímetro de figuras planas; relacionar esses conceitos com as situações e aplicações do dia a dia; conseguir fazer uso desses conceitos envolvidos nos problemas (PAULA, 2011; QUEVEDO, 2016; ASSUMPÇÃO, 2015; MIRANDA, 2017; PREISCHARDT, 2017; STEFANI, 2019).

Entendemos que essas dificuldades podem ser superadas se o ensino favorecer a compreensão desses conceitos pelo uso de situações problemas como ponto de partida e não pelo uso de definições matemáticas, conforme foi sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998). Se isso ocorrer, é possível atingir o que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) aponta para o desenvolvimento de habilidades, ou seja, que o ensino deve estar atrelado a situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria matemática; além disso, segundo a BNCC, os processos matemáticos de resolução de problemas são uma forma da atividade matemática e, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. De acordo com a BNCC, esses processos potencializam e enriquecem o desenvolvimento de competências que são fundamentais para o letramento matemático como o raciocínio, a representação, a comunicação e a argumentação.

Para tal, autores como Allevato e Onuchic (2014) e Proença (2018, 2021) apresentam propostas para conduzir o ensino por meio da resolução de problemas em que o problema é o ponto de partida. Para este artigo, adotamos Proença (2018), o qual propôs a abordagem do EAMvRP pautada em cinco ações de ensino, a saber: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Durante as aulas que seguem o EAMvRP, o professor envolverá seus alunos no processo de resolução de problemas, o que favorece sua capacidade de argumentação e o uso de seus conhecimentos que devem ser mobilizados na busca de uma solução, ao contrário de alguns trabalhos que visaram a apresentar conteúdos para em seguida aplicá-los em “problemas” (PROENÇA; MAIA-AFONSO, 2020). Para ajudar a apontar enunciações que são produzidas pelos alunos na resolução de problemas, pode-se explicá-las pelo olhar do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) proposto por Lins (2012), a partir das enunciações, anotações, gestos e expressões feitos pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade.

Desta forma, tendo foco no EAMvRP sob o olhar do MCS, cabe uma investigação sobre um dos conteúdos importantes com o qual os alunos apresentam dificuldades, isto é, o conteúdo de área de triângulo, relativo ao tópico grandezas e medidas. Segundo o estudo de Maia-Afonso (2021), trabalhar grandezas e medidas é um tema propício para se abordar no EAMvRP, pois favorece a compreensão dos alunos sobre o conceito de área. O estudo das figuras triangulares está contemplado no documento oficial Currículo da Rede Estadual do Paraná (CREP) (PARANÁ, 2021), o qual prevê que o aluno do 6.º ano do Ensino Fundamental desenvolva habilidades de resolver problemas que envolvam o cálculo de área sem o uso de fórmulas. Assim, neste artigo, tivemos como objetivo identificar e analisar os conhecimentos de alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, com base nas suas enunciações durante a resolução de um problema, envolvendo área de triângulo.

Modelo dos campos semânticos

Romulo Campos Lins, autor do MCS, iniciou sua escrita em 1986, em virtude de suas inquietações em relação à sala de aula enquanto professor. Ele queria saber e entender o que os alunos pensam e fazem durante uma atividade de matemática e, de maneira particular, buscou caracterizar o que os alunos pensavam quando "erravam", mas sem olhar para o erro. Somente em 1992, o MCS foi apresentado por Lins a partir de sua pesquisa de doutorado intitulada "A Framework for understanding what algebraic thinking is" (Um quadro de referência para entender o que é pensamento algébrico), a qual foi desenvolvida no Shell Centre for Mathematical Education, em Nottingham na Inglaterra.

Durante a investigação sobre o MCS, Lins buscou responder *O que é conhecimento?* e *O que é significado?* Para isso, Lins (1993, p. 77) partiu da definição de epistemologia entendida como "a atividade humana que estuda as seguintes questões: (i) o que é conhecimento?; (ii) como é que o conhecimento é produzido?; e, (iii) como é que conhecemos o que conhecemos?".

Para Lins (1993, p. 77, grifos do autor), as "respostas a estas perguntas caracterizam *posições epistemológicas*, e todo trabalho de pesquisa que envolva questões relativas à aprendizagem está inevitavelmente ligado às respostas que um pesquisador dá a elas".

No livro *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história*, o autor conta que "o MCS só existe quando é colocado em ação". Ele revela coisas que, para ele, são interessantes em relação ao MCS, cuja base é estruturada em 12 noções, as quais Lins (2012) chamou de glossário das noções. Nesse livro, o autor relata também que o leitor poderá encontrar o próprio modelo, assim, apresenta as seguintes noções:

> 1) *Conhecimento*: “um conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizado a dizer e diz)” (LINS, 2012, p. 12);
> 2) *acreditar (crença):* “aqui é preferível uma caracterização pragmática: direi que uma pessoa acredita em algo que diz se age de maneira coerente com o que diz” (LINS, 2012, p. 13);
> 3) *autor-texto-leitor*: “quem produz uma enunciação é o autor. O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor” (LINS, 2012, p. 14);
> 4) *interlocutor*: “o interlocutor é uma direção na qual se fala. Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e acreditaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo” (LINS, 2012, p. 19);
> 5) *campo semântico*: “um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade” (LINS, 2012, p. 17);
> 6) *justificação*: “não é justificativa. Não é explicação para o que digo. Não é algum tipo de conexão lógica com coisas sabidas. É apenas o que o sujeito do conhecimento (aquele que o produz, o enuncia) acredita que o autoriza a dizer o que diz” (LINS, 2012, p. 21);
> 7) *legitimidade/verdade*: “para o MCS, “verdadeiro” não é um atributo daquilo que se afirma (quando há produção de conhecimento), mas sim um atributo do conhecimento produzido. Já legitimidade aplica-se (ou não) a modos de produção de significado” (LINS, 2012, p. 21);
> 8) *leitura plausível/leitura positiva*: “plausível porque faz, sentido”, é aceitável neste contexto ‟, „parece ser que é assim ‟, positiva porque é o oposto de uma “leitura pela falta” (LINS, 2012, p. 23);
> 9) *núcleo*: “o núcleo de um campo semântico é constituído por estipulações locais, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação” (LINS, 2012, p. 26);
> 10) *resíduo de enunciação*: “algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém” (LINS, 2012, p. 27);
> 11) *significado/objeto*: “significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz significado” (LINS, 2012, p. 28);
> 12) *sujeito biológico/sujeito cognitivo*: “se todos os sujeitos biológicos morrerem, isto não significa que eu, como sujeito biológico, morra por causa disto. Se todos os sujeitos cognitivos morrerem (para mim; um apagamento), isto implica que eu, como sujeito cognitivo, morro” (LINS, 2012, p. 29).

A noção *conhecimento* diz respeito ao que o sujeito enuncia, pois acredita no que afirma, assim, a partir de suas *crenças*, pode apresentar uma *justificação* para tal afirmação no decorrer de uma atividade de matemática. Desse modo, a *justificação* é parte constitutiva de um *conhecimento*, de tal modo que é afirmado e a *crença*, o sujeito acredita em algo que diz se opera de forma coerente no que é dito; isto quer dizer que o que constitui um *conhecimento* são estes dois elementos (*justificação*, *crença-afirmação*). Assim, entendemos que o MCS dá a oportunidade para que os alunos participantes falem sobre o que estão anotando em direção de uma situação de matemática.

