

SITUAÇÕES-PROBLEMA DE LIVROS DIDÁTICOS E ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: IDENTIFICANDO POSSIBILIDADES

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.26.422-445>

Victor Hugo dos Santos Gois¹
Karina Alessandra Pessoa da Silva²

Resumo: Neste artigo analisamos, sob uma perspectiva da semiótica peirceana, situações-problema em livros didáticos de Matemática com potencial para serem desenvolvidas em atividades de modelagem matemática. Nosso aporte teórico é a Modelagem Matemática entendida como uma alternativa pedagógica em que, a partir de uma situação-problema, define-se um problema para ser investigado sob um viés matemático e a Semiótica Peirceana, enquanto doutrina formal dos signos. Por meio de uma análise documental dos signos presentes no conteúdo funções definidas por mais de uma sentença em cinco coleções de livros didáticos de Matemática aprovados no Programa Nacional do Livro Didático de 2018, evidenciamos categorias em que as tarefas podem ser alocadas: com comandos imperativos; com comandos imperativos e um gráfico ou figura; com situações-problema no enunciado. Concluímos que na categoria tarefas com situações-problema no enunciado há indícios de situações-problema com potencial para serem desenvolvidas como atividade de modelagem desde que o professor assuma um papel de orientador e organize-as de modo que os alunos as problematizem e as solucionem.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Semiótica Peirceana. Funções definidas por mais de uma sentença.

PROBLEM-SITUATIONS OF TEXTBOOKS AND MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES: IDENTIFYING POSSIBILITIES

Abstract: In this paper, we analyze, from a Peircean Semiotics perspective, problem-situations in Mathematics textbooks with the potential to be developed in mathematical modeling activities. Our theoretical contribution is Mathematical Modeling understood as a pedagogical alternative in which, from a problem-situation, a problem is defined to be investigated under a mathematical and Peircean Semiotics, as a formal doctrine of signs. Through a documentary analysis of the signs present in the content, functions defined by more than one sentence in five collections of Mathematics textbooks approved in the 2018 National Textbook Program, we highlighted categories in which tasks can be allocated: with imperative commands; with imperative commands and a graph or figure; with problem situations in the statement. We conclude that in the category tasks with problem-situations in the statement, there are indications of problem-situations with the potential to be developed as a modeling activity, as long as the teacher assumes a guiding role and organizes them so that the students can problematize and solve them.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Peircean Semiotics. Functions defined by more than one sentence.

Introdução

A Educação e a escola estão em constante evolução, com isso, deve-se refinar o que já

¹ Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Trabalha com produção e elaboração de obras didáticas para a Educação Básica. E-mail: victor.gois28@hotmail.com – Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-9167-0995>

² Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UTFPR/Cornélio Procópio-Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br – Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-1766-137X>

se tem de bom, descontinuar o que não mais funciona e romper barreiras para inovar e dar força aos processos de ensino e aprendizagem para que os avanços não se findem. Considerando os entraves nas aulas de Matemática, tais como o envolvimento dos alunos nas atividades e a motivação pelo estudo dos conteúdos matemáticos, faz-se necessário o desenvolvimento de pesquisas que proponham melhorias para o trabalho do professor em sala.

Nesse sentido, propomo-nos tratar de atividades³ desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática⁴, tendência em Educação Matemática que apresenta encaminhamentos que podem se apresentar de forma diferente daqueles presentes em aulas consideradas tradicionais e que podem apresentar possibilidades de auxiliar na aprendizagem em sala de aula, conforme apontado em diversas pesquisas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; STILLMAN; BROWN; GEIGER, 2015; ENGLISH, 2016; ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021).

Entendemos a Modelagem como uma alternativa para os professores nos processos de ensino e de aprendizagem, que visa ensinar matemática a partir da solução de problemas oriundos de situações com dados na realidade por meio de representações simplificadas que são elaboradas por aqueles que a investigam (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Na literatura, tais representações são designadas como modelos matemáticos.

Todavia, há de se considerar que os encaminhamentos de uma atividade de modelagem em sala de aula gerem tensões, desafios e inseguranças em professores (OLIVEIRA, 2010; CEOLIM, 2015) principalmente por conta da imprevisibilidade de conteúdos que podem surgir a partir de sua implementação (PINTO; ARAÚJO, 2021). As pesquisas, de certo modo, apontam para uma necessidade de planejamento do professor (MENDONÇA; LOPES, 2015; PINTO; ARAÚJO, 2021; PIRES; SILVA; GOMES, 2021, SILVA, *et al.*, 2021) que pode buscar ideias de situações-problema em materiais que têm à sua disposição, como Livros Didáticos de Matemática (LDM), já que desde sua criação têm sido o material pedagógico inserido em todas as áreas de conhecimento disponíveis no ambiente escolar.

Esse material ocupa lugar especial nas ferramentas utilizadas pelo professor e pelos alunos, por servir como compêndio de objetos de conhecimento que são exigidos pelo currículo

³ Neste trabalho empregamos a palavra atividade quando tratamos de atividades de modelagem seguindo a acepção do termo que nosso referencial a respeito de Modelagem Matemática adota; o termo tarefa para nos referirmos ao enunciado que é apresentado nos livros didáticos. Entendemos situação-problema à situação inicial problemática da qual se pode definir um ou mais problemas para ser investigado. O termo problema consiste na questão a ser respondida no encaminhamento da atividade e da qual “o indivíduo não possui esquemas a priori para a sua solução” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

⁴ Utilizamos Modelagem Matemática para nos referirmos à tendência da Educação Matemática e modelagem matemática quando nos referimos às atividades. Além disso, utilizamos os termos Modelagem e modelagem com a mesma denotação de Modelagem Matemática e modelagem matemática, respectivamente.

escolar e busca, entre outras coisas, difundir conhecimentos a respeito de uma determinada área de estudo (GONÇALVES; CORRÊA, 2016). Segundo Costa e Allevato (2010, p. 72-73), o livro didático “é um dos instrumentos mais utilizados pelos professores para organização e desenvolvimento das atividades em sala de aula e, até mesmo, para aprimorar seu próprio conhecimento sobre o conteúdo”. O livro didático pode ser considerado um ente de linguagem, visto que, de forma geral, as informações relativas aos objetos de conhecimento são apresentadas por meio de diferentes representações como textos escritos e imagens. As imagens podem se apresentar por meio de diferentes recursos, como ilustrações, fotografias, gráficos e infográficos. Nesse sentido, entendemos que o livro didático contempla uma multiplicidade de signos que representam os objetos aos quais fazem menção. Os aportes teóricos que nos fundamentamos para estabelecer relações entre signos e objeto é a semiótica peirceana (PEIRCE, 1972; PEIRCE, 2005). Em seus escritos, Peirce define signo como qualquer coisa que ocupa lugar do objeto e que seja capaz de dar origem a outros signos em um processo contínuo na mente interpretadora.

A partir das nossas experiências docentes e conforme apontam pesquisas (LOPES, 2003; SAJKA, 2003) um dos objetos matemáticos que os alunos apresentam dificuldades é no estudo de funções. Conforme indicado por Sajka (2003) é a natureza dual que este objeto apresenta (gráfica e algébrica) que pode causar dificuldades em sua compreensão. Em Gois, Silva e Dalto (2019) ficou evidente que o trabalho com funções definidas por mais de uma sentença, é bem fragilizado entre os alunos que ingressam em graduações na área de exatas e cursam disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Entre as dificuldades apresentadas por esses autores, destacam-se aquelas relacionadas à representação gráfica da função e aos erros aritméticos na manipulação da representação algébrica das funções (GOIS; SILVA; DALTO, 2019).

Sendo assim, sob um olhar subsidiado na semiótica peirceana, analisamos coleções de LDM aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do ano de 2018 e categorizamos tarefas⁵ que podem ser desenvolvidas enquanto atividades de modelagem. Com isso, procuramos estreitar o trabalho com a Modelagem Matemática e a prática docente a partir de um material de apoio, de confiança dos professores: o livro didático.

