revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

# Comparação de frações com alunos do 4º e 5º ano: uma abordagem através da Resolução de Problemas

**DOI:** https://doi.org/10.33871/rpem.2025.14.35.10845

Kamila Benedet Salvalaio[1]
Janaína Poffo Possamai[2]

**Resumo:** Este artigo apresenta uma prática de ensino desenvolvida em uma turma multisseriada de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de investigar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a compreensão do conceito de fração e da comparação entre frações. A pesquisa, de cunho qualitativo, caracteriza-se como uma intervenção pedagógica e foi conduzida por uma professora substituta, tendo como ponto de partida a pergunta geradora "O que é ¼?". A metodologia adotada permitiu que os estudantes se engajassem em um processo investigativo contínuo, por meio de discussões individuais, em pequenos grupos e em plenária com a turma toda, com mediações da professora. As análises evidenciaram fragilidades na compreensão inicial do conceito de fração, muitas vezes limitado à memorização de procedimentos. No entanto, à medida que os estudantes participaram ativamente da construção coletiva do conhecimento, observou-se o desenvolvimento da argumentação, da escuta e da capacidade de estabelecer conexões conceituais. A prática revelou que o uso da metodologia em ciclos favorece a aprendizagem relacional e contribui para a formação de estudantes mais autônomos e críticos.
**Palavras-chave:** Ensino de frações. Resolução de Problemas. Educação Matemática. Anos Iniciais.

# Comparison of fractions with 4th and 5th grade students: an approach through Problem Solving

**Abstract:** This article presents a teaching practice developed in a multigrade 4th and 5th grade elementary school classroom, with the aim of investigating how the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving can contribute to understanding the concept of fractions and the comparison between fractions. This qualitative research is characterized as a pedagogical intervention and was conducted by a substitute teacher, starting from the guiding question "What is ¼?". The adopted methodology enabled students to engage in a continuous investigative process through individual discussions, small group work, and whole-class plenary sessions, mediated by the teacher. The analysis revealed weaknesses in the initial understanding of the concept of fractions, which was often limited to the memorization of procedures. However, as students actively participated in the collective construction of knowledge, the development of argumentation, active listening, and the ability to establish conceptual connections was observed. The practice showed that using the methodology in cycles fosters relational learning and contributes to the development of more autonomous and critical students.
**Keywords:** Teaching fractions. Problem Solving. Mathematics Education. Early Years.

[1] Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Regional de Blumenau. E-mail: kamilabenedet@gmail.com - ORCID: https://orcid.org/0009-0005-2636-2223
[2] Pós-doutorado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina. Professora do departamento de Matemática e o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau. E-mail: janainap@furb.br - ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3131-9316

## 1 Introdução

Com o avanço das pesquisas em Educação Matemática, o uso de metodologias ativas tem se revelado um caminho promissor para o desenvolvimento de competências matemáticas. Valente (2018, p. 26) destaca que "[...] na metodologia ativa, o aluno assume uma postura mais participativa, na qual ele resolve problemas, desenvolve projetos e, com isso, cria oportunidades para a construção de conhecimento". O autor argumenta que as metodologias ativas valorizam a participação ativa do estudante no processo de ensino "[...] envolvendo-o na aprendizagem por descoberta, investigação ou resolução de problemas" (Valente, 2018, p. 27).

> As metodologias ativas dão ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor (Moran, 2018, p. 4).

Em consonância com princípios associados às metodologias ativas, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Allevato; Onuchic, 2021) organiza o trabalho em sala de aula tomando o problema como ponto de partida, com participação dos estudantes e mediação do professor no desenvolvimento das ideias matemáticas. Com a metodologia "percebe-se que os estudantes estão envolvidos em um trabalho ativo e, na maior parte do processo, são eles os maiores responsáveis pela construção de sua aprendizagem" (Possamai *et al.*, 2021, p. 48).

Neste sentido, este estudo, apresenta uma prática de ensino vivenciada por uma professora substituta em uma turma multisseriada de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental de uma escola municipal. A prática realizada utilizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para avançar no conhecimento dos estudantes sobre o conceito de fração e sobre a comparação entre frações. Por meio de uma pesquisa qualitativa do tipo intervenção pedagógica, foram analisados os comportamentos e respostas dos alunos, buscando compreender como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas influenciou suas aprendizagens.

## 2 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas

Os estudos sobre o ensino de Matemática têm se expandido ao longo dos anos, incorporando metodologias que buscam deslocar o foco da simples transmissão de conteúdos para práticas que promovam a participação ativa dos estudantes. No entanto, conforme destaca

Allevato (2014), muitos professores ainda concentram suas práticas em ensinar os conceitos e, posteriormente, os estudantes resolvem exercícios relacionados ao assunto estudado; ou seja, o professor ensina Matemática para o aluno resolver problemas.