Quanto à noção *acreditar (crença),* entendemos que, quando o sujeito apresenta um cálculo, um símbolo, um algoritmo, ele está revelando sua *crença* e, ao evidenciar seu entendimento a respeito de uma determinada sentença, ele está formulando uma *justificação* daquilo que pensa ser *legítimo/verdade*, pois fala a partir da sua vivência trazida de casa ou algo foi dito por outras pessoas. Segundo Dias (2015, p. 24), "A justificação permitirá identificar o quão diferentes são seus conhecimentos sobre as questões". Para Miranda (2017, p. 31), "Quando se faz uma justificação, o sujeito do conhecimento faz uma enunciação para garantir sua crença-afirmação, logo se dirigindo a outro sujeito durante sua enunciação". Deste modo, a partir de suas enunciações, os sujeitos demonstram sua *crença-afirmação* e podem fazer uma *justificação* em direção a outros sujeitos, de forma que pode ocorrer a comunicação entre *interlocutores*, os quais se falam com a mesma autoridade.

No que concerne à noção *interlocutor*, Lins (2012) afirma que o *interlocutor* não é um *ser biológico,* e sim um *ser cognitivo* com quem se troca ideias; assim, entendemos que esta noção está direcionada não para um *sujeito biológico*, mas, sim, para os *sujeitos cognitivos* em direção um do outro. No MCS, o processo comunicativo é constituído por *autor, texto e leitor*, de modo que os sujeitos que falam/registram algo sobre uma situação de matemática são os *autores*, ao passo que quem observa/interpreta as falas e os registros, por meio da noção *leitura plausível/leitura positiva*, é o *leitor*, no qual se constitui em texto.

A noção *leitura plausível/leitura positiva* é uma das noções que, para o nosso entendimento, é fundamental quando se coloca o MCS em ação, pois é a partir da *leitura plausível/leitura positiva*, realizada pelo leitor a respeito daquilo que os sujeitos enunciam, que é possível averiguar por que eles fizeram o que fizeram; assim, inicia-se o processo de interação e de intervenções com o intuito de sanar as possíveis dificuldades, bem como superar um *obstáculo* ou *limite epistemológico*, como também possíveis *resíduos de enunciação* que possam ser enunciados pelos alunos, levando-os a construir novos conhecimentos. Para Lins (1997), o próprio processo de produção de significados estabelece limites, de forma que, quando é identificado um *limite epistemológico* e entendido como uma impossibilidade de produzir significados, e quando ocorrem essas impossibilidades enunciadas pelos sujeitos (os autores), a leitora constata como interagir e intervir durante o processo comunicativo. Quanto a possíveis *resíduos de enunciação,* para nós, um *resíduo de enunciação* pode ser algo que foi dito por outra pessoa em situações distintas, na sala de aula, em casa, no livro didático. A partir do momento que o *autor* produz uma enunciação em direção a um *leitor*, que é um *ser cognitivo*, que também é identificado como *interlocutor*, estabelece-se um espaço comunicativo na tentativa de *autor* e *leitor* compartilharem *interlocutores*. Lins (2012) diz que *o interlocutor* é uma direção na qual o sujeito fala.

No que se refere à noção *significado/objeto*, para o MCS, não existe o significado de um "*objeto*" sem referência ao contexto em que se fala de um *objeto*, portanto pode ser útil dizer que significado é sempre *local*. Segundo Dias (2015, p. 26), "[...] o significado de algo está relacionado com aquilo que o *leitor* pode e efetivamente diz sobre um *objeto* no interior de uma atividade", ou seja, falar a respeito de um *objeto* é produzir significados sobre ele, diremos que toda produção de significado implica produção de conhecimento.

A noção *campo semântico* é entendida como processo de comunicação que se estabelece na maneira como os sujeitos (autores) operam e a leitora os interpreta, ambos envolvidos num ambiente em que um *núcleo* corresponde a estipulações locais, como afirma Lins (2012), no caso da sala de aula, quando é dada a voz ao sujeito há produção de significados e de conhecimentos que poderão constituir um pequeno número de noções do MCS. Concordamos que, quando o professor em sala de aula permite que os alunos falem/anotem o que estão pensando enquanto resolvem uma situação de matemática, é possível verificarmos de que maneira podemos fazer intervenções, auxiliá-los a produzir significados e a construir novos conhecimentos.

Resolução de problemas no ensino de matemática

Sobre realizar o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas (RP), Proença (2018) parte do princípio de que o problema deve ser utilizado como ponto de partida para depois introduzir o conteúdo a ser estudado. Dessa forma, o autor propôs a abordagem do EAMvRP estruturado em cinco ações de ensino, a saber: *escolha do problema, introdução do problema, auxílio durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.*

De acordo com Proença (2018), na ação *escolha do problema*, o professor escolhe uma situação de matemática que possa se tornar um problema para o aluno e que permita apresentar mais de um caminho para a resolução, a partir dos conhecimentos prévios do aluno, de forma que não seja possível traçar respostas imediatas por meio de uma expressão ou algoritmo. Para isto, é importante o professor prever possíveis estratégias de resolução que possam partir dos conhecimentos anteriores do aluno, podendo ser realizado por meio de desenhos/figuras, diagramas, gráficos, uma expressão, supor e testar, bem como pelo estabelecimento de um padrão, seguindo processo de generalização, conforme planejamentos de licenciandos mostrados no estudo de Proença (2021).

A segunda ação é a *introdução do problema* e diz respeito ao momento em que o professor, já em sala de aula, apresenta a situação de matemática aos alunos como ponto de partida no ensino de determinado conteúdo matemático. É importante o professor organizar os alunos, preferencialmente em grupos, para que possam elaborar e discutir suas estratégias, bem como compartilhar experiências aprendidas anteriormente, assim o professor tem condições de auxiliá-los, analisar e discutir as estratégias. Com os grupos formados, o professor deve entregar a situação de matemática para que tentem resolvê-la, da maneira que acharem mais conveniente, utilizando conhecimentos matemáticos prévios; e pode incialmente se tornar um problema aos alunos. Sobre compreender o que é um problema, Proença (2018, p. 16) explica que “uma situação se configura como um problema para uma pessoa quando esta encontra um obstáculo, uma dificuldade para resolvê-la”. Para o autor:

> [...] uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos apreendidos anteriormente para chegar a uma resposta. Não se trata, assim, do uso direto de uma fórmula ou regra conhecidas – quando isso ocorre, a situação tende a se configurar como um exercício (PROENÇA, 2018, p. 17-18).

A terceira ação, *auxílio durante a resolução*, é decorrente da anterior e corresponde ao momento em que o professor irá intervir e interagir com os grupos, de modo a direcionar a resolução da situação de matemática, sanando as dúvidas matemáticas, esclarecendo as interpretações equivocadas que possam surgir a partir dos dados fornecidos, para que os alunos possam chegar a uma resposta coerente com a situação de matemática proposta. Nesta ação, é possível identificar as etapas de resolução de problemas, as quais são elencadas por Proença (2018), com base nos estudos de Brito (2006), quais sejam: *representação, planejamento, execução,* e *monitoramento*, conforme exposto no Quadro 1.

Quadro 1: Etapas de Resolução de Problemas

Representação	Planejamento	Execução	Monitoramento
Está relacionada com a compreensão ou interpretação do problema na tentativa de solucioná-lo. Momento em que se realiza e se constrói uma representação de um determinado problema, a qual pode ser mental. Inicialmente, o sujeito deve utilizar seus conhecimentos semânticos e linguísticos para a compreensão desse problema; o conhecimento linguístico	Momento em que se estabelecem as estratégias de soluções para o problema, ou seja, de que modo o aluno irá se organizar e representar caminhos que o levem a obter uma solução, uma resposta, podendo	O sujeito executa sua estratégia, mostra seus cálculos ou desenhos, demonstrando sua destreza no uso de conhecimento	Esta etapa envolve dois aspectos: a verificação da resposta apresentada e o ato de rever a resolução seguida. No primeiro, avalia-se tanto a solução quanto se o contexto está de acordo com a pergunta do problema e se o sujeito demonstra habilidade

é ativado quando há reconhecimento das palavras. O conhecimento esquemático trata do reconhecimento dos conceitos e procedimentos matemáticos que foram aprendidos anteriormente. Se um sujeito conseguir desenvolver esses tipos de conhecimento, ele terá condições de observar quando um problema contém informações completas ou não, caso contrário, o sujeito poderá apresentar dificuldades para estabelecer uma representação adequada do problema.	ser representada tanto por um desenho, um gráfico, uma tabela, uma expressão etc. Assim, é possível perceber as habilidades que o sujeito tem para demonstrar seu raciocínio matemático.	procedimental.	matemática e apresenta racionalidade de uma solução. Já o segundo implica rever o processo de resolução e avaliar a habilidade do sujeito de reconstruir/refazer o que foi proposto como resolução, bem como identificar se houve algum equívoco no processo de resolução.