Corroboramos com Almeida (2018, p. 19) que, ao introduzir uma atividade de modelagem em aulas de matemática, se faz necessário considerar, entre outras coisas, que “a matemática utilizada pode não ter sido previamente escolhida ou definida; em vez disso, a

⁵ Usamos o termo tarefa para quando nos referirmos aos textos presentes em livros didáticos e o termo situação-problema para o enunciado de tarefas que possibilitam o desenvolvimento de atividades.

matemática necessária emerge do problema e de suas especificidades”. Com isso, não se pode esperar que os alunos modelem determinada situação utilizando um objeto matemático específico, mas permitir que o aluno, a partir de seus conhecimentos, escolha o que acha mais adequado para resolver a situação que lhe foi apresentada.

Nesse contexto, nosso problema de pesquisa fundamenta-se em: *Que situações-problema, que tratam de funções definidas por mais de uma sentença, presentes em livros didáticos do PNL D 2018, têm potencial para serem encaminhadas enquanto atividades de modelagem matemática?*

Para apresentar resultados e inferências para nossa questão de pesquisa, organizamos esse texto, além da introdução, em seis tópicos. Nos próximos dois tópicos abarcamos o quadro teórico da pesquisa relativos à Modelagem Matemática e à Semiótica Peirceana. Em seguida elucidamos os aspectos teóricos subsidiados nos livros didáticos analisados sob um viés da pesquisa documental e dos quais emergiram agrupamentos e categorias que são discutidas nos dois tópicos subsequentes. Finalizamos com nossas considerações finais.

Modelagem Matemática: nossas considerações

Stillman, Brown e Geiger (2015) entendem a Modelagem Matemática como uma tendência da Educação Matemática estruturada a partir da formulação de um problema que tem origem em uma situação inicial problemática (situação-problema). O termo problema consiste na questão a ser respondida no encaminhamento da atividade e da qual “o indivíduo não possui esquemas *a priori* para a sua solução” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

Os “problemas em modelagem são centrados em uma situação real e requerem uma transferência exigente entre o mundo real e a matemática” (ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021, p. 10). Com isso consideramos que a modelagem “começa com um problema do mundo real que requer interpretação, investigação e representação matemática” (ENGLISH, 2016, p. 187).

A partir de uma situação-problema, define-se um problema do qual há necessidade de estabelecer metas para sua resolução, definição de hipóteses, formulação de previsões e apresentação de explicações e soluções (ou solução) para a situação estudada. Nesse encaminhamento, representações matemáticas se fazem presentes, configurando o que a literatura denomina modelo matemático. Para Silva e Veronez (2021, p. 266):

Do contato com a *situação-problema* define-se uma investigação a ser



realizada. Assim, matemática e processo investigativo se cruzam e se entrecruzam a todo o momento até que uma solução seja obtida e que aconteça uma análise interpretativa acerca dela com olhar atento aos objetos matemáticos usados para obter tal solução e às características da situação da qual o problema é oriundo.

Cabe destacar que tanto o *processo investigativo* pode suscitar a *matemática* ou criar um ambiente em que os que desenvolvem a atividade de modelagem matemática necessitem buscar um novo ferramental matemático para que a solução possa ser encontrada, como a *matemática* pode requerer um *processo investigativo* na intenção de se obter uma solução para o problema investigado. Ao encontrar uma solução para o problema, a *análise interpretativa* é que irá mostrar se as estratégias adotadas foram satisfatórias e se a solução condiz com a situação-problema levantada.

Os encaminhamentos supracitados têm como objetivo envolver os alunos no desenvolvimento de uma atividade de modelagem. Esse envolvimento pode estar associado ao interesse dos alunos pela situação-problema ou pelo problema abarcado na atividade de modelagem. Em pesquisa desenvolvida, sobre interesses dos alunos em problemas de modelagem, Elfringhoff e Schukajlow (2021, p. 27) evidenciaram que:

Quando os alunos têm um alto nível de interesse inicial antes de resolverem um problema, seu envolvimento na solução de problemas pode aumentar e, por meio do envolvimento, os alunos podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo.

Em contrapartida, Campos (2015, p. 199) evidenciou que, no contexto da sala de aula, “o envolvimento pode não se relacionar ao tema da atividade, pois outras razões podem ser mais significativas para os alunos se envolverem no ambiente de modelagem”, como a aprovação na disciplina e a orientação do professor. O que ponderamos, todavia, é que uma atividade de modelagem seja iniciada com uma situação-problema da qual um ou mais problemas podem ser definidos e os alunos, em grupos, troquem ideias com o objetivo de apresentar uma solução matemática. A situação-problema pode ser apresentada, de antemão pelo professor aos alunos. Segundo Silva e Oliveira (2014, p. 54), quando a escolha da situação-problema é feita pelo professor, ela “imprime um controle mais explícito por parte do professor”, dependendo de seus objetivos didáticos. Com isso, fica mais fácil para o professor orientar o desenvolvimento da atividade de modo a abordar um objeto matemático desejado.

Porém, a escolha de uma situação-problema atrelada a um objeto matemático pode não se configurar como prática recorrente no planejamento do professor. Com isso, entendemos que o livro didático pode ser um recurso de inspiração em que o professor pode encaminhar situações-problema já elencadas neste material para ser empreendidas em sala de aula. A forma como o livro didático apresenta tais situações pode orientar o professor com subsídios para o

desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

Em nossa investigação, com intuito de evidenciarmos possibilidades de abordar situações-problema por meio de atividades de modelagem, ao nos referirmos à forma, levamos em consideração os diferentes recursos visuais presentes no livro didático que podem ser analisados à luz da semiótica.

Semiótica peirceana

Para evidenciarmos potencial de tarefas presentes em livros didáticos para serem consideradas situações-problema para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, apoiamo-nos no fato de que o livro didático é “um produto elaborado para o consumo humano e, para tal, apresenta textos escritos, imagens, gráficos, os quais podem interferir como mediadores no processo de aprendizagem” (SCALCO; CORDEIRO; KIILL, 2015, p. 134). Como mediadores, esses recursos visuais podem se configurar como signos. Uma análise semiótica de signos e suas funções representativas é o cerne da semiótica peirceana.

Semiótica é entendida como “a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significação e de sentido” (SANTAELLA, 2008, p. 13). Trata-se da doutrina formal dos signos, organizada por meio de uma arquitetura triádica na qual o signo estabelece mediação entre objeto e interpretante.

Na semiótica peirceana, o signo é algo que para uma pessoa (intérprete) toma lugar de outra coisa (objeto). O objeto é “uma coisa singular existente e conhecida ou que se acredita tenha anteriormente existido ou que se espera venha a existir” (PEIRCE, 2005, p. 48). Um signo representa seu objeto sob certo aspecto e capacidade inerente ao signo e “implica que ele afete uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente algo que é mediadamente devido ao objeto” (SANTAELLA, 2008, p. 58). O signo criado na mente de uma pessoa – intérprete do signo – é denominado interpretante (PEIRCE, 1972). Segundo D’Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 59), os signos “são meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio, de aprendizagem”. Na perspectiva peirceana, o pensamento não existe sem representações e estas são basilares para toda e qualquer atividade cognitiva. Neste sentido, entendemos que os signos presentes no livro didático têm potencial para contribuir com a aprendizagem.

Quando tratamos o pensamento humano como uma atividade semiótica, tratamos da ação dos signos em sua relação triádica – signo, objeto, interpretante. O signo por si só é algo diferente do objeto, mas também é determinado pelo objeto. A ação que determina o

interpretante na semiótica peirceana é chamada semiose. Segundo Nöth (2008), é por meio da semiose que o signo faz gerar novos signos no intérprete, por meio de um efeito cognitivo transformador.

Para que melhor possam ser entendidos e organizados os processos de semiose, Peirce organizou em três categorias de signos que têm a ver com como eles são percebidos, apreendidos e significados. Na primeira tríade trata-se da relação do signo com ele mesmo; a segunda trata-se da relação do signo e objeto; e, a terceira e última tríade, trata da relação do signo com seu interpretante (SANTOS NETO; MACHADO, 2014).

Ao estabelecer relações entre signo com o objeto, em sua referência àquilo que representa, refere-se ou indica, constitui-se uma teoria da objetivação. Na objetivação, o signo estabelece três tipos de relação com o objeto: ícone, índice e símbolo.