> Essa é, ainda atualmente, a concepção mais presente nas salas de aula e nos livros texto de Matemática, mas pode levar a configurar a resolução de problemas como uma atividade que os alunos só podem realizar após a introdução de um novo conceito, ou após o treino de alguma habilidade de cálculo ou algoritmo (Allevato, 2014, p. 213).

Essa visão, embora frequente, limita as possibilidades da utilização dos problemas para a construção de novos conceitos matemáticos. Adotando uma perspectiva diferente, neste estudo considera-se que os problemas possam ser utilizados em sala de aula para além da prática de exercitar conceitos já aprendidos, uma vez que “[...] os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática” (Van de Walle, 2009, p. 57). Portanto, considera-se problema como “tudo aquilo que não se sabe fazer mas que se está interessado em resolver” (Onuchic, 1999, p. 215).

Os problemas, quando utilizados de maneira adequada, podem atuar como ponto de partida para o ensino e a aprendizagem de novos conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, é fundamental que o professor evite prescrever aos estudantes métodos ou regras específicas para a obtenção da solução, permitindo que mobilizem seus conhecimentos prévios, formulem hipóteses e desenvolvam estratégias próprias. Essa postura valoriza o processo de investigação e a construção de significados, contribuindo para a compreensão matemática e o desenvolvimento da autonomia dos estudantes (Allevato; Onuchic, 2021).

Esse tipo de abordagem cria condições para que os estudantes se envolvam ativamente na construção do conhecimento matemático.

> Enquanto os estudantes estão ativamente procurando relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessária e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas (Van de Walle, 2009, p. 57).

Nesse sentido, Van de Walle (2009) também descreve que um problema direcionado para a aprendizagem matemática deve possuir três características fundamentais: o problema deve começar onde os alunos estão; o aspecto problemático ou envolvente do problema deve estar relacionado à Matemática que os alunos vão aprender; a aprendizagem matemática deve requerer justificativas e explicações para as respostas e os métodos.

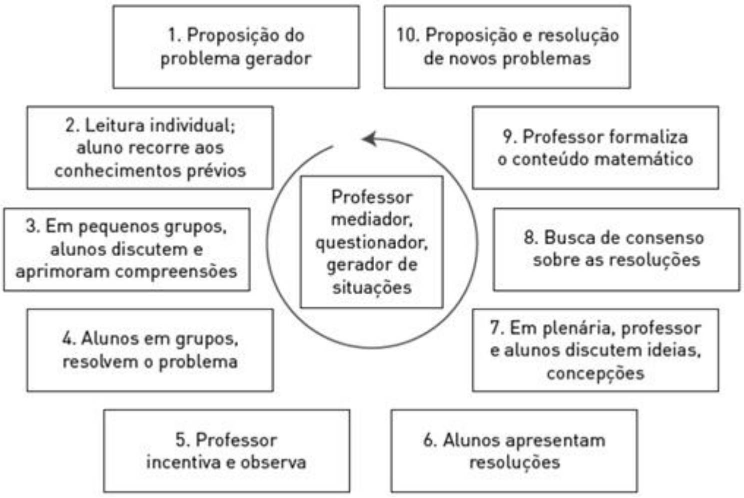
Esse problema, que pode ser denominado como gerador, possibilita aos alunos buscarem estratégias conhecidas por eles como ponto de partida para explorar novos conhecimentos e construir aprendizagens que contribuam para obter a solução do problema apresentado. Diferentemente de exercícios que apenas requerem a aplicação de procedimentos já ensinados, os problemas instigam a reflexão e o engajamento com novas ideias, pois não apresentam um caminho único ou previamente definido para sua resolução.

Um problema é considerado gerador quando promove um movimento investigativo por parte dos estudantes, desafiando-os a compreender a situação proposta, levantar hipóteses, estabelecer conexões e argumentar sobre possíveis resoluções (Allevato; Onuchic, 2021). Ele não parte da exposição direta de um conteúdo, mas cria uma demanda genuína por novos saberes, funcionando como ponto de partida para o desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Sem a utilização de regras ou métodos pré-estabelecidos, "os estudantes não são condicionados por exemplos, mas mobilizam seus conhecimentos prévios e estabelecem conexões, apresentando resoluções ou obtendo soluções que, por vezes, surpreendem o professor, podendo incluir estratégias não previstas" (Allevato *et al*., 2024, p. 3). Nesse processo, o professor atua como mediador, acompanhando e incentivando as diferentes formas de pensar e argumentar, criando um ambiente em que o erro e a diversidade de estratégias são compreendidos como parte do processo de aprendizagem.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas apresenta uma proposta de organização para a sala de aula orientada por dez etapas, conforme se apresenta na Figura 1:

**Figura 1:** Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas




Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

A etapa 1 trata do problema gerador que "[...] visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento" (Allevato; Onuchic, 2021, p. 49), ele é o ponto de partida. Após a apresentação do problema gerador é realizada a leitura do problema, entre as etapas dois e cinco, os alunos de forma individual ou coletiva realizam a discussão da resolução do problema, nesse momento o professor observa os alunos, estimula a compreensão e "auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança nas condições dos alunos" (Allevato; Onuchic, 2021, p. 49). Na sexta etapa os alunos apresentam as soluções encontradas, na sétima e oitava, em conjunto, professor e alunos, discutem as ideias buscando um consenso em relação às soluções apresentadas. Na etapa nove o professor realiza a formalização do conteúdo matemático e na décima etapa é realizada a resolução de novos problemas.

A exploração da relação entre a resolução de problemas e a compreensão conceitual mostra-se particularmente relevante em tópicos complexos, como as frações, em que não é possível distinguir se o aluno de fato compreendeu o conceito ou se apenas está repetindo os procedimentos ensinados previamente pelo professor. Utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema gerador se torna o elemento principal da aula, os alunos são colocados a pensar e estruturarem suas respostas a partir do que eles de fato já conhecem e avançam construindo novos conhecimentos.

Quando os estudantes se sentem seguros para compartilhar suas ideias, o professor obtém maior clareza sobre o que compreendem e sobre quais conceitos ainda precisam ser retomados e aprofundados. Ao ensinar através da resolução de problemas, o professor passa a ouvir o que seus estudantes têm a dizer e a incentivar a participação nas discussões, pois "[...] os alunos desejarão compartilhar mais as suas ideias durante as discussões" (Van de Walle, 2009, p. 67).

Especialmente para desenvolver a ideia de fração, é necessário que os estudantes construam compreensões sobre partes fracionárias, isto é, sobre as partes de um todo repartido em porções iguais. Nessa perspectiva, o compartilhamento de ideias pode compor um ponto de partida para o desenvolvimento conceitual, pois favorecem a discussão, a justificativa e o registro das decisões tomadas durante a resolução (Van de Walle, 2009). Ao lidarem com sobras e com a necessidade de subdividir itens, os estudantes atribuem significado às representações fracionárias, articulando a ação de repartir com a escrita de frações.

Assim, no desenvolvimento conceitual, "pouco importa se exigimos que os estudantes aprendam os termos oficiais numerador e denominador imediatamente ou se, temporariamente, aceitam apenas 'o número superior' e 'o número inferior'. O que importa é que os estudantes entendam que o significado dos dois números é dado por sua posição" (Smith, 2002, p. 7, tradução nossa).

Além disso, a noção de inteiro (todo/unidade) precisa ser tratada de modo explícito, pois o repertório construído com números naturais tende a fixar a unidade "um" como um único objeto. Em frações, porém, a unidade de referência pode ser redefinida conforme a situação: pode corresponder a um conjunto de objetos, a uma unidade composta ou a um agrupamento tomado como "um" para fins de comparação e de partilha. Nessa direção, "a unidade 'um' sempre se refere a um único objeto. Em frações, no entanto, a unidade pode consistir em mais de um objeto ou pode ser uma unidade composta, ou seja, pode consistir em vários objetos empacotados como um" (Lamon, 2008, p. 16, tradução nossa).

Quando essas ideias forem compreendidas, pode-se considerar que os estudantes dispõem de referências para interpretar frações como relações entre partes e todo, identificando a unidade envolvida e atribuindo significado à posição dos números na escrita fracionária. A partir daí, a comparação de frações deixa de depender apenas de procedimentos e passa a se apoiar em argumentos construídos na resolução de problemas, como analisar se os inteiros são os mesmos, se as partes têm o mesmo tamanho, quais repartições foram feitas e qual unidade está sendo tomada como referência. Desse modo, a Resolução de Problemas constitui um encaminhamento para retomar, articular e mobilizar essas compreensões em situações de comparação, justificativa e tomada de decisão.

## 3 Comparação de frações com alunos do 4º e 5º ano

A partir de uma pergunta geradora iniciou-se a prática. No quadro foi escrita a seguinte pergunta "O que é ¼?". Os alunos foram incentivados a responder esse questionamento utilizando palavras, desenhos ou contas, conforme preferissem. Nesse momento, os alunos ficaram um pouco confusos e questionaram como eles iriam explicar o que aquilo representava. A professora esclareceu que não havia um único modo de responder e que poderiam utilizar qualquer recurso que os ajudasse a expressar seu entendimento.