Fonte: Elaborado pelos autores

A quarta ação, *discussão das estratégias dos alunos*, corresponde ao momento da socialização de diferentes estratégias de resolução do problema, as quais são apresentadas pelos grupos de alunos na lousa. Portanto, os alunos irão expor suas estratégias para que sejam discutidas, de forma que o professor poderá fazer esclarecimentos a respeito de conceitos matemáticos utilizados inadequadamente e orientar quanto a possíveis equívocos na resolução. O processo de resolução de problemas deve levar os alunos a avaliarem a racionalidade da resposta apresentada, isto é, se está de acordo com os dados fornecidos na situação de matemática, além de ensiná-los a sintetizar o que aprenderam.

A quinta e última ação é a *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.* Nesse momento, o professor deve buscar articular as estratégias dos alunos com o conteúdo/conceito/assunto a ser trabalhado, logo o professor fará uso de pontos centrais sobre o que os alunos produziram como estratégia, relacionando um conceito, algoritmos ou fórmulas matemáticas.

Diante disso, seguir essas cinco ações permite aos alunos a busca de soluções para o problema e a compreensão de diferentes maneiras de calcular a área de triângulo, objeto de estudo deste artigo. Assim, é importante que, ao desenvolver a abordagem do EAMvRP, o professor verifique e analise o processo de resolução realizado pelo aluno, não somente se a resposta está ou não coerente com o que se pede no enunciado da situação de matemática.

Metodologia

Nosso estudo configura-se como uma pesquisa qualitativa, pois considera relevante o processo de construção e não apenas uma representação de resultados numéricos. Conforme destaca Gil (2008, p. 20), “a pesquisa qualitativa envolve: qualificação dos dados, avaliação da qualidade das informações, percepção dos atores sociais, não se preocupa com medidas”.

Para identificar e analisar os conhecimentos enunciados por alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, relacionados com as etapas de resolução de problemas, no EAMvRP envolvendo área de triângulo, os participantes envolvidos nesta pesquisa foram 33 alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, matriculados no período vespertino de um Colégio público situado em um município do Estado do Paraná, sendo 17 do gênero masculino e 16 do gênero feminino, cujas idades estão na faixa etária entre 10 e 14 anos.

No momento em que ocorreu a implementação da pesquisa, o Colégio atendia os alunos de forma escalonada: uma semana os alunos de números pares e outra os alunos de números ímpares. Essa forma ocorreu em atendimento ao Protocolo de Biossegurança, em conformidade com as diretrizes previstas no Decreto Estadual nº 6637 de 20/01/2021, Resolução SESA[3] nº 0098/2021, e de acordo com o protocolo de retorno às aulas presencias do Comitê "Volta às aulas" proposto pelo Governo do Estado do Paraná, os quais apresentam os procedimentos a serem implementados pelo Colégio para o retorno das atividades escolares referentes ao ano letivo de 2021, com o objetivo de manter as medidas de prevenção e controle da COVID-19. Como os alunos foram informados e esclarecidos por meio dos termos de assentimento de que suas identidades e imagens seriam preservadas, decidimos organizá-los em grupos como GA, GB, GC, GD, GE, GF; os alunos foram divididos em três grupos, considerando os que participavam da aula via *Google Meet* e três grupos com os alunos presentes em sala de aula. Assim, os grupos foram organizados conforme apresentado no Quadro 2.

Quadro 1: Organização dos participantes em grupos

Grupos/modalidade	Participantes
GA/Presencial	A1, A2, A3, A4, A5, A6
GB/Presencial	B1, B2, B3, B4, B5, B6
GC/Presencial	C1, C2, C3, C4, C5, C6
GD/*Google Meet*	D1, D2, D3, D4, D5
GE/*Google Meet*	E1, E2, E3, E4, E5, E6
GF/*Google Meet*	F1, F2, F3, F4, F5

Fonte: Elaborado pelos autores

Para a coleta de dados, utilizamos os registros dos alunos feitos no caderno, as gravações audiovisuais dos grupos de alunos que estudavam em suas casas realizadas no próprio *Google Meet*, ao passo que as atividades dos grupos presentes em sala foram gravadas por meio da câmera de *Netbooks*; também foi utilizado o diário da professora pesquisadora.

A escolha pelo desenvolvimento da pesquisa sobre área de triângulo no 6.º ano do

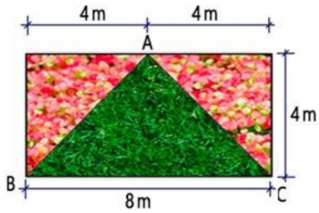
[3] Secretaria de Estado da Saúde.

Ensino Fundamental se deve ao fato de a pesquisadora ser professora nesse nível de ensino e por se tratar de um conteúdo que faz parte do currículo para essa etapa do ensino escolar. Conforme estabelecem a BNCC (BRASIL, 2018) e o CREP (PARANÁ, 2021), em situações referentes às medidas envolvendo área, deve-se proporcionar ao aluno desenvolver habilidades que permitam resolver problemas que envolvam a área de triângulos, sem o uso de fórmulas, e inseridos em contextos provenientes de situações reais e relacionadas com outras áreas de conhecimento.

Diante disto, foi elaborada e desenvolvida uma proposta de EAMvRP para área de triângulo, a qual está pautada nas cinco ações propostas por Proença (2018). Inicialmente, na primeira ação, a de *escolha do problema*, o Quadro 3 a seguir mostra a situação de matemática (possível problema) que elaboramos para ser introduzida como ponto e partida, antes de definir matematicamente o conteúdo área de triângulo.

Quadro 3: Situação de matemática (instrumento da pesquisa)

1) Desde 2016 o diretor do Colégio deu início a reforma de alguns ambientes, implementando o cultivo de árvores e outras plantas menores, para deixar o ambiente ainda mais agradável. Mesmo com o período pandêmico que estamos vivendo, as melhorias dos espaços comuns não pararam, então o diretor quer transformar um canteiro próximo da secretaria, sem retirar as árvores já existentes, apenas realizando uma mudança no terreno de formato retangular, visando facilitar a manutenção e o cuidado diário. O diretor pretende utilizar grama sintética e algumas floreiras, e para isso, foram tomadas as medidas do canteiro, em metros ao solicitar um projeto de paisagismo. No projeto, os pontos A, B e C representam as árvores que formam um triângulo. O paisagista sugeriu que a grama ficasse entre o triângulo e fora dele fossem colocadas as floreiras de medidas iguais, como mostra a figura abaixo.



Para a execução do serviço, primeiramente, o diretor precisa fazer o orçamento da grama e da mão de obra. Sabendo que o metro quadrado de grama já com a mão de obra inclusa é de R$ 70,00, qual será o custo para a colocação de grama sintética no espaço indicado na figura?

Fonte: Elaborado pelos autores

Feita a *escolha do problema* que é a primeira ação, para podermos orientar os alunos na resolução dessa situação de matemática, durante as aulas, e permitir que eles falassem e socializassem suas ideias para as noções de área de triângulo, conforme sugere Proença (2018), elencamos três possíveis estratégias de resolução da referida situação de matemática.