Os ícones remetem-se a objetos, ou a características destes (qualidades). Assim, esta categoria pode ser sintetizada à representação do objeto. Um índice indica seu objeto pela existência concreta. Santaella (2007, p. 19), afirma que “os índices envolvem ícones. Mas não são os ícones que os fazem funcionar como signos”. Um símbolo representa seu objeto, representa aquilo que a lei determina para que ele represente. Abordando o conceito de símbolo, Peirce (*apud* OTTE, 2001, p. 14) argumenta que “[...] um símbolo, por si mesmo, é um mero sonho; não mostra sobre o que está falando. Precisa estar conectado a seu objeto”.

As teorias semióticas de objetivação possibilitam enriquecer e aprofundar explicações para as complexidades presentes nos processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula. Com isso, a semiótica peirceana ganhou boa aceitação nas pesquisas em Educação Matemática, nos últimos 20 anos (SÁENZ-LUDLOW; KADUNZ, 2016).

Além disso, podemos argumentar que para descrever conceitos matemáticos ou resolver situações-problema dessa natureza, estudantes de matemática constroem seu conhecimento registrando seu pensamento e pensando sobre aquilo que registraram, ou seja, a partir de diferentes representações os signos que emergem das mesmas geram interpretantes que auxiliam na produção de significados e internalização dos objetos matemáticos pretendidos.

Análises semióticas de livros didáticos têm sido empreendidas por pesquisadores na área de Educação Matemática (SILVA; MIRANDA; FONTES, 2016; ALMEIDA; SILVA, 2018; O’HALLORAN, 2018). De forma geral, essas análises estão associadas a conteúdos matemáticos presentes nos livros didáticos. Em nossa investigação nos concentramos nos signos presentes nas tarefas dos LDM, buscando evidenciar na relação do signo com o objeto (objetivação) de modo que tais signos possam criar na mente interpretadora outros signos capazes de caracterizar situações-problema que podem ser abordadas por meio da modelagem

Aspectos metodológicos

Para evidenciarmos tarefas presentes em LDM com potencial para serem encaminhadas como atividades de modelagem matemática nos respaldamos em coleções aprovadas no PNLD do ano 2018, cujas avaliações constam do Guia de Livros Didáticos do PNLD 2018, Matemática do Ensino Médio (BRASIL, 2018). A opção pelas coleções aprovadas no PNLD se deve ao fato de que são as indicadas para serem escolhidas, adquiridas, distribuídas e utilizadas nas escolas públicas brasileiras, por no mínimo, um triênio.

Considerando a pesquisa feita em Gois, Silva e Dalto (2019) em que, utilizando questões retiradas de LDM e também elaboradas por eles, evidenciaram dificuldades de alunos do Ensino Superior, numa disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, a respeito do objeto matemático função definida por mais de uma sentença – objeto de conhecimento matemático estudado na Educação Básica – , optamos por nos debruçar em analisar tarefas que tratam de funções definidas por mais de uma sentença, conteúdo, de forma geral, abordado no volume 1 das coleções.

No PNLD 2018 foram aprovadas oito coleções para o Ensino Médio das quais cinco abordam o conceito de função definida por mais de uma sentença no sumário do livro, seja como capítulo ou um tópico e é sobre elas que direcionamos nosso olhar (Quadro 1).

Quadro 1: LDM analisados

Identificador	Referência	Como aparece no sumário o objeto função definida por mais de uma sentença
LDM1	MODERNA (Org.). Conexões com a Matemática . 3. ed., São Paulo: Moderna, 2016.	Como um tópico no capítulo intitulado “Funções” e nominado como “Funções definidas por mais de uma sentença”.
LDM2	DANTE, L. R. Matemática: contextos e aplicações – ensino médio, volume 1. 3. ed., São Paulo: Ática, 2017.	Como um tópico no capítulo intitulado “Função afim e função modular” e nominado como “Funções poligonais ou afins por partes”.
LDM3	IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. Matemática: ciências e aplicações – ensino médio, volume 1. 9. ed., São Paulo: Saraiva, 2016.	Como um capítulo e um tópico deste mesmo capítulo intitulados como “Função definida por mais de uma sentença”.
LDM4	PAIVA, M. Matemática: Paiva . 3. ed., São Paulo: Moderna, 2015.	Como um tópico no capítulo intitulado “Função polinomial do 1º grau ou função afim” e nominado como “Funções definidas por mais de uma sentença”.

LDM5	SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Matemática para compreender o mundo 1 . 1. ed., São Paulo: Saraiva, 2017.	Como um tópico no capítulo intitulado “Operações entre funções” e nominado como “Funções definidas por partes”.
------	---	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Quando uma atividade de modelagem é introduzida nas aulas de Matemática deve-se considerar dois aspectos pertinentes: o primeiro é que o objeto matemático não é escolhido de antemão, mas irá emergir do problema a ser investigado e de suas especificidades; e o segundo aspecto é que surgirão diferentes percepções para uma mesma situação-problema e ademais de diferentes critérios do que se considera uma solução aceitável para a solução obtida (ALMEIDA, 2018). Assim, ao analisarmos as tarefas presentes nos livros didáticos, não temos por objetivo determinar o objeto de conhecimento que emergirá no desenvolvimento das atividades de modelagem, mas evidenciar se se tratam de situações-problema que têm potencial para serem encaminhadas como atividades de modelagem.

Com isso, empreendemos uma análise documental enquanto uma “técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema” (LÜDKE; ANDRÉ, 2015, p. 45). Em nossa pesquisa o problema está atrelado a evidenciar *Que situações-problema, que tratam de funções definidas por mais de uma sentença, presentes em livros didáticos do PNLD 2018, têm potencial para serem encaminhadas enquanto atividades de modelagem matemática?*.

Por meio da análise documental é possível evidenciar categorias que “brotam do arcabouço teórico em que se apoia a pesquisa” (LÜDKE; ANDRÉ, 2015, p. 50). Em nossa pesquisa nos subsidiamos nos signos presentes nas tarefas de um dos livros didáticos (LDM1) e que fazem menção ao objeto matemático função definida por mais de uma sentença para, em um primeiro momento, organizarmos agrupamentos relativos aos tipos de tarefas. De posse dos agrupamentos que emergiram dos dados qualitativos, complementamos nossas informações, evidenciando a presença dos agrupamentos nos signos presentes nos livros LDM2, LDM3, LDM4 e LDM5. Considerando o arcabouço teórico relativo à Modelagem Matemática, emergiram categorias em que nos apoiamos para trazermos reflexões para nossa questão de pesquisa. Nos próximos dois tópicos apresentamos o movimento de análise que realizamos.

Agrupamento das tarefas presentes nos livros didáticos analisados

Conforme mencionamos no tópico anterior, subsidiamos a configuração de

agrupamentos de tarefas presentes em livros didáticos de Matemática a partir da análise dos signos relativos a funções definidas por mais de uma sentença do LDM1.


No referido livro, na introdução do conteúdo, foi apresentada uma tarefa subsidiada em uma situação-problema envolvendo imposto de renda (Figura 1). De imediato, podemos asseverar que esta situação-problema da forma como os signos são apresentados no livro didático tem potencial para ser desenvolvida por meio de uma atividade de modelagem, pois além de ser um tema da realidade, pode se fazer presente na vida dos estudantes, quando estes tiverem de fazer sua declaração de imposto de renda e, com isso, desenvolver uma abordagem crítica para a situação. Todavia, há de se considerar que a forma como a tarefa é apresentada no LDM1 já se faz uso de uma expressão algébrica que representa o fenômeno.

Figura 1: Situação-problema envolvendo imposto de renda do LDM1

Algumas funções são definidas por mais de uma sentença. Observe a situação a seguir.

Para saber qual é o imposto de renda de uma pessoa física (y), aplicamos à renda mensal (x) os cálculos definidos pela tabela estabelecida pelo governo. Veja a tabela para o exercício de 2016.

Base de cálculo mensal (em reais)	Alíquota (em %)	Parcela a deduzir do imposto (em reais)
Até 1.903,98	—	—
De 1.903,99 até 2.826,65	7,5	142,80
De 2.826,66 até 3.751,05	15,0	354,80
De 3.751,06 até 4.664,68	22,5	636,13
Acima de 4.664,68	27,5	869,36



O Ministério da Fazenda é o órgão responsável por planejar, formular e executar as políticas econômicas nacionais. Entre suas funções está a fiscalização da arrecadação tributária. Na foto, Ministério da Fazenda em Brasília, DF, 2015.