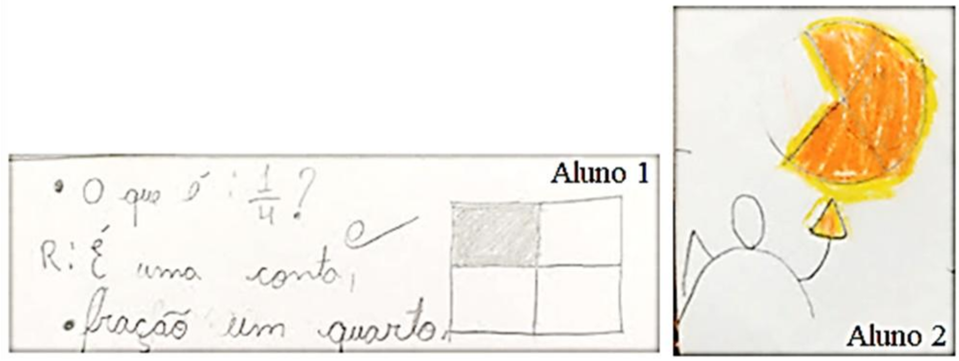
Foi concedido um tempo para que elaborassem suas produções, e àqueles que diziam não saber o que ¼ representava, a professora perguntou se já haviam visto aquela representação antes, incentivando-os a escrever o que lhes viesse à mente ou a dialogar com colegas para juntos, formularem uma resposta possível. Esse momento evidenciou a natureza aberta e provocativa da pergunta proposta, típica de um problema gerador, que não visa uma resposta única, mas a mobilização de conhecimentos e experiências anteriores.

A maioria dos estudantes respondeu apenas que se tratava de uma fração. Diante disso, a professora questionou se seria “só isso”, instigando-os a ampliar a reflexão. As reações incluíam expressões como “Pode ser mais coisa?” e “Posso escrever mais?”, revelando uma expectativa por validação e a crença de que havia uma única resposta correta. Embora os alunos a classificassem como uma pergunta simples, também a consideraram difícil de ser respondida, o que evidencia o caráter desestabilizador e formativo da proposta.

Depois desse momento de construção, a professora listou no quadro o que os alunos relataram que representava “1/4”. A definição deles foi que é uma fração, que representa um quarto, uma conta e números. No momento da listagem, dois alunos pediram para realizarem o desenho da representação dessa fração. A

Figura **2** representa as respostas dos alunos. O primeiro utilizou um quadrado, e o outro utilizou a representação de uma pizza, na qual um boneco estava comendo uma fatia (representando ¼ da pizza).

**Figura 2:** Ilustrações dos alunos indicando suas respostas




Fonte: do Autor.

Quando a turma foi questionada se as representações estavam corretas, os alunos responderam afirmativamente para ambas. Em relação ao desenho da pizza, um deles complementou com uma explicação espontânea: “Tinha uma pizza com quatro pedaços e veio um moleque, foi lá e botou para dentro”. A partir disso, a professora perguntou: “E quanto o moleque comeu da pizza?”, ao que responderam, sem hesitar: “Um quarto”.

A sequência de perguntas buscou aprofundar a compreensão da notação ¼. Para isso, questionou-se: “1/4 representa números ou número?”. A resposta majoritária foi “números, representa o um e o quatro”, evidenciando uma compreensão inicial centrada nos elementos visuais da escrita fracionária, mais do que no valor numérico que ela expressa.

A compreensão limitada de frações costuma estar associada a equívocos que se mantêm quando o trabalho com esse conteúdo se restringe à aplicação mecanizada e à repetição de regras, sem discussão de significados e justificativas. Nessa direção, Van de Walle (2009) indica que um dos equívocos recorrentes ocorre quando os estudantes interpretam numerador e denominador como números naturais analisados separadamente, o que dificulta reconhecer a fração como um único valor.

Nesse momento, alguns estudantes afirmaram que a fração também poderia representar letras, o que gerou discussão na turma. Diante do burburinho, a professora interveio com outra pergunta: “São letras ou não são letras?”. Um dos estudantes respondeu: “Nesse caso não são letras, poderia ser, mas nesse caso não tem letra ali”. A partir desse comentário, os demais concordaram e a turma entrou em consenso de que, naquela situação, a representação não envolvia letras, e que listá-las como parte da fração não era adequado.