Apesar de a sugestão estar voltada para as possíveis estratégias de resolução, apresentamos também, nos Quadros 4, 5 e 6, os conhecimentos linguísticos, semânticos, esquemáticos, estratégicos e procedimentais que seriam necessários para resolver a situação de matemática proposta, tendo em vista as etapas de resolução de problemas explicadas por

Proença (2018).

Quadro 4: Etapa da representação quanto ao enunciado da situação de matemática

Conhecimento Linguístico	Conhecimento Semântico	Conhecimento Esquemático
Identificar que a palavra orçamento se refere ao valor a ser pago pelo serviço e que a palavra sintética se refere a algo artificial.	Compreender que um (1) metro equivale a cem (100) centímetros. Trata-se de uma conversão de unidade de medida. Reconhecer que metro quadrado se trata de área, que é a unidade de medida adotada no enunciado da situação de matemática com a grandeza área e que triângulos têm 3 lados e retângulos 4 lados.	Reconhecer o que envolve área.

Fonte: Elaborado pelos autores

No Quadro 5, apresentamos as três estratégias propostas com relação à etapa do planejamento.

Quadro 5: Etapa do planejamento quanto ao enunciado da situação de matemática

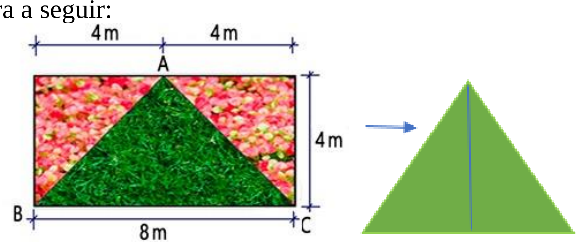
Conhecimento Estratégico
Estratégia 1: Por sobreposição, os alunos conseguem conferir que a soma das áreas dos dois triângulos que representam a floreira coincide com a área do triângulo que representa a grama sintética, podendo concluir que a área do triângulo do gramado é a metade da área do retângulo que representa o canteiro, seguindo os seguintes passos. 1.º passo: verificar que os dois triângulos menores podem ser do mesmo tamanho do maior. 2.º passo: recortar os dois triângulos menores e sobrepor no maior para fazer a comparação dos tamanhos. 3.º passo: observar que os dois triângulos menores são do mesmo tamanho do triângulo maior, fazer os cálculos multiplicando as duas dimensões, dividir por 2 e depois multiplicar por 70,00 chegando ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética. Estratégia 2: Por rotação, os alunos podem visualizar e mentalmente rotacionar os triângulos representados pela floreira e verificar que os dois triângulos cobrem o triângulo representado pela grama sintética, logo é a metade da área do retângulo que representa o canteiro, seguindo os seguintes passos. 1.º passo: verificar visualmente na figura que os dois triângulos menores podem ser do mesmo tamanho do triângulo maior. 2.º passo: visualizar que os dois triângulos menores cobrem o triângulo maior, comparando que são do mesmo tamanho. 3.º passo: observar que os dois triângulos menores têm o mesmo tamanho do triângulo maior, e fazer os cálculos multiplicando as duas dimensões (comprimento x largura), dividir por 2 e depois multiplicar por 70,00 e chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética. Estratégia 3: Pela malha quadriculada, com um ladrilhamento, os alunos podem utilizar a medida de uma unidade de cada quadradinho formado, de modo a concluir que a área do gramado é a metade da área do retângulo que representa o canteiro a partir da contagem das quadrículas formadas no desenho, seguindo os seguintes passos. 1.º passo: visualizar que as dimensões (comprimento x largura) do retângulo são 8 cm de comprimento e 4 cm de altura/largura. 2.º passo: traçar 8 linhas na vertical, 4 linhas na horizontal formando uma malha quadriculada. 3.º passo: observar por meio das quadrículas, fazer a contagem delas bem como as partes verificando que os dois triângulos menores têm a mesma quantidade de quadrículas que o triângulo maior, ou seja, verificando que há 16 quadrículas no triângulo maior, podendo multiplicar por 70,00 e chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética.

Fonte: Elaborado pelos autores

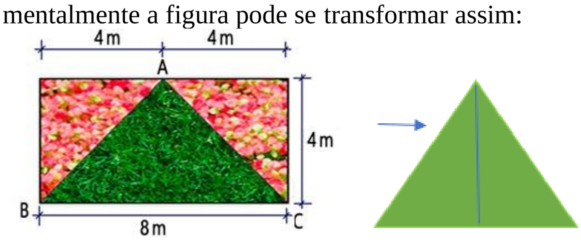
Na sequência segue o Quadro 6 com as informações referentes à etapa da execução.

Quadro 6: Etapa da execução quanto ao enunciado da situação de matemática

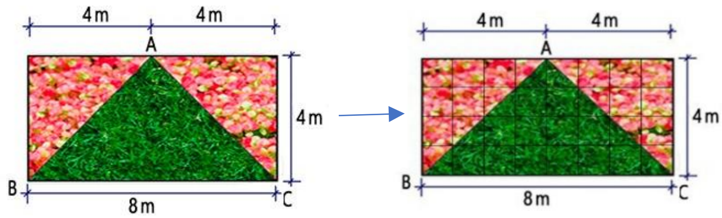
<table>
<tr><th>Conhecimento Procedimental</th></tr>
<tr><td>Estratégia 1: Recortando os triângulos menores e sobrepondo-os ao triângulo maior, a figura transformada pode ficar conforme a figura a seguir:



Pode multiplicar as dimensões do retângulo 8 x 4 = 32, dividir 32 : 2 = 16, multiplicar 16 x 70 = R$ 1120,00. Chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética.
Estratégia 2: Visualizando mentalmente a figura pode se transformar assim:



Pode multiplicar as dimensões do retângulo 8 x 4 = 32, dividir 32: 2 = 16, somar 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 +70,00 + 70,00 + 70,00 + ... + 70,00 = R$ 1120,00. Chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética.
Estratégia 3: Construindo a malha quadriculada sobre o retângulo, a figura pode se transformar da seguinte forma:



Verificando que a malha é 8 por 4, pode contar as quadrículas juntando as partes destas quadrículas e concluir que o triângulo maior tem 16 quadrículas e assim somar 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 +70,00 + 70,00 + ... + 70,00 = 1120,00. Logo, o valor do custo pelo serviço é R$ 1120,00.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelos autores

Como as possíveis estratégias de resolução requerem uso de materiais, solicitamos aos alunos que estavam no ensino remoto que providenciassem materiais como tesoura, cola, régua; quanto aos alunos que estavam presentes em sala, esses materiais foram fornecidos pela escola.

Na *introdução do problema*, os grupos foram organizados pela professora pesquisadora e, na sequência, projetamos a situação de matemática no projetor *Datashow*, ao mesmo tempo que compartilhamos a situação de matemática na tela via *Google Meet*. Iniciamos a leitura coletiva feita por um aluno que se dispôs e, na sequência, a professora pesquisadora também fez a leitura da situação de matemática por considerarmos ser relevante contextualizar e situar os alunos sobre as mudanças ocorridas no colégio nos últimos anos. Solicitamos aos alunos que tentassem resolver o problema utilizando o caminho que quisessem e como achassem melhor, e ressaltamos que todos os registros feitos por eles não deveriam ser apagados.

Na ação *auxílio aos alunos durante a resolução*, nós nos aproximamos dos grupos e indagamos sobre o que eles estavam pensando. Fizemos uma nova leitura coletiva com o intuito de que retomassem as suas ideias e estratégias e verificassem se havia algum equívoco e, mesmo que o aluno/grupo tenha encontrado a resposta por meio de uma estratégia mental, incentivamos que tentassem outros caminhos de resolução. Nesta ação, foi possível identificarmos as etapas de resolução de problemas bem como os tipos de conhecimentos (Quadro 4, 5 e 6) nas resoluções apresentadas pelos grupos/alunos.