Fonte: Ministério da Fazenda.
 Disponível em: <www.receita.fazenda.gov.br>.
 Acesso em: 29 set. 2015.

Para uma renda mensal cuja base de cálculo x é igual a R\$ 1.500,00, o contribuinte está isento, isto é, o imposto é zero real.

Para uma renda mensal cuja base de cálculo x é igual, por exemplo, a R\$ 3.000,00, o imposto y a pagar é:

$$y = 3.000,00 \cdot 0,15 - 354,80 = 450,00 - 354,80 = 95,20$$

Logo, o imposto mensal a pagar é R\$ 95,20.

Fonte: (MODERNA, 2012, p. 72).

Além da introdução, outras tarefas cujos signos se remetem à função definida por mais de uma sentença é apresentada no LDM1. A análise dos signos presentes em todas as tarefas desse livro nos possibilitou evidenciar e estabelecer três grupos de tarefas a partir de características semelhantes nas estruturas dos enunciados. Indicamos estes grupos pelas letras maiúsculas GT seguidas de numeração sequencial de 01 a 03, além das seguintes características:

- no GT01 reunimos tarefas que apresentavam enunciados mais curtos e usando comandos imperativos, tais como: escreva, calcule, construa, faça, determine, entre outros;
- no GT02 agrupamos as tarefas que apresentavam comandos imperativos, como as



tarefas de GT01, mas apresentavam também algum signo gráfico ou figural;

- no GT03 selecionamos as tarefas que apresentavam enunciados com situações-problema, como a apresentada na Figura 1.

Considerando esses agrupamentos, analisamos os signos presentes nas tarefas relativas ao estudo de função definida por mais de uma sentença das cinco coleções de LDM. Para tanto, consideramos no GT01, as tarefas que indicam ao aluno fazer manipulações algébricas e aritméticas para obter uma solução. Analisando as cinco coleções, evidenciamos um total de 25 tarefas nesse grupo. No Quadro 2 apresentamos exemplos de tarefas que se adequam a GT01.

Quadro 2: Exemplo de tarefas classificadas no GT01

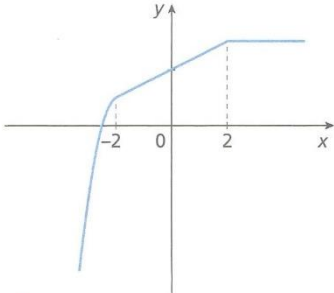
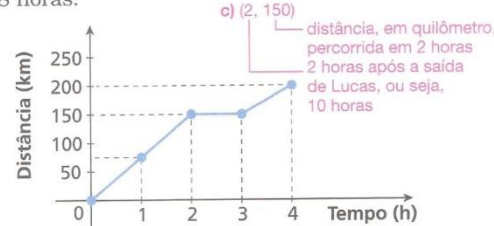

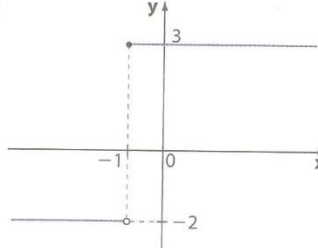
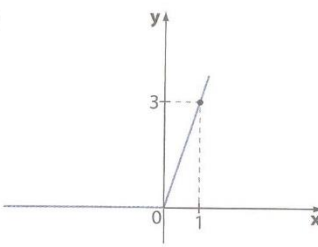
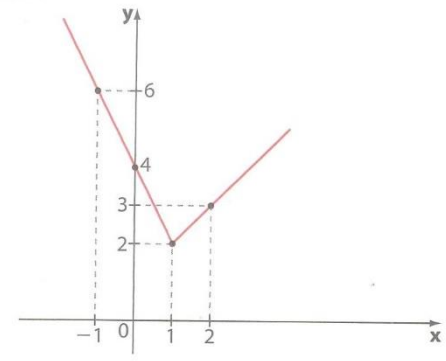
<p>36. Escreva a lei da função cujo gráfico é uma reta paralela ao eixo x que passa pelo ponto $(0, -5)$. $f(x) = -5$ ou $y = -5$</p> <p>Fonte: MODERNA, 2016, p. 74.</p>	<p>39. A função a seguir é definida por três sentenças. Calcule o valor de $p(x)$ em cada caso.</p> $p(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4}, & \text{se } x \leq -4 \\ -\frac{2}{7}x + \frac{20}{7}, & \text{se } -4 < x \leq 3 \\ \frac{x+3}{3}, & \text{se } x > 3 \end{cases}$ <p>a) $x = -6$ c) $x = 3,78$ e) $x = 3$ b) $x = \frac{1}{2}$ d) $x = -4$ f) $x = 0$</p> <p>Fonte: MODERNA, 2016, p. 74.</p>
<p>1 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 2 \\ -1, & \text{se } x < 2 \end{cases}$. Calcule:</p> <p>a) $f(0)$ d) $f(\sqrt{5})$ b) $f(-1)$ e) $f(2)$ c) $f(\sqrt{3})$</p> <p>Fonte: IEZZI et al., 2016, p. 117.</p>	<p>55. Resolva as equações:</p> <p>a) $x - 6 = 10 \quad S = \{-4, 16\}$ b) $3x - 1 = 5 \quad S = \{-\frac{4}{3}, 2\}$ c) $\frac{x-1}{4} = 2 \quad S = \{-7, 9\}$ d) $5 + -2x + 4 = 11 \quad S = \{-1, 5\}$</p> <p>Fonte: DANTE, 2017, p. 100.</p>
<p>16 Construa no caderno o gráfico de cada uma das funções e dê seu domínio e conjunto imagem.</p> <p>a) $f(x) = \begin{cases} 3, & \text{se } x \leq 5 \\ x - 2, & \text{se } x > 5 \end{cases}$ c) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{se } x \leq 4 \\ x + 3, & \text{se } x > 4 \end{cases}$</p> <p>b) $f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{se } x \leq 1 \\ 4, & \text{se } x > 1 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x \leq 2 \\ 3, & \text{se } 2 < x \leq 4 \\ x - 1, & \text{se } x > 4 \end{cases}$</p> <p>Ver Suplemento com orientações para o professor.</p> <p>Fonte: (PAIVA, 2015, p. 167).</p>	

No GT02 os enunciados das tarefas indicam que o aluno também deve fazer manipulações algébricas e aritméticas para obter uma solução, mas diferente do GT01, envolvem a interpretação de um gráfico. Nas cinco coleções analisadas foram identificadas 8



tarefas no GT02. No Quadro 3 apresentamos alguns exemplos desse grupo de tarefas.

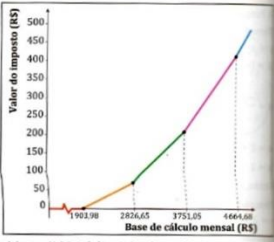
Quadro 3: Exemplos de tarefas classificadas no GT02

<p>37. Observe a lei e o gráfico da função m de \mathbb{R} em \mathbb{R}.</p> $m(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} + 3, & \text{se } x \leq -2 \\ \frac{x}{2} + 2, & \text{se } -2 < x \leq 2 \\ 3, & \text{se } x > 2 \end{cases}$  <p>b) para $x > 2$ Responda às questões. $D(m) = \mathbb{R}; \text{Im}(m) =]-\infty, 3]$</p> <p>a) Qual é o domínio e o conjunto imagem de $m(x)$?</p> <p>b) Para que valores de x a função é constante?</p> <p>c) Quantos zeros tem essa função? Justifique sua resposta. <i>Apenas um zero, porque o gráfico intercepta o eixo x uma só vez.</i></p> <p>d) Em que intervalo do domínio a função é positiva? E negativa? <i>positiva em $]-\sqrt{6}, +\infty[$; negativa em $]-\infty, -\sqrt{6}[$</i></p> <p>Fonte: MODERNA, 2016, p. 74.</p>	<p>5. O gráfico a seguir mostra a distância percorrida por Lucas, em seu carro, das 8 às 12 horas de certo dia. O tempo indica o número de horas decorridas depois das 8 horas.</p>   <p>a) Estime a distância percorrida por Lucas das 8 às 9 horas desse dia. <i>Resposta possível: 75 km</i></p> <p>b) Em que período Lucas ficou parado? <i>das 10 às 11 horas</i></p> <p>c) O que representa o par ordenado (2,150) nesse gráfico?</p> <p>d) Quantos quilômetros Lucas percorreu das 11 às 12 horas? <i>50 km</i></p> <p>Fonte: MODERNA, 2016, p. 79.</p>
<p>11 Forneça a lei de cada uma das funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} cujos gráficos estão abaixo representados:</p> <p>a)</p>  <p>b)</p>  <p>Fonte: IEZZI et al., 2016, p. 119.</p>	<p>12 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função representada no gráfico abaixo:</p>  <p>a) Qual é a lei que define f?</p> <p>b) Resolva a equação $f(x) = 5$. Verifique no gráfico as soluções encontradas.</p> <p>c) Para que valores reais de k a equação $f(x) = k$ apresenta soluções?</p> <p>Fonte: IEZZI et al., 2016, p. 119.</p>