Essa troca de ideias reforça o caráter exploratório da atividade: ao lidar com diferentes interpretações e representar graficamente a fração, os estudantes foram levados a articular significados, confrontar ideias e negociar sentidos, reconhecendo limites e possibilidades da notação matemática. O ambiente criado favoreceu não apenas a construção conceitual, mas também o desenvolvimento da argumentação e da escuta, elementos centrais em práticas pautadas pela resolução de problemas.

Então, a resposta para a pergunta “O que é ¼?” foi: fração, um quarto, conta e números. Após responderem a essa pergunta, colocou-se outro questionamento no quadro: “Por que ¼ representa números?”. A primeira resposta obtida foi “é que para a conta ser feita nós precisamos de números”. Continuou-se então fazendo a pergunta, só que com outras palavras, reformulando a frase verbalmente: “Vocês me disseram que um quarto representa números, conseguem explicar melhor sobre isso?”. Nesse momento, orientou-se que eles conversassem com os colegas para juntos chegarem a alguma conclusão. Eles então começaram a andar pela sala e discutir em pequenos grupos, conforme seu grau de afinidade.

Uma das conclusões espontâneas dos estudantes, após a discussão inicial, foi que “um tal cara descobriu os números”. A partir disso, um aluno levantou uma nova questão: “Qual o nome do cara que criou os números ou as contas?”. A professora esclareceu que os números surgiram da necessidade de contar, medir e registrar, e que não há uma única pessoa responsável por sua criação. Outro aluno, escutando a conversa, acrescentou: “Os números foram criados antigamente porque eles precisavam cobrar impostos. Eles criaram os estados que tinham os trabalhadores, daí eles tinham que ganhar dinheiro para poder pagar impostos. E para pagar os impostos eles tinham que ter dinheiro e, para ter dinheiro, tem que ter número. Então, os números foram feitos para cálculo e impostos”.

Dando sequência ao raciocínio, os estudantes passaram a questionar o motivo da criação do dinheiro. Para explorar essa questão, a professora propôs uma situação concreta: “Se eu quisesse trocar este estojo por esta borracha, seria justo?”. A turma respondeu que não. Esse exemplo serviu de base para introduzir brevemente a ideia de equivalência nas trocas e a necessidade de um sistema de valor comum, o que levou à criação do dinheiro.

Na retomada da pergunta “Por que ¼ representa números?”, os alunos contaram novamente a história dos números e disseram: “É uma conta, então tem números”. Continuaram apenas repetindo as respostas já mencionadas anteriormente. Nesse momento a professora explicou que a fração ¼ representa um número, e eles questionaram: “Ué, mas não representava uma conta?”. A professora disse que sim, que ela é um número e representa uma conta. Eles, no início, estranharam um pouco e questionaram: “¼ é o mesmo que 1,4?”. Explicou-se que não, que os algarismos 1 e 4 nesses dois casos estão sendo utilizados para representar números diferentes, que até existe um número decimal que representa a fração ¼, mas que não utiliza os mesmos algarismos. Para não os confundir, apenas orientou-se que toda fração representa um número.

Esse esclarecimento levou a uma nova pergunta feita pelos próprios estudantes: “Se esse é um número, quem vem antes desse?”. A partir dessa provocação, deu-se início a comparação entre frações, aproveitando o interesse e a curiosidade do grupo. Para isso, propôs-se a questão: “Quem é o número maior: ¼ ou 5?”. Imediatamente surgiram diversas respostas: alguns diziam que ¼ era maior, outros afirmavam que o 5 era maior e houve ainda quem dissesse que os dois eram iguais.

Diante da diversidade de opiniões, a professora incentivou que os estudantes conversassem entre si e tentassem chegar a um posicionamento coletivo. A sala rapidamente se dividiu em dois grupos: um que defendia que ¼ era maior e outro que sustentava que o 5 era o maior. O embate de ideias evidenciou não apenas as concepções prévias sobre o significado das frações, mas também o potencial do conflito cognitivo como ponto de partida para a aprendizagem.

Alguns alunos procuraram a professora para defender suas respostas. Um deles, que pediu para ser chamado de Beijamin, afirmou: “Na fração nós temos quatro pedaços e tiramos um, então ¼ seria menor, nesse caso o cinco é o maior. No começo eu até achei que eram iguais porque o 1 + 4 é 5, mas o um quarto representa uma fração de quatro pedaços”. Um colega ouviu essa resposta e perguntou se ele estava correto. Perguntou-se a ele: “Não sei. A qual conclusão você chegou? Você concorda com a resposta do seu amigo?”. E ele respondeu: “É cinco, porque se for para somar 4 + 1 é 5, então o resultado é o mesmo número. Mas, se for assim (apontando para a pergunta), é o cinco”. Sem entender o que ele estava querendo dizer, perguntou-se: “Como assim?”. E ele respondeu que, na pergunta escrita, o ¼ estava aparecendo primeiro, e, se a professora tinha escrito os números em ordem, o 5 teria que ser o maior. Perguntou-se então: “E quem garante que eu escrevi o número menor primeiro?”. Ele ficou pensativo e não deu mais nenhuma resposta.