Na quarta ação que é a *discussão das estratégias dos alunos*, os alunos/grupos foram convidados a explanarem suas enunciações e registros feitos na aula anterior, sendo que todos os integrantes do grupo ficaram livres para falar. Para isto, projetamos os registros de cada grupo no *Datashow* para que eles se sentissem encorajados a falar sobre suas respectivas estratégias/caminhos. Para tal, a professora pesquisadora fez indagações, de forma que aos poucos, eles relataram suas experiências e confirmaram seus registros.

Na quinta ação, *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, após analisarmos cuidadosamente o que fizeram, identificamos um ponto central nas estratégias realizadas. Fizemos a articulação dela com o conteúdo de área de triângulo para então chegar à resposta apresentada na situação de matemática. A estratégia apresentada por três grupos foi a malha quadriculada, de forma que os alunos utilizaram a medida de uma unidade de cada quadradinho formado e concluíram que a área do gramado pode ser representada por 16 quadradinhos e que corresponde à metade da área do retângulo que representa o canteiro a partir da contagem das quadrículas formadas no desenho. Assim, formalizamos que a medida 8 representa o comprimento e 4 representa a largura (altura) do retângulo e como o triângulo do gramado é a metade da área do retângulo que representa o canteiro, sem mencionar que se trata de uma expressão/fórmula, apresentamos que 8 (comprimento) x 4 (altura) : 2 é igual a 16. Logo, multiplicar o valor encontrado da área do triângulo pelo valor cobrado pelo metro quadrado de grama sintética resulta no valor total necessário (16 x R$70,00 = R$ 1120,00).

Tendo em vista o ensino feito em sala de aula, as análises referentes aos conhecimentos revelados pelos grupos/alunos na resolução da situação de matemática proposta consistiram em apresentar as transcrições das enunciações e registros de como tentaram resolver o problema.

Diante do que ocorreu nas cinco ações do EAMvRP, focamos nossa análise de dados na terceira ação, ou seja, *auxílio aos alunos durante a resolução*. Primeiramente, organizamos um quadro com as etapas de resolução de problemas, os tipos de conhecimentos, os registros das enunciações dos alunos e as noções enunciadas. Para cada etapa, analisamos os tipos de conhecimentos que foram evidenciados nos registros feitos pelos grupos/alunos, bem como a relação das noções de Lins (2012) com cada conhecimento identificado nos registros apresentados pelos grupos A, B, C, D e F. A análise foi feita apenas a partir da terceira ação, que é o *auxílio aos alunos durante a resolução*, por ser o momento em que ocorrem as quatro etapas da resolução de problemas (representação, planejamento, execução e monitoramento), apontadas por Proença (2018), bem como são mobilizados os conhecimentos necessários para a resolução da situação de matemática.

A seguir descrevemos o que se passou em cada um dos cinco grupos (A, B, C, D e F) de alunos participantes da pesquisa, no decorrer da terceira ação. Ressaltamos que não foi feita a análise do grupo E pelo fato de que os alunos não entregaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

Resultados e discussão ao longo da terceira ação de auxílio aos alunos durante a resolução

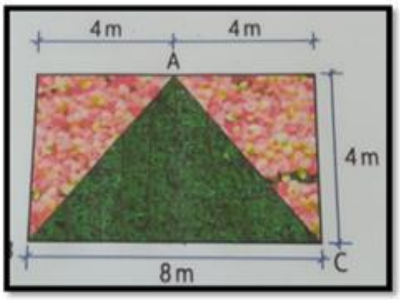
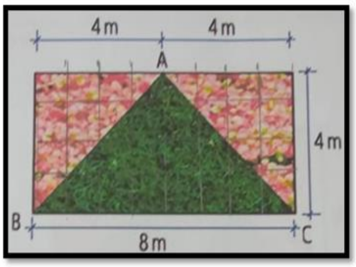
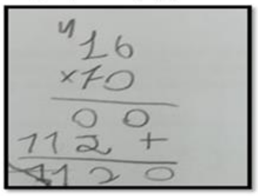
Nos Quadros 7, 8, 9, 10 e 11 constam as análises dos dados referentes, respectivamente, aos grupos A, B, C, D e F. Nesses Quadros estão descritas as etapas de resolução de problemas (representação, planejamento, execução e monitoramento) de acordo com os tipos de conhecimentos evidenciados pelos grupos e as respectivas noções.

Resultados e discussão do grupo A

Dentre as quatro etapas de resolução de problemas, nos registros revelados pelo grupo A, identificamos apenas os conhecimentos relacionados com as etapas de planejamento, execução e monitoramento. Quanto à etapa da representação, o grupo não revelou elementos condizentes a serem analisados, como mostra o Quadro 7.

Quadro 7 – Conhecimentos evidenciados nos registros dos alunos do grupo A: estratégico, procedimental e monitoramento

Etapa de planejamento		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Estratégico: (Estratégia 3) (Quadro 5).	Movimentos com os dedos indicando estar visualizando as linhas e colunas na figura do canteiro.	Interlocutor Campo semântico

	Figura 26: Movimentos feitos pela A4  Fonte: Relatório dos alunos. Figura 27: Registro das marcações feitas pelo grupo A.  Fonte: Relatório dos alunos.	
Etapa de execução		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Procedimental: (Estratégia 3) (Quadro 6).	A6 mostrou com as mãos dizendo que eram 8 (oito) por 4 (quatro). Figura 29: Construção feita pelo grupo A.  Fonte: Relatório dos alunos.	Campo semântico
Etapa de monitoramento		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Monitoramento: Revisão do cálculo.	Figura 30: Cálculo feito pelo grupo A.  Fonte: Relatório dos alunos.	Objeto

Fonte: Elaborado pelos autores

No Quadro 7, mostram-se os movimentos feitos por A4 (Figura 26); a professora pesquisadora percebeu A4 fazendo movimentos com os dedos indicando estar visualizando as linhas e colunas na figura do canteiro. Na sequência, tanto A1, A4 quanto A6 tentaram traçar linhas sobre o espaço reservado para o gramado. Houve um momento em que A1 traçou apenas três linhas, então A6 disse a ele que não eram 3 (três) e sim 4 (quatro) linhas. Logo, A1 mostrou com o lápis em direção a A6 e falou concordando com A6: “é assim né?”.

Na sequência, A6 percebeu que A5 estava fazendo confusão para traçar as linhas e mostrou com as mãos dizendo que eram 8 (oito) por 4 (quatro), como mostra a Figura 29 do Quadro 7. Neste momento, os alunos compartilharam *interlocutores*, indo na mesma direção quanto ao número de linhas e de colunas, sendo assim ambos estavam compartilhando o mesmo interlocutor e produzindo os mesmos significados, conforme destacado por Losano (2013).

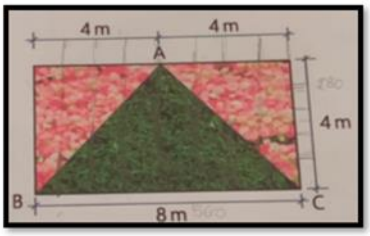
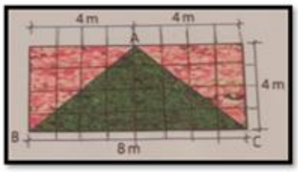
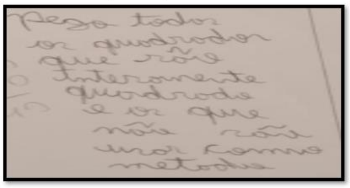
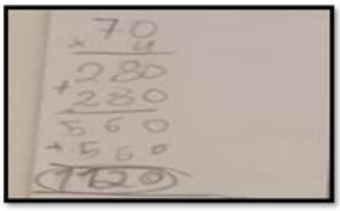
Ao apresentarem sua estratégia de resolução traçando linhas sobre o desenho do triângulo que representava o gramado, os alunos do grupo A mostraram estar operando por meio da malha quadriculada, o que para nós constituiu um *campo semântico*. Para Possamai e Silva (2020), os momentos de discussões nos grupos durante as resoluções do problema permitem que os participantes reformulem suas ideias e estratégias enquanto registram suas soluções.