O terceiro grupo de tarefas (GT03) é composto daquelas que necessitam da interpretação do aluno a partir de uma situação-problema e, em alguns casos, apresentam um quadro com

informações pertinentes para auxiliar a obtenção da solução da tarefa. Ao todo foram identificadas 13 tarefas entre as cinco coleções analisadas. No Quadro 4 apresentamos exemplos de tarefas que se enquadram neste agrupamento.

Quadro 4: Exemplos de tarefas classificadas no GT03

<p>38. Para estimular sua equipe, o departamento de vendas de uma fábrica de bicicletas elaborou a seguinte regra: se a venda semanal for de uma quantidade x, menor que 30 unidades, a comissão y que o vendedor receberá será de 3% do valor total v, em reais, das vendas; se a venda for de 30 a 100 unidades, a comissão passa para 5% de v; se a quantidade for superior a 100 unidades, a comissão passa para 8% de v. Cada bicicleta é vendida por R\$ 350,00.</p> <p>a) Escreva a lei de uma função que retrate a relação entre o número de bicicletas vendidas e a comissão do vendedor.</p> <p>b) Quanto um vendedor receberá de comissão se vender 80 bicicletas em uma semana? E se vender 101? R\$ 1.400,00; R\$ 2.828,00</p> <p>38. a) $f(x) = \begin{cases} 10,5x, & \text{para } x \in \mathbb{N} \text{ tal que } 0 \leq x < 30 \\ 17,5x, & \text{para } x \in \mathbb{N} \text{ tal que } 30 \leq x \leq 100 \\ 28x, & \text{para } x \in \mathbb{N} \text{ tal que } x > 100 \end{cases}$</p> <p>Fonte: MODERNA, 2016, p. 74.</p>	<p>1. Uma empresa de tratamento de água e esgoto de certa cidade calcula o custo residencial mensal de seus serviços da seguinte forma:</p> <table border="1" data-bbox="906 568 1390 772"> <thead> <tr> <th>Consumo c de água</th> <th>Valor V da conta (R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0 \text{ m}^3 < c \leq 10 \text{ m}^3$</td> <td>$V = 10$</td> </tr> <tr> <td>$10 \text{ m}^3 < c \leq 20 \text{ m}^3$</td> <td>$V = 10 + (c - 10) \cdot 1,20 = V_1$</td> </tr> <tr> <td>$20 \text{ m}^3 < c \leq 30 \text{ m}^3$</td> <td>$V = V_1 + (c - 20) \cdot 1,50 = V_2$</td> </tr> <tr> <td>$30 \text{ m}^3 < c$</td> <td>$V = V_2 + (c - 30) \cdot 2,00$</td> </tr> </tbody> </table> <p>O valor total da conta é igual ao dobro do valor calculado para a água.</p> <p>O consumo de água na casa de Caio, nos três últimos meses, foi igual a 9 m^3, 18 m^3 e 36 m^3. Então, Caio pagou, em reais, respectivamente:</p> <p>a) 20,00; 39,20; 98,00 b) 10,00; 19,60; 49,00 c) 20,00; 40,00; 80,00 d) 18,00; 37,20; 96,00</p> <p>Fonte: MODERNA, 2016, p. 81.</p>	Consumo c de água	Valor V da conta (R\$)	$0 \text{ m}^3 < c \leq 10 \text{ m}^3$	$V = 10$	$10 \text{ m}^3 < c \leq 20 \text{ m}^3$	$V = 10 + (c - 10) \cdot 1,20 = V_1$	$20 \text{ m}^3 < c \leq 30 \text{ m}^3$	$V = V_1 + (c - 20) \cdot 1,50 = V_2$	$30 \text{ m}^3 < c$	$V = V_2 + (c - 30) \cdot 2,00$								
Consumo c de água	Valor V da conta (R\$)																		
$0 \text{ m}^3 < c \leq 10 \text{ m}^3$	$V = 10$																		
$10 \text{ m}^3 < c \leq 20 \text{ m}^3$	$V = 10 + (c - 10) \cdot 1,20 = V_1$																		
$20 \text{ m}^3 < c \leq 30 \text{ m}^3$	$V = V_1 + (c - 20) \cdot 1,50 = V_2$																		
$30 \text{ m}^3 < c$	$V = V_2 + (c - 30) \cdot 2,00$																		
<p>4 Funções definidas por partes</p> <p>Você sabe que a maioria dos trabalhadores brasileiros paga Imposto de Renda, que varia de acordo com a faixa salarial do trabalhador. Observe, para o ano 2015, a tabela que determina o valor desse imposto:</p> <table border="1" data-bbox="248 1193 518 1366"> <thead> <tr> <th>Base de cálculo mensal (em R\$)</th> <th>Alíquota (%)</th> <th>Parcela a deduzir do imposto (em R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Até 1 903,98</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>De 1 903,99 até 2 826,65</td> <td>7,5</td> <td>142,80</td> </tr> <tr> <td>De 2 826,66 até 3 751,05</td> <td>15</td> <td>354,80</td> </tr> <tr> <td>De 3 751,06 até 4 664,68</td> <td>22,5</td> <td>636,13</td> </tr> <tr> <td>Acima de 4 664,68</td> <td>27,5</td> <td>869,36</td> </tr> </tbody> </table>  <p>Fonte: SMOLE; DINIZ, 2017, p. 222.</p>	Base de cálculo mensal (em R\$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir do imposto (em R\$)	Até 1 903,98	0	0	De 1 903,99 até 2 826,65	7,5	142,80	De 2 826,66 até 3 751,05	15	354,80	De 3 751,06 até 4 664,68	22,5	636,13	Acima de 4 664,68	27,5	869,36	<p>5 Uma operadora de celular oferece dois planos a seus clientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plano I: valor fixo mensal de R\$ 80,00 para até 120 minutos de ligações locais. Caso o cliente exceda esse tempo, o custo do minuto adicional é de R\$ 1,20. Plano II: não há mensalidade e cada ligação local custa R\$ 0,80. <p>Para quantos minutos de ligações locais no mês é indiferente contratar qualquer um dos planos?</p> <p>Fonte: IEZZI et al., 2016, p. 117.</p>
Base de cálculo mensal (em R\$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir do imposto (em R\$)																	
Até 1 903,98	0	0																	
De 1 903,99 até 2 826,65	7,5	142,80																	
De 2 826,66 até 3 751,05	15	354,80																	
De 3 751,06 até 4 664,68	22,5	636,13																	
Acima de 4 664,68	27,5	869,36																	
<p>8 No quadro seguinte estão representados os valores do metro cúbico (m^3) de água praticados em residências de certo município, de acordo com a faixa de consumo.</p> <p>a) Determine o valor da conta de água de duas residências, R_1 e R_2, cujos consumos foram 28 m^3 e 35 m^3, respectivamente.</p> <p>b) Qual o consumo correspondente a uma conta de água no valor de R\$ 112,80?</p> <p>c) Qual é a lei da função que relaciona o valor total (v), em reais, ao consumo de x metros cúbicos.</p> <p>Fonte: IEZZI et al., 2016, p. 118.</p>	<table border="1" data-bbox="842 1559 1430 1713"> <thead> <tr> <th>Faixa de consumo (m^3)</th> <th>Tarifa (R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Até 20 m^3</td> <td>1,20 por m^3</td> </tr> <tr> <td>De 21 m^3 a 50 m^3</td> <td>1,80 por m^3 excedente</td> </tr> <tr> <td>Acima de 50 m^3</td> <td>2,90 por m^3 excedente</td> </tr> </tbody> </table>	Faixa de consumo (m^3)	Tarifa (R\$)	Até 20 m^3	1,20 por m^3	De 21 m^3 a 50 m^3	1,80 por m^3 excedente	Acima de 50 m^3	2,90 por m^3 excedente										
Faixa de consumo (m^3)	Tarifa (R\$)																		
Até 20 m^3	1,20 por m^3																		
De 21 m^3 a 50 m^3	1,80 por m^3 excedente																		
Acima de 50 m^3	2,90 por m^3 excedente																		