Um terceiro garoto, que escolheu ser chamado de Bob Esponja, procurou a professora e falou: “Sabe por que eu acho que é um quarto? Porque eu consigo contar 1, 2, 3, 4, 5 e até mil ou bem mais, e o um quarto não aparece, então ele vai bem mais lá para frente. Por isso, o um quarto é maior”. Nesse momento, alguns alunos ouviram essa explicação e aplaudiram, concordando com essa afirmação.

Decidiu-se então fazer uma espécie de votação. Chamou-se Beijamin e Bob Esponja para que, na frente da turma, defendessem suas explicações para todos. Ouviu-se atentamente a explicação de ambos, que será relatada no Quadro 1:

**Quadro 1 –** Descrição da explicação dos alunos

| **Beijamin** | **Bob Esponja** |
|---|---|
| O cinco é o maior por causa que o 5 é simplesmente o cinco, mas o um quarto se você perceber ele é feito de uma fração, eu até pensei que seria 4 + 1 que daria cinco, mas não porque esse 4 vem de quatro fatias, que a gente dividiu que no exemplo da pizza eu comi um. Então não poderia ser um quarto e sim o cinco. | Eu consigo contar 1, 2, 3, 4 e 5. Consigo saber que antes do 5 é 4 e antes dele é o 3, 2, 1 e depois o zero. E depois do 5 é o 6 e se a gente contasse e até mil, até cem ou até um monte. Ai 5 ou 6, quem é o maior? Claro que o 6 e se a gente contar, contar e contar mil é maior do que cinco e bem mais lá para frente deve ter um quarto. É por isso que eu acho que um quarto é o maior. |

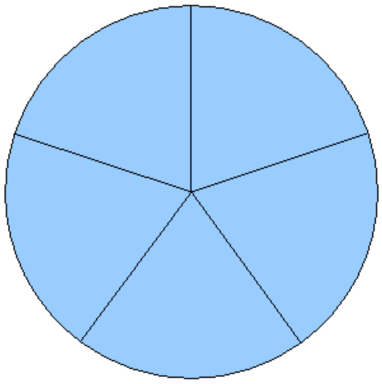
Fonte: Acervo de pesquisa.

Levou-se, então, para o grande grupo a questão: “Vamos analisar as afirmações dos colegas. Beijamin falou que o 5 é o maior, fazendo referência ao pedaço de pizza, enquanto Bob Esponja disse que, se ele contar até mil, ele não chega até um quarto, por isso deve ser um número muito grande. Agora, precisamos decidir qual dos dois é maior?” Nesse momento, percebeu-se que os alunos não estavam prestando atenção nas explicações e estavam torcendo pela pessoa que havia respondido. Novamente, repetiu-se a resposta dos dois e reforçou-se: “Estamos votando na resposta da pergunta e não na pessoa”.

Fez-se uma votação, e 16 pessoas concordaram que ¼ é maior que 5, enquanto 4 pessoas concordaram que 5 é maior do que ¼. Em seguida, utilizou-se o exemplo de fatias de pizza para apoiar a compreensão dessa comparação.

Para representar o número 5, foi solicitado para que alguém voluntariamente fosse até o quadro e desenhasse a representação do número 5. Um aluno foi até o quadro e realizou a divisão em cinco partes. Perguntou-se: “Se estamos falando de fatias de pizza, quantas fatias a pessoa que comeu cinco irá comer?” Ele respondeu: “Todas.” Perguntou-se então: “E todas são quantas?” Ele respondeu: “São cinco.” Nesse momento, como pode ser observado na Figura 3, ele pintou todas as fatias. Com as representações realizadas, eles concluíram que o cinco seria o maior, pois, em comparação com a pizza anterior, eles comeriam mais fatias.

**Figura 3:** Representação elaborada por um aluno



Fonte: do Autor.

Essa produção revela que o aluno compreende a necessidade de estabelecer um inteiro como referência e de realizar divisões em partes iguais, elementos centrais para a construção da ideia de fração. O desenho também evidencia o uso de uma representação própria para justificar o raciocínio desenvolvido, aspecto valorizado nas discussões em sala e no processo de resolução de problemas. Nesse sentido, a representação do número 5 não está correlacionada diretamente ao número natural cinco, mas à representação de um inteiro dividido em cinco partes iguais.