Mesmo com o uso de régua, as quadrículas da malha não se apresentaram com medidas iguais, mas foi suficiente para que o grupo percebesse a quantidade necessária de grama, dizendo que seriam necessários 16 metros quadrados de grama sintética, fazendo os cálculos operando pela multiplicação da quantidade de metros quadrados pelo valor de cada metro quadrado (16 x R$70); essa foi a maneira como o grupo operou constituindo em *objeto* (multiplicação de dois valores), calculando por meio da multiplicação. Por fim, a Figura 30 do Quadro 7 mostra que o grupo compreendeu que a quantidade necessária de grama sintética era 16 metros quadrados e que o valor de cada metro era R$ 70,00, logo o valor necessário para a colocação da grama seria de R$ 1120,00.

Resultados e discussão do grupo B

Dentre as quatro etapas de resolução de problemas, foi possível identificarmos nos registros do grupo B durante a ação *auxílio aos alunos durante a resolução* os conhecimentos relacionados com as etapas de representação, planejamento, execução e monitoramento, como mostra o Quadro 8.

Quadro 8 – Conhecimentos verificados nos registros dos alunos do grupo B: esquemático, estratégico, procedimental e monitoramento

Etapa de representação		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Esquemático: (Quadro 4).	Professora: Outra pergunta para vocês pensarem. A grama sintética será colocada no contorno do triângulo? GB: Não, vai cobrir.	.....
Etapa de planejamento		
Conhecimentos	**Registros dos alunos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Estratégico: (Estratégia 3) (Quadro 5).	Figura 33:Desenho feito por B4  Fonte: Relatório dos alunos.	Campo semântico
Etapa de execução		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Procedimental: (Estratégia 3) (Quadro 6).	Figura 34: Desenho feito pelo grupo B  Fonte: Relatório dos alunos. Figura 36: Resposta de B5  Fonte: Relatório dos alunos.	Campo semântico Objeto
Etapa de monitoramento		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Monitoramento: Revisão do cálculo.	Figura 37: Cálculo feito pelo grupo B  Fonte: Relatório dos alunos.	Objeto

Fonte: Elaborado pelos autores

Tendo em vista o momento em que a professora pesquisadora questionou o grupo B se a grama sintética seria colocada no contorno do triângulo e obteve a reposta "não, vai cobrir", entendemos que eles estavam se referindo à área do triângulo que era o gramado. Esse resultado ocorreu no estudo de Miranda (2017), em que um grupo chegou a mesma conclusão - "vai cobrir" -, o que demonstrou que os alunos participantes da pesquisa revelaram que a área corresponde ao que está dentro.

B4 fez um esboço de uma malha quadriculada sobre a imagem do canteiro, porém não utilizou a régua e apresentou o valor de R$ 280,00 na linha vertical, por considerar que se tratava de 4 metros, e R$ 560,00 na linha horizontal, ao considerar 8 metros de grama, como mostra a Figura 33 do Quadro 8. Feito o desenho da malha quadriculada sobre a imagem do retângulo, que era o canteiro, o grupo continuou interagindo e conversando, tentando chegar à quantidade correta de grama sintética que seria necessária para colocação no espaço reservado para o gramado, por meio da contagem das quadrículas. O uso da contagem das quadrículas também foi evidenciado nos estudos de Paula (2011), o qual esperava que os alunos calculassem a área do triângulo do tipo equilátero utilizando a contagem dos quadradinhos na malha quadriculada.

Na sequência, a professora pesquisadora perguntou ao grupo: “Como vocês fizeram para encontrar o valor 16 que representa a quantidade de metros de grama sintética?”. Para responder à pergunta da professora, B5 explicou escrevendo na folha da situação de matemática o seguinte: “pego todos quadrados que são inteiramente quadrados e os que não são usar como metade” (Figura 36 do Quadro 8).

A partir da construção da malha quadriculada, o grupo B apresentou um novo cálculo de resolução, o que evidencia que o entendimento de contar as quadrículas do triângulo, que representava o gramado, foi suficiente para o grupo chegar à resolução conforme pede o enunciado do problema. Na nossa *leitura plausíve*l, operar por meio da contagem das quadrículas constitui *objeto*, logo o uso da malha quadriculada permite estabelecer um *campo semântico*, isto é, “um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade” (LINS, 2012, p. 17), pois é a maneira com a qual os alunos estão operando.

Após o grupo ter feito a contagem das quadrículas inteiras e das partes, B2, B4 e B5 concluíram que havia 16 quadrículas, ou seja, seriam necessários 16 metros de grama sintética para cobrir o gramado, e como o grupo já havia entendido que o preço a ser pago pelo metro quadrado era 70, o grupo B mostrou um novo cálculo utilizando a multiplicação e a soma de dois valores; assim, multiplicaram R$ 70,00 que é o valor ser pago pelo metro quadrado de grama sintética por 4 que resultou em R$ 280,00 e, na sequência, somaram R$ 280,00 mais R$ 280,00, resultando em R$ 560,00 o custo para 8 metros. Como eram dezesseis metros quadrados, o grupo somou R$ 560,00 + R$ 560,00, obtendo o valor de R$ 1120,00 referente ao custo do serviço para a colocação da grama sintética (Figura 37 do Quadro 8). Entendemos que, ao fazerem uso da soma de dois valores e da multiplicação de dois valores, constituiu-se o *objeto*, pois foi a maneira operada pelo grupo.

Resultados e discussão do Grupo C

Já nos registros feitos pelo grupo C, dentre as quatro etapas de resolução de problemas, identificamos apenas os conhecimentos relacionados com a etapa de representação, como apresenta o Quadro 9.

Quadro 9 – Conhecimento verificado nos registros do grupo C: semântico

Etapa de representação		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Semântico: (Quadro 4).	C3: Professora, somei 4 + 4 + 4 + 8 que deu 20 e fiz 70 x 20 que deu 1400. C2: Ah! Então vamos ter que ver só o triângulo que é o gramado. C3: Então, é só medir estes dois lados. C3 e C5 "professora, como um metro tem cem centímetros, então cada metro quadrado de grama custa 70,00". **Figura 40**: Relato feito pelo grupo C  Fonte: Relatório dos alunos.	Acreditar (crença) Interlocutor

Fonte: Elaborado pelos autores

Após observarmos os cálculos feitos pelo grupo C, percebemos que os alunos calcularam apenas os valores que apareciam na figura do retângulo, ou seja, os alunos desconsideraram que o lado oposto a 4 m do retângulo também media 4 m. Segundo o estudo de Possamai e Silva (2020), essa dificuldade está relacionada com a comunicação matemática, no sentido de que o aluno precisa realizar uma leitura reflexiva para evitar uma interpretação errônea que foque apenas em extrair dados explícitos. Embora o grupo estivesse equivocado por somar os lados do retângulo, houve a *crença* de que estavam calculando a quantidade de grama necessária para o gramado. Multiplicaram por R$ 70,00 que era o valor do metro quadrado de grama, obtendo como resultado o valor de R$ 1.400,00 a ser pago pelo serviço. Por outro lado, a forma como o grupo C operou, por meio da soma dos lados do retângulo, que correspondia ao canteiro, demonstrou existência de um *limite epistemológico* por impedir que o grupo compreendesse que, para a colocação da grama, o espaço reservado para o gramado era um triângulo e que sua superfície seria preenchida.