19 Uma caldeira foi ligada à zero hora, quando sua temperatura interna era $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. A partir daí, a temperatura aumentou proporcionalmente ao tempo à razão de $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ por hora, durante as 3 primeiras horas de funcionamento, e permaneceu constante após esse período, até as 18 horas do mesmo dia, quando a caldeira foi desligada. Dê a lei de associação que expressa a temperatura T da caldeira, em grau Celsius, em função do tempo x , em hora, durante o período em que ela esteve ligada.

Fonte: PAIVA, 2015, p. 167.

A partir da identificação de características comuns às tarefas presentes nos LDM (organizadas nos três grupos de tarefas) consideramos que três categorias emergiram a partir da identificação das características das tarefas organizadas nos três grupos e revelaram signos que nos auxiliaram a inferir a respeito da nossa pesquisa. Indicamos estas categorias pela letra maiúscula C seguida de numeração sequencial de 01 a 03 – C01: tarefas com comandos imperativos; C02: tarefas com comandos imperativos e um gráfico ou figura; C03: tarefas com situações-problema no enunciado. No tópico a seguir apresentamos cada uma das categorias, suas justificativas e características.

Discussão das categorias

De maneira geral, os enunciados presentes nas tarefas identificadas no Quadro 2 e que fazem parte do GT01 revelam a necessidade de produção de signos para determinar valores da imagem a partir de determinados pontos do domínio das funções, determinar o conjunto-solução das equações modulares e esboçar o gráfico de funções definidas por mais de uma sentença.

Em sua totalidade, considerando os signos presentes nos enunciados evidenciamos que as tarefas que se enquadram no GT01 apresentam linguagem algébrica que denota signos simbólicos. Para Peirce “um símbolo é um signo que se refere ao objeto que denota, em virtude de uma lei, normalmente uma associação de ideias gerais” (CP, 2.449)⁶. Para Niemeier (2003, p. 42) “mesmo onde a essência de um símbolo é a de livre associação, essa associação não é arbitrária, mas determinada por princípios pré-existentes, inerentes ao tipo de código a que

⁶ PEIRCE, C. S.; HARTSHORNE, C.; WEISS, P.; BURKS, A. **The Collected Papers of Charles Sanders Peirce**. IntelLex Corporation, 1994. (Aqui referido como CP; os números das citações referem-se aos volumes e parágrafos, respectivamente).

perence o signo”.

Entretanto como o símbolo perde sua característica sígnica se não há um interpretante, podemos inferir que é possível evidenciar relações entre objeto e interpretante por meio dos símbolos (ALMEIDA; SILVA, 2018). Nesse caso o símbolo “se faz representar no contexto de uma semiose particular, ou seja: tal como um determinado processo sígnico o torna conhecível” (SANTAELLA, 2008, p. 42).

De posse das tarefas desse grupo, de certo modo, pudemos evidenciar que os enunciados em geral têm características de comandos imperativos para o aluno e, também, evidenciamos que nessas tarefas espera-se que a solução seja determinada por um signo matemático específico (a escrita da lei de formação, a construção do gráfico, o cálculo de determinado ponto da imagem, conhecida a lei de formação e um ponto do domínio, entre outras), ou seja, espera-se que o aluno execute o comando dado no enunciado. Muito embora, as tarefas possam elucidar novos signos por parte dos alunos, não apresentam potencialidades para serem encaminhadas por meio da Modelagem Matemática.

Consideramos que as tarefas do GT01 - tarefas que apresentavam enunciados mais curtos e usando comandos imperativos, tais como: escreva, calcule, construa, faça, determine, entre outros – pertencem à categoria que denominamos “Tarefas com comandos imperativos”. Essa categoria denota uma ação imediata que os alunos devem executar para que signos se façam presentes. No Quadro 5 sintetizamos o que foi evidenciado na categoria C01.

Quadro 5: C01: Tarefas com comandos imperativos

Categoria	Código	Ocorrência
Tarefas com comandos imperativos	Escreva	LDM1, LDM2
	Calcule	LDM1, LDM2, LDM3 e LDM5
	Construa	LDM1, LDM3, LDM4
	Faça	LDM2
	Determine	LDM1, LDM2, LDM3
	Resolva	LDM2, LDM5
	Esboce	LDM2
	Use	LDM2
	Desenhe	LDM2
	Seja	LDM3
	Estude	LDM1

	Indique	LDM1
	Obtenha	LDM5
	Classifique	LDM5
	Represente	LDM5
	Corrija	LDM5

Fonte: Dados da pesquisa.

A segunda categoria que emergiu é intitulada “Tarefas com comandos imperativos e um gráfico ou figura” e engloba as tarefas que reunimos em GT02. As tarefas dessa segunda categoria apresentam enunciados semelhantes à da C01, todavia, a partir dos signos gráficos, os alunos devem escrever a lei de formação da função; ou dada as leis de formação das funções, desenhar o gráfico a elas associado; ou ainda para interpretar informações a partir da observação do signo gráfico da tarefa. Há a necessidade de fazer uma conversão entre os signos, alterando a atividade cognitiva.

Nas tarefas desta segunda categoria é apresentado um signo gráfico. Estes elementos parecem se configurar como signos icônicos, pois “não se assemelham de modo algum aos seus objetos quanto à aparência; a semelhança entre eles consiste apenas da relação entre suas partes” (CP, 2.282). Nestes casos, o uso dos signos gráficos dá a ideia de reforçar ao aluno uma característica comum de funções definidas por mais de uma sentença: a de funções deste tipo terem gráficos que não são uma única curva, mas uma “junção” de curvas.

Assim como na categoria anterior, as tarefas desta categoria possuem em seus enunciados comandos indicativos do que o aluno deve fazer. Embora nesse caso, os comandos indicativos sejam feitos de maneira indireta, pois como todas as tarefas desta categoria possuem signos figurais ou gráficos, a partir das requisições dos signos, entendemos que o foco do GT02 – tarefas que apresentavam comandos imperativos, como as tarefas de GT01, mas apresentavam também algum signo gráfico ou figural – seja permitir ao aluno articular a linguagem algébrica simbólica, a linguagem figural gráfica, icônica e indexical. Apresentamos o que foi evidenciado da categoria C02, “Tarefas com comandos imperativos e um gráfico ou figura”, no Quadro 6.

Quadro 6: C02: Tarefas com comandos imperativos e um gráfico ou figura

Categoria	Código	Ocorrência
Tarefas com comandos imperativos e um gráfico ou	“Observe a lei e o gráfico...responda as questões...”	LDM1
	“...conforme mostra o gráfico...escreva a lei...”	LDM1
	“Observe o gráfico e determine a lei...”	LDM1



figura	“Forneça a lei de cada uma das funções... cujos gráficos...”	LDM3
	“Seja f... representada no gráfico... qual é a lei...”	LDM3
	“Construir o gráfico da função [lei de formação dada] ...”	LDM4
	“... o gráfico que melhor representa a relação entre salário e número de produtos vendidos é...”	LDM4
	“...de acordo com o gráfico... qual é a função que expressa...”	LDM4

Fonte: Dados da pesquisa.