Nesse momento, retomou-se a ideia de fração, ressaltando que ela representa uma relação entre uma parte e um inteiro definido, a partir de uma partição de mesma medida. A professora explicou que a fração pode representar, por exemplo, uma parte de uma pizza, de uma barra de chocolate, de uma mesa ou ainda uma parte de um conjunto, como a quantidade de estudantes em uma sala. Assim, a fração expressa “parte de um todo”, sendo necessário explicitar, em cada situação, qual é o inteiro tomado como referência.

Ao abordar a fração ¼, destacou-se que ela indica que algo foi dividido em quatro partes iguais, e que se está considerando uma dessas partes. Para aprofundar essa ideia, a professora perguntou: “Quantos ‘algos’ esse ¼ representa?”. Os estudantes prontamente responderam “quatro”, sugerindo que ¼ equivaleria a quatro unidades. Diante disso, a professora retomou a explicação, reforçando que não se trata de quatro coisas, mas sim de um único “algo” que foi dividido em quatro partes iguais, sendo considerada apenas uma delas.

Para tornar a explicação mais concreta, foram utilizados exemplos com objetos do cotidiano: um apagador, uma garrafa de água, um caderno. Questionou-se, por exemplo, como representar ¼ de uma garrafa ou ¼ de um caderno, estimulando os estudantes a visualizarem a fração em diferentes contextos e a compreenderem a ideia de unidade referencial.

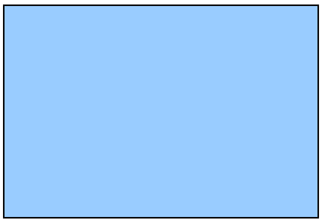
Esse episódio, ressalta a importância de propor situações em que os estudantes trabalhem com inteiros de naturezas distintas, variando formas e tamanhos, bem como com quantidades contínuas e discretas (Smith, 2002). Esse encaminhamento contribui para que a fração seja compreendida em relação à unidade e ao todo de referência. Ao mesmo tempo, essa ideia costuma demandar atenção, porque o “todo” não é fixo: ele precisa ser definido em cada problema e pode mudar conforme a escolha da unidade, o que frequentemente leva os estudantes a comparações e interpretações inconsistentes quando essa referência não está explicitada.

Esse movimento permitiu reforçar que o significado de uma fração depende do todo ao qual ela se refere, e que ¼, por si só, não tem um valor absoluto, ele precisa estar associado a uma unidade. A partir dessas discussões, os estudantes começaram a reformular suas concepções iniciais e a construir um entendimento mais relacional e contextualizado das frações.

Com o objetivo de ampliar a discussão sobre o significado das frações, a professora perguntou à turma: “Quem é maior, ¼ ou 1?”. Um dos estudantes respondeu: “O ¼, porque se você for resolver a fração, o ¼ vai virar 3, e 3 é maior que 1”. Diante dessa resposta, a professora solicitou que explicasse melhor o raciocínio. Outro aluno acrescentou: “A fração ¼ tem quatro fatias, e quatro é maior que 1”.

Para lidar com os equívocos apresentados, a professora recorreu a representações visuais. Desenhou dois retângulos no quadro e convidou dois estudantes para representarem os valores em questão. No primeiro retângulo, pediu que representassem o número 1. O aluno respondeu: “É só deixar assim”. Ao ser questionado se deveria pintar alguma parte, completou: “Todo o retângulo”, e assim o fez, como ilustrado na Figura 4.

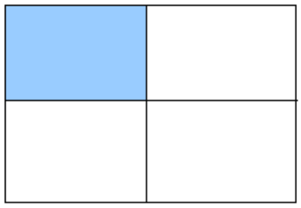
**Figura 4:** Representação do número 1



Fonte: do Autor.

No segundo retângulo, de mesmo tamanho, outro colega dividiu-o em 4 partes e pintou somente uma delas, como pode ser observado na Figura 5.

**Figura 5:** Representação do número 1/4



Fonte: do Autor.

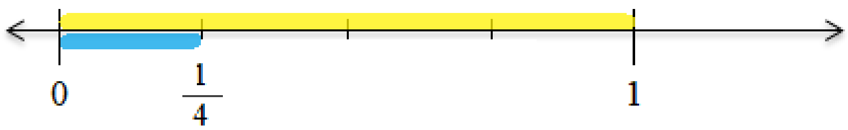
Com as duas representações no quadro, a professora perguntou se os estudantes concordavam com elas, e todos confirmaram que sim. No entanto, mesmo diante da visualização, a maioria manteve a ideia de que ¼ era maior que 1.

Buscando uma nova abordagem para promover o confronto de ideias, a professora propôs uma analogia: comparou os retângulos a barras de chocolate e questionou em qual dos casos se comeria mais chocolate. A resposta foi imediata: "É a mesma coisa, nos dois casos você está comendo um." Diante disso, reformulou a pergunta: "Nos dois casos se 'come' um pedaço, mas qual dos dois pedaços é maior?" Após refletirem, os estudantes responderam: "O do 1."

Para explorar ainda mais essa distinção, a professora retomou a questão: "Se nos dois casos se come um pedaço, por que o pedaço do 1 é maior que o do ¼?". A turma respondeu que, no caso do número 1, a fatia representa o todo, enquanto no ¼ trata-se apenas de uma parte, ou seja, uma fatia menor.

A compreensão foi então ampliada com o uso da reta numérica, apresentada na Figura 6, que permitiu visualizar com mais precisão a posição relativa dos dois números. Com essa representação, os estudantes puderam perceber que ¼ está à esquerda do 1, o que reforça a ideia de que representa uma quantidade menor.

**Figura 6:** Reta numérica, comparação entre 1 e 1/4




Fonte: do Autor.

Nessa representação, a posição do número 1 foi destacada em amarelo e a do ¼ em azul.

Ao visualizar as marcações, os estudantes conseguiram identificar que ¼ está localizado entre o zero e o um, reconhecendo visualmente que se trata de uma quantidade menor.

A representação na reta numérica foi decisiva para a compreensão: permitiu que os estudantes deixassem de focar apenas na escrita da fração e passassem a observar sua posição relativa no conjunto dos números. Após esse momento, surgiram reações espontâneas, como "Agora entendi tudo" e "Agora que estou vendo que o 5 é maior que o ¼", indicando uma mudança nas concepções anteriores.

Esse cenário evidencia a necessidade de trabalhar com diferentes representações de frações, pois cada uma delas coloca em foco aspectos distintos do conceito. Nesse conjunto, a reta numérica ocupa um lugar específico: ao posicionar a fração em um intervalo definido pela unidade, ela contribui para que os estudantes a compreendam como um número que tem valor, ordem e localização, e não apenas como "um número sobre outro". Assim, a reta numérica favorece a leitura de frações como medidas e permite discutir equivalência e comparação, ampliando o entendimento da fração como número (Smith, 2002).

Para verificar se a compreensão havia realmente se consolidado, a professora propôs uma nova pergunta: "Quem é maior, ¼ ou 1/5?". Os estudantes responderam de imediato: "Um quinto". Justificaram, mais uma vez, com base na ideia de que, em ambos os casos, se estaria comendo apenas uma fatia, como nas pizzas representadas anteriormente.

Diante disso, a professora retomou a analogia e reformulou a pergunta: "Se as duas pizzas tiverem o mesmo tamanho, qual delas terá a fatia maior: a que foi dividida em cinco partes ou a que foi dividida em quatro?". Essa reestruturação ajudou os estudantes a reconsiderarem seus argumentos. Refletindo sobre o tamanho das partes, concluíram que a pizza dividida em quatro fatias possui pedaços maiores. A partir dessa comparação, chegaram a um consenso de que ¼ é maior que 1/5.

Esses momentos de aula, sustentados pela escuta ativa e pela mediação docente, possibilitaram a construção de compreensões matemáticas e a mobilização de pensamento reflexivo, evidenciadas nas produções e nas discussões realizadas pelos estudantes:

> Uma coisa é dizer, 'Eu quero que meus estudantes sejam reflexivos' e outra totalmente diferente é articular o que isso significa. Para começar, o pensamento reflexivo certamente envolve alguma forma de atividade mental. É um esforço ativo e não uma atitude passiva. Envolve tentar compreender algo ou conectar ideias que pareçam estar relacionadas. Ocorre quando os estudantes tentam dar sentido às explicações de outros, quando eles fazem perguntas, e quando eles apresentam explicações ou justificam suas próprias ideias (Van de Walle, 2009, p. 49).

Com o tempo da aula se aproximando do fim, e com o objetivo de reforçar a compreensão sobre a relação entre o número de partes e o tamanho de cada uma, a professora utilizou uma única circunferência para realizar sucessivas divisões. À medida que o número de partes aumentava, os estudantes observavam que as fatias se tornavam progressivamente menores. Essa visualização contribuiu no entendimento de que, quanto maior o número de divisões de um mesmo todo, menor será o valor de cada parte, um princípio fundamental para a compreensão do conceito de fração.

## 4 Discussão dos resultados e considerações

Em um cenário educacional que busca formar cidadãos críticos e autônomos, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas tem sido utilizada como encaminhamento para o ensino de Matemática, ao organizar o trabalho com problemas e favorecer a participação dos estudantes na construção de conhecimentos. Este estudo, ao