O grupo escreveu na folha que 1 metro tinha 100 centímetros (cm), então C3 e C5 explicaram: "professora, como um metro tem cem centímetros, então cada metro quadrado de grama custa R$ 70,00". Em nosso entendimento, no momento em que os alunos foram na mesma direção de que bastava somar os lados do triângulo e depois multiplicar por R$ 70,00 para obter o valor a ser pago pelo serviço, bem como quando revelaram que um metro equivalia a cem centímetros, os alunos estavam compartilhando *interlocutores*, o que pode ser visto quando existe uma comunicação entre os alunos dentro de um mesmo espaço comunicativo (LOPES, 2013). Apesar do equívoco do grupo ao realizar a soma dos lados, foi identificado conhecimento semântico ao revelar que um metro tinha 100 centímetros. De acordo com Proença (2018), esse tipo de informação se refere à representação, que é uma das etapas de resolução de problema.

Resultados e discussão do grupo D

Nos registros apresentados pelo grupo D, identificamos apenas os conhecimentos relacionados com a etapa de representação, como mostra o Quadro 10.

Quadro 10 – Conhecimentos evidenciados nos registros dos alunos do grupo D: linguístico, semântico

Etapa de representação		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Linguístico: (Quadro 4).	Figura 46: Registro da fala D4 Mais deu um número muito baixo e geralmente quando nós estamos fazendo algo de construção ou algo do tipo sempre a pessoa paga bem caro 13:48 Fonte: relatório dos alunos.	....
Semântico: (Quadro 4).	D2: Porque se somar 4 m de um lado com mais 4 m do outro lado, vai dar 8 m, e na letra A dividiu o 8 e ficou 4 m em cada lado na parte de cima que juntando da 8 m. Então 8 + 8 da 16 q então eu multipliquei por 70. Figura44: Cálculo grupo D então 5+5+8=18, se multiplicar 70 por 18, daria 1260 Fonte: relatório dos alunos.	Acreditar (crença)

Fonte: Elaborado pelos autores

Embora o grupo D tenha apresentado um cálculo com o resultado que coincidia com o valor que deveria ser pago pelo serviço de colocação da grama sintética, isto é, R$ 1120,00, houve incompreensão ao somar os três lados do retângulo que representava o canteiro, por terem a *crença* de que seria correto somar os lados do retângulo e multiplicar por R$ 70,00, que correspondia ao valor do metro quadrado de grama. Essa incompreensão quanto à soma dos lados de um retângulo, quando a maneira adequada seria efetuar o cálculo de área, foi encontrada nos estudos de Maia-Afonso (2021), em que foi apresentado o cálculo do perímetro e não o da área.

Xisto (2020, p. 68) infere que "fazer uma Leitura Plausível da produção de significados é o modo que lemos, analisando, como 'enxergamos' aquilo que está explícito, seja escrito ou falado [...]", assim entendemos a leitura plausível como uma maneira de a professora pesquisadora (leitora) interpretar o que os alunos (autores) enunciam durante a resolução do problema. Em nossa *leitura plausível*, diremos que o grupo D se encontra em um *limite epistemológico*, pois ainda não avançou em criar uma estratégia que levasse a produzir significados para a área de triângulo.

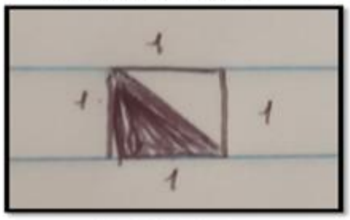
Ademais, na primeira fala apresentada no quadro anterior, observamos que D4 ficou intrigada com os diferentes valores apresentados pelo grupo D e pareceu estar se referindo ao orçamento, pelo fato de que a situação de matemática proposta tratava de querer saber o valor a ser pago por um serviço parecido com o de uma construção; assim, entendemos que o grupo D tem conhecimento a partir de suas vivências, pois considera que, ao se fazer um orçamento para construção, os valores normalmente são altos e diferenciados.

Resultados e discussão do Grupo F

Nos registros apresentados pelo grupo F, dentre as quatro etapas de resolução de problemas, identificamos os conhecimentos relacionados com as etapas de representação, planejamento e execução, como mostra o Quadro 11.

Quadro 11 – Conhecimentos verificados nos registros dos alunos do grupo F: esquemático, estratégico, procedimental

Etapa de representação		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Esquemático: (Quadro 4).	F3: Os 8 metros eu fiz 7 x 70 daí ficou 490, depois eu peguei os dois cantos eu fiz 70:2 daí ficou 35,00 reais cada.	Objeto
Etapa de planejamento		
Conhecimentos	**Registros dos alunos**	**Noções enunciadas pelos grupos**
Estratégico: (Estratégia 3) (Quadro 5).	F3: Professora eu descobri que nos cantos não era um metro quadrado inteiro fazendo um desenho, primeiro eu desenhei um quadrado e pintei a metade dele e a outra não, assim.	Núcleo
Etapa de execução		
Conhecimentos	**Registro dos grupos**	**Noções enunciadas pelos grupos**

Procedimental: (Estratégia 3) (Quadro 6).	**Figura 46**: Desenho feito pelo grupo F.  Fonte: Relatório dos alunos. F3: Depois eu fiz o mesmo desenho da questão e fui nos cantos e pintei metade dele que tava dentro do triângulo e deixei a outra sem pinta assim que eu descobri que não era um quadrado inteiro. F3: Daí eu fiz 70÷2=35 assim que eu fiz.	Campo semântico

Fonte: Elaborado pelos autores

A forma como aluna revelou seu entendimento na tentativa de resolver o problema levando em conta o que o enunciado pedia demonstrou que a escolha do caminho/estratégia considerou visualmente a quantidade de metros necessários de grama sintética. Quando a aluna afirmou ter feito 7 x 70, estava operando pela multiplicação de dois valores, o que constitui um *objeto*; para Lins (2012), o significado de um objeto não é tudo o que é falado sobre algo no interior de uma atividade. Diante da explicação da aluna, ao dizer que pegou os dois cantos e dividiu o 70 por dois e que os 4 metros valeriam R$ 175,00 cada, percebemos que F3 realizou a subtração de R$ 210,00 – R$ 35,00 = R$ 175,00 , pois considerou que o custo da grama a ser utilizada nos cantos seria R$ 35,00. Entendemos que as palavras "cantos" e "valer" correspondem a uma *estipulação local*. Como a noção *núcleo*, segundo Lins (2012), é constituída por estipulações locais e que são verdades absolutas e não provêm de uma justificação, então consideramos que a menção a termos como "cantos" e "valer" pode ser encarada como um *núcleo* de um campo semântico no interior da situação proposta. A princípio parece que a aluna estava olhando para a área de cada quadrícula que compõe o triângulo correspondente ao espaço reservado para o gramado, portanto, diante disso, entendemos que operar por meio da quadrícula constitui *campo semântico*, pois foi a maneira como o grupo mostrou a estratégia de resolução para o problema.

Considerações finais

Neste estudo, tivemos o objetivo de identificar e analisar os conhecimentos de alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental na resolução de um problema de área de triângulo, a partir das enunciações produzidas por eles na terceira ação do EAMvRP de Proença (2018). Foram observados os registros dos grupos/alunos, de modo que verificamos as etapas de resolução de problemas, bem como os conhecimentos produzidos, e estabelecemos relações com as noções de Lins (2012), por meio da resolução de uma situação de matemática elaborada pela professora pesquisadora.