Já no GT03, que se relacionou à terceira categoria elaborada, uma das características é que a maioria das tarefas utilizou como recurso um quadro com informações relevantes para a situação. Duas tarefas utilizaram representações gráficas e duas tarefas utilizaram figuras para ilustrar a situação abarcada nos signos presentes. A partir das características que foram identificadas nesta última categoria de tarefas, nos chamou a atenção que as situações-problema estão próximas daquelas que podem ser associadas a situações do cotidiano dos alunos dessa faixa etária. No Ensino Médio, por exemplo, há pessoas que já estão se preparando para ingressar no mercado de trabalho e precisarão entender a respeito do imposto de renda, tributo pago ao governo, além de saber como é calculado o consumo de uma conta de água.

Embora as tarefas presentes nesta terceira categoria solicitem uma única solução e apresentam enunciado fechado parecem se aproximar que podem ser desenvolvidas seguindo encaminhamentos de atividades de modelagem matemática pela situação inicial que dela pode suscitar. Segundo Blum (2002),

[...] o ponto de partida é, normalmente, uma situação no mundo real. A simplificação, estruturação e esclarecimento da situação – de acordo com o conhecimento e os interesses do modelador – conduzem à formulação de um problema e de um modelo real da situação (BLUM, 2002, p. 152).

O que podemos conjecturar é que as tarefas desta categoria do jeito que são apresentadas possam imediatamente ser desenvolvidas como atividades de modelagem. As tarefas elaboradas para livros didáticos apresentam questionamentos de caráter mais fechado e direto e, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17), em atividades de modelagem

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução.

Esta categoria foi nomeada como “Tarefas com situações-problema no enunciado” pelas

suas características de explorarem objetos matemáticos a partir de diferentes situações-problema. Sintetizamos as evidências que sustentam esta categoria C03 no Quadro 7. E neste caso os códigos que selecionamos configuram-se como os temas das situações-problema explorados nas tarefas presentes nos cinco livros didáticos que analisamos.

Quadro 7: C03: Tarefas com situações-problema no enunciado

Categoria	Código	Ocorrência
Tarefas com situações-problema no enunciado	Cálculo do imposto de renda	LDM1, LDM3, LDM4 e LDM5
	Vendas de uma fábrica de bicicleta	LDM1
	Cálculo do consumo de água	LDM1 e LDM3
	Preço mais vantajoso em duas <i>lan house</i>	LDM1
	Preço mais vantajoso entre dois planos de uma operadora de celular	LDM3
	Preço promocional de amaciante no encarte de um supermercado	LDM4
	Quantidade de pessoas que fazem compra em um supermercado em qualquer um dos dias de um mês	LDM2
	Uma máquina industrial que consome determinada quantidade de óleo por hora dependendo o tipo de produção	LDM4
	Temperatura de uma caldeira no tempo em que esteve ligada	LDM4

Fonte: Dados da pesquisa.

Uma situação-problema oriunda de um LDM pode ser encaminhada por meio de uma atividade de modelagem quando esta apresenta dados e informações que se aproximam daqueles que fazem parte da vida dos estudantes. Afirmamos isso, pois conforme indicado por Blum (2002) o ponto de partida de uma atividade de modelagem é uma situação no mundo real, situações essas que identificamos na categoria C03, pois imposto de renda, cálculo do consumo de conta de água e preço mais vantajoso entre dois planos de uma operadora de telefone celular são exemplos de situações do cotidiano dos alunos.

Nas temáticas supracitadas, o professor pode solicitar aos alunos que realizem uma pesquisa em sites da internet ou em faturas que recebem na residência para inteirá-los da situação a ser investigada. A partir da inteiração, os alunos podem discutir em grupos os encaminhamentos para representar matematicamente as faixas de valores na análise do imposto de renda, na cobrança da tarifa de água e nas propostas das operadoras de telefone celular, conforme descrito e analisado na pesquisa de mestrado do segundo autor deste artigo (GOIS, 2019). Ao final das discussões e apresentação dos resultados, o professor sistematiza os conteúdos que emergiram e articula os diferentes signos presentes no desenvolvimento da

atividade àqueles apresentados no livro didático.

Com isso, entendemos que, conforme afirmam Almeida, Silva e Vertuan (2012), há necessidade do papel do professor enquanto orientador no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, ou seja, considerar as situações-problema presentes no livro didático e, a partir dela, elaborar um problema para ser investigado. O problema pode ser subsidiado na tarefa presente no livro didático de modo que os alunos considerem os dados que coletaram empiricamente ou por meio de pesquisa. Essa ação está atrelada ao fato de que:

a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos; b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que “vale tudo”; c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar não é despir-se da autoridade de professor (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 24).

Todavia entendemos que, mesmo considerando potencialidades que tarefas presentes em livros didáticos apresentam para ser encaminhadas como atividade de modelagem, cabe ao professor orquestrá-las de forma consciente seguindo ações empreendidas nessa tendência da Educação Matemática. Isso corrobora as afirmações da professora Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida em entrevista à edição temática *Modelagem Matemática no contexto da sala de aula* em que afirma: “Quem vai dizer se o que você fez é Modelagem Matemática, é você mesmo! Aprendemos a fazer Modelagem Matemática! Aprendemos a dar aula usando Modelagem Matemática” (SILVA; MALHEIROS, 2021, p. 28).

Nesse sentido, as situações-problema devem ser apresentadas aos alunos de modo que os procedimentos de resolução não estejam definidos de antemão, como o da Figura 1, e não há uma solução já conhecida, há necessidade de uma interpretação do que é apresentado ao aluno. Assim, podemos começar a delinear tais aspectos como indicadores das potencialidades de tarefas presentes em LDM para serem encaminhadas enquanto atividades de modelagem.

Considerações finais

Ao trazer para o debate possibilidades de evidenciar situações-problema, que tratam de funções definidas por mais de uma sentença, presentes em livros didáticos do PNL 2018, que têm potencial para serem encaminhadas enquanto atividades de modelagem matemática, não temos a pretensão de desmerecer aquelas em que se apresentam por comandos imperativos e com comandos imperativos e um gráfico ou figura. Pelo contrário, intentamos em apresentar possibilidades para o professor que almeja implementar atividades de modelagem em suas aulas

e tem dificuldade em escolher situações-problema para serem abarcadas em sala de aula. Tratamos de valorizar as tarefas presentes em livros didáticos e que possam subsidiar o encaminhamento de uma atividade de modelagem, seja pela temática que veicula, seja pela possibilidade de sistematização do objeto matemático.

Para trazermos reflexões para nossa investigação, analisamos cinco de oito coleções de LDM que foram aprovadas no PNLD 2018 do Ensino Médio, com foco no objeto matemático funções definidas por mais de uma sentença. À luz da semiótica peirceana, analisamos os signos presentes nos enunciados das tarefas e evidenciamos categorias de comandos apresentadas nos LDM. Por meio de uma análise documental amparada no quadro teórico relativo à Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para abarcar uma situação-problema advinda da realidade a partir de procedimentos matemáticos, vislumbramos potencialidades de tarefas que podem se configurar como situações-problema a serem empreendidas em sala de aula.

As análises dos LDM geraram um agrupamento inicial e três categorias de tarefas: com comandos imperativos; com comandos imperativos e um gráfico ou figura; com situações-problema no enunciado. A partir dessas categorias, inferimos que para selecionar situações-problema em LDM que podem ser encaminhadas por meio da modelagem, deve-se considerar situações com temas que se aproximam de dados reais que se articulem com experiências de vida dos alunos ou de pessoas próximas a eles.

Inferimos isso considerando os apontamentos de Blum (2002) e de Almeida, Silva e Vertuan (2012) em que uma atividade de modelagem trata de uma situação do mundo real que a partir de simplificações e investigações os alunos buscam investigar e saber mais a respeito. Além disso, em tais situações se desconhece previamente uma solução para o problema investigado e não há um objeto matemático específico que permita responder o problema estudado. Com isso, o professor pode levar em consideração tais características na busca por situações presentes em LDM que possam ser encaminhadas pela modelagem.