O grupo A apresentou o conhecimento estratégico, na etapa de planejamento, por meio de movimentos com as mãos e de desenho de linhas horizontais e verticais traçadas sobre a figura do gramado. Diante disso, foi possível identificar as noções *interlocutor e campo semântico*. Na etapa de execução, esse grupo demonstrou uso de conhecimento procedimental, pois indicou serem 8 linhas verticais e 4 linhas horizontais e a construção da malha quadriculada sobre a figura do canteiro. Assim, com relação a essa etapa, identificamos a noção *campo semântico*. Na etapa de monitoramento, o grupo realizou a revisão do cálculo e verificou que o custo a ser pago pelo serviço é de R$ 1120,00, o que revela a noção *objeto*.

Já o grupo B demonstrou o conhecimento esquemático, na etapa de representação, pois revelou que a área do triângulo seria coberta pela grama sintética; assim, essa enunciação não tem relação com as noções Lins (2012). Na etapa de planejamento, percebemos o conhecimento estratégico, pois o grupo apresentou o esboço das linhas verticais e horizontais sobre a figura do canteiro, e isso foi relacionado com a noção *campo semântico*. Na etapa de execução, observamos o conhecimento procedimental, uma vez que o grupo operou por meio da malha quadriculada e propôs contabilizar os quadrados inteiros e as metades dos quadrados que formavam o triângulo, ou seja, o espaço correspondente ao gramado; assim, nessa etapa, identificamos as noções *campo semântico e objeto*. Na etapa de monitoramento, o grupo mostrou a revisão do cálculo por meio da adição, obtendo como resultado o valor de R$ 1120,00 que deveria ser pago pelo serviço; entendemos que a ação do grupo revela a noção *objeto*.

No caso do grupo C, observamos o conhecimento semântico relacionado a etapa de representação, uma vez que o grupo demonstrou ter compreendido que um metro representa 100 centímetros e que o retângulo tem quatro lados, quando realizou a soma das medidas do canteiro e identificou os três lados do triângulo, que corresponde ao gramado. Porém, os alunos disseram que o custo do serviço seria de R$ 1400,00. Desse modo, os registros desse grupo permitiram verificar a noção *acreditar (crença)* e a noção *Interlocutor*.

O grupo D manifestou uso de conhecimento linguístico, na etapa de representação, ao concluir que o valor do custo do serviço é muito baixo, pois quando se trata de construção, a mão de obra costuma ter um valor mais elevado; esse registro não tem relação com nenhuma noção de Lins (2012). Quanto ao conhecimento semântico, o grupo identificou que o triângulo possui três lados ao realizar a soma deles, de forma que, para o grupo, R$ 1260,00 é o valor a ser pago pelo serviço; a partir dos registros desse grupo, identificamos a noção *acreditar (crença)*.

O grupo F revelou a etapa de representação, devido ao conhecimento esquemático evidenciado quando os alunos demonstraram ter visualizado a malha quadriculada e registraram que os dois cantos são iguais, de modo que a quantidade de grama necessária para cobrir os cantos custaria R$ 35,00 cada; nesse registro, observamos a noção *objeto*. Na etapa de planejamento, o grupo demonstrou uso do conhecimento estratégico, quando disse que nos cantos não era um metro quadrado inteiro, o que evidenciou a noção *núcleo*. Na etapa de execução, os alunos revelaram uso de conhecimento procedimental, pois apresentaram o desenho de um quadrado e pintaram a metade dentro do triângulo e deixaram a outra metade sem pintar, demonstrando a compreensão de que a área do triângulo corresponde à metade da área do retângulo; esse comentário revelou a noção *campo semântico*.

Podemos concluir que os grupos A, B e F produziram enunciações que revelaram o uso de mais conhecimentos durante as etapas de resolução de problemas, pelo fato que esses três grupos conseguiram estabelecer uma estratégia de resolução do problema, isto é, o uso da malha quadriculada. Esses grupos mostraram ter compreendido que o gramado, ou seja, o triângulo seria coberto pela grama e que a quantidade necessária de grama equivale à metade do espaço do canteiro, ou seja, o retângulo. Ao contrário disso, os grupos C e D produziram enunciações que revelaram que não conseguiram criar, para a etapa de planejamento, uma estratégia de resolução que pudesse ajudá-los a avançar. Já os grupos C e D compreenderam que o custo por cada metro quadrado de grama era de R$ 70,00.

Por fim, destacamos que o EAMvRP pautado nas cinco ações de Proença (2018) e no MCS de Lins (2012) teve potencial para que as enunciações dos alunos fossem manifestadas, de modo que essa interação proporcionou que os alunos falassem, registrassem o que estavam pensando enquanto resolviam o problema. Nesse sentido, contribuiu para revelarem e construírem novos saberes diante da situação de matemática que envolveu área de triângulo. Assim, podemos afirmar que outras pesquisas podem ser desenvolvidas em sala aula, por professores que ensinam matemática por meio do uso dessas duas teorias, pois a fundamentação dada ao ensino por ambas proporciona dar voz aos alunos, enquanto resolvem uma situação de matemática, a partir dos conhecimentos que eles já possuem.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de L. R. (Org.). **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ASSUMPÇÃO, P. G. S. de. **Perímetro e área:** uma engenharia didática utilizando o geogebra sob o olhar das representações semióticas. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). S**olução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006, p. 13-53.

DIAS, J. N. M. **Educação Financeira Escolar:** a noção de juros. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. **Revista de Educação Matemática da SBEM**, São Paulo. Ano 1. n. 1. 1993.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, Brasil: Editora Papirus, 1997.

LINS, R. M. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. *In*: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012, v. 1, p. 10-20.

LOPES, K. T. **Uma investigação sobre o Ensino de Porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental.** 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

LOSANO, L. A. B. **Design de Tarefas de Educação Financeira para o 6º ano do Ensino Fundamental.** 2013. Dissertação **(**Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

MAIA-AFONSO, É. J. **A Resolução de Problemas e os Futuros Pedagogos:** análise de um processo formativo para o ensino da geometria nos anos iniciais. 2021. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2021.

MIRANDA, D. G. de. **Modelo dos campos semânticos:** produção de significados para as noções de áreas e perímetro no ensino fundamental II. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Goiás, 2017.

PARANÁ. **Resolução nº 98/2021-SESA/PR**. Ementa: Regulamenta o Decreto Estadual n.º 6.637, de 20 de janeiro de 2021 e dispõe sobre as medidas de prevenção, monitoramento e controle da COVID19 nas instituições de ensino públicas e privadas do Estado do Paraná para o retorno das atividades curriculares e extracurriculares.

PARANÁ. SEED **Currículo da Rede Estadual Paranaense de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental**. Curitiba: SEED, 2021.

PAULA, A. P. M. **Ensino de área de figuras planas por atividades**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

POSSAMAI, J. P.; DA SILVA, V. C. Comunicação Matemática na Resolução de Problemas. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 17, p. e020026, 2020.

PREISCHARDT, R. X. R. **Projeto de Modelagem Matemática e Teoremas em Ação:** Uma Investigação sobre os Conceitos de Área e Perímetro. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

PROENÇA, M. C. Generalização de padrões algébricos no ensino e aprendizagem de matemática via resolução de problemas: análise de propostas de futuros professores. **Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática**, v. 30, n. 2, p. 354-376, 2021.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas**: Encaminhamentos para o ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, E. J. Resolução de Problemas: análise de propostas de ensino em dissertações de mestrado profissional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.09, n.18, p.180-201, jan./jun. 2020.

QUEVEDO, G. A. **Compreensão dos conceitos de Área e Perímetro:** um estudo de caso. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2016.

STEFANI, A. **Os conhecimentos e as dificuldades de alunos do ensino fundamental na resolução de problemas de perímetro de área.** 2019. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2019.

XISTO, L. P. **Educação Financeira na Educação de Jovens e Adultos (EJA):** buscando uma visão empreendedora para estudantes adultos no município de Irupi - ES. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

Recebido em: 20 de janeiro de 2022
Aprovado em: 16 de abril de 2022