Diferentemente dos resultados da pesquisa de Carreta e Godoy (2018) que, fundamentados na Modelagem Matemática sob uma perspectiva sócio-crítica, ao analisar três coleções de livros didáticos aprovados no PNLD 2013 concluíram que tais livros “abordam de maneira insatisfatória propostas que contribuem para o desenvolvimento da Educação Matemática Crítica” (CARRETA; GODOY, 2018, p. 152), entendemos que tal abordagem não é isolada da figura do professor que faz uso do material e conhece os aportes teóricos e práticas da Modelagem Matemática. Isso pode ser justificado pelo fato de o LDM não ter sido planejado e desenvolvido considerando as diferentes tendências da Educação Matemática. Porém, entendemos que os autores precisam considerar aspectos de tais tendências na elaboração desses

materiais didáticos para que professores tenham maior subsídio no preparo e desenvolvimento de suas aulas.

Entendemos que neste artigo não deixamos evidenciadas as possibilidades de encaminhamentos para a atividade em sala de aula, pois para além de evidenciar situações-problema há de se considerar ações do professor e dos alunos como relatado em Gois (2019) e Gois e Silva (2021).

Referências

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A semiotic interpretation of the derivative concept in a textbook. **ZDM**. v. 50, n. 5, p. 881-892, 2018.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BLUM, W. ICMI Study 14: Applications and modeling in mathematics education – discussion document. **Educational Studies in Mathematics**. v. 51, p. 149–171, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos PNLD 2018: matemática: ensino médio**. MEC: Brasília, 2018. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-pnld/item/11148-guia-pnld-2018>. Acesso em: 14 jan. 2022.

CAMPOS, I. S. Quando o envolvimento dos alunos em projetos de modelagem matemática independe do interesse pelo tema. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 4, n. 6, p. 199-214, jan.-jun. 2015. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/456/356>. Acesso em: 14 jan. 2021.

CARRETA, C. L. A.; GODOY, E. V. O Programa Nacional do Livro Didático: um olhar sociocrítico para a abordagem do conceito de função. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 7, n. 13, p. 152-180, jan.-jun. 2018. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/558/456>. Acesso em: 14 jan. 2021.

CEOLIM, A. J. **Modelagem Matemática na Educação Básica: obstáculos e dificuldades apontados por professores**. 2015. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. Livro didático de matemática: Análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. **Vidya**, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010.

DANTE, L. R. **Matemática: contextos e aplicações – ensino médio, volume 1**. 3ª ed., São Paulo: Ática, 2017.

D'AMORE, B.; PINILLA, M. I. F.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Editora da Livraria da Física, 2015.

ELFRINGHOFF, M. S.; SCHUKAJLOW, S. What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. **Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática**, Lisboa, v. 30, n. 1, p. 8-30, 2021. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/23861>. Acesso em: 14 jan. 2022.

ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In HIRSCH, C. (Ed.). **Annual perspectives in mathematics educations**: Mathematical Modeling Mathematics. p. 187-195. Reston: NCTM - National Council of Teachers of Mathematics., 2016.

GOIS, V. H. dos S. **Livro didático e atividades de modelagem matemática**: algumas articulações. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), UTFPR, Londrina, 2019.

GOIS, V. H. S.; SILVA, K. A. P. Livro didático e modelagem matemática: articulações possíveis. **Educação Matemática em Revista - RS**, v. 1, n. 22, p. 129-140, 2021.

GOIS, V. H. S.; SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Análise da Produção Escrita de estudantes do Ensino Superior: uma abordagem semiótica. **Alexandria: R. Educ. Ci. Tec.**, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 255-278, maio. 2019.

GONÇALVES, A. O.; CORRÊA, R. L. T. O livro didático de matemática e cultura escolar em pesquisas: primeiras aproximações. **Revista Diálogo Educacional** (PUCPR. Impresso), v. 16, p. 554, 2016.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática**: ciências e aplicações – ensino médio, volume 1. 9ª ed., São Paulo: Saraiva, 2016.

LOPES, W. S. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função**: uma proposta de ensino. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2015.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Planejamento de atividades de modelagem matemática: um caminho possível. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 1, p. 1-24, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2262>. Acesso em: 14 jan. 2022.

MODERNA (Org.). **Conexões com a Matemática**. 3ª ed., São Paulo: Moderna, 2016.

NIEMEYER, L. **Elementos de Semiótica aplicados ao design**. Rio de Janeiro: 2AB, 2003.

NÖTH, W. **Panorama da semiótica**: de Platão a Peirce. 4. ed. São Paulo: Annablume, 2008.

O'HALLORAN, K. A Multimodal approach for theorizing and analyzing mathematics textbooks. *In: SCHUBRING, G.; FAN, L.; GERALDO, V. (eds.). Proceedings of the Second International Conference on Mathematics Textbook Research and Development.* Rio de Janeiro: Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, p. 26-48, 2018.

OLIVEIRA, A. M. P. **Modelagem Matemática e as tensões nos discursos dos professores.** 2010. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Bahia, 2010.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a semiotic point of view. **PME International Conference**, 25, University of Utrecht, The Netherlands, 2001.

PAIVA, M. **Matemática:** Paiva. 3ª ed., São Paulo: Moderna, 2015.

PEIRCE, C. S. **Semiótica.** Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. v. 46. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PEIRCE, C. S. **Semiótica e Filosofia:** textos escolhidos. São Paulo: Cultrix, 1972.

PINTO, T. F.; ARAÚJO, J. de L.. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo (SP), v. 12, n. 2, p. 1-25, mar. 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2933>. Acesso em: 14 jan. 2021.

PIRES, M. N. M.; SILVA, K. A. P.; GOMES, J. C. S. P. Formação de professoras dos anos iniciais em Modelagem Matemática. **Sisyphus Journal of Education**, v. 9, n. 2, p. 154-180, 2021. Disponível em: <https://doi.org/0.25749/sis.21788>. Acesso em: 14 jan. 2021.

SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. Constructing knowledge seen as a semiotic activity. *In: SÁENZ-LUDLOW, A; KADUNZ, G. (Org.). Semiotics as a Tool for Learning Mathematics: how to describe the construction, visualisation, and communication of mathematical concepts.* Netherlands: Sense Publishers, 2016. p. 1-21.

SAJKA, M. A secondary school student understands of the concept of function – a case study. **Educational Studies in Mathematics**, v. 53, p. 229-254, 2003.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica.** 27. reimpr. da 1. ed. de 1983. v. 103. São Paulo: Brasiliense, 2008. (Coleção Primeiros Passos).

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada.** São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SANTOS NETO, J. G.; MACHADO, F.M. A Semiótica e o processo de significação: uma análise da propaganda da Coca-cola. **Ecom**, v. 4, p. 1-12, 2014.

SCALCO, K. C.; CORDEIRO, M. R.; KIILL, K. B. Representações Presentes nos Livros Didáticos: Um Estudo Realizado para o Conteúdo de Ligação Iônica a Partir da Semiótica Peirceana. **Química Nova na Escola**, v. 37, n. 2, p. 134-142, 2015.

SILVA, J. L.; MIRANDA, F. A. M.; FONTES, M. M. Uma análise semiótica de função do

primeiro grau no livro didático de Matemática. In: **Encontro Nacional De Ensino De Matemática**, v. 12, São Paulo: Cruzeiro do Sul, p. 1-12, 2016.

SILVA, K. A. P. da; MALHEIROS, A. P. dos S. Entrevista: um caminho para a prática de sala de aula e para a pesquisa sob o olhar da professora Lourdes Maria Werle de Almeida. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 10, n. 23, p. 13-29, set.-dez. 2021. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1245>. Acesso em: 14 jan. 2021.

SILVA, K. A. P. da; TORTOLA, E.; KOGA, M. A.; KOGA, M. F. Abordagem Documental do Didático no planejamento e na implementação de uma atividade de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 3, p. 33-69, 2021.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo?. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 1, 2014. Disponível em: <http://posgrad.ulbra.br/periodicos/index.php/acta/article/view/1028>. Acesso em: 14 jan. 2021.

SILVA, L. M. da; VERONEZ, M. R. D. Modelagem matemática: uma interpretação a partir de lentes semióticas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 10, n. 23, p. 263-282, set.-dez. 2021. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1143/919>. Acesso em: 14 jan. 2021.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo 1**. 1ª ed., São Paulo: Saraiva, 2017.

STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P.; GEIGER, V. Facilitating mathematisation in modelling by beginning modellers in secondary school. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. New York: Springer, 2015. p. 93-104.

Recebido em: 14 de janeiro de 2022
Aprovado em: 25 de março de 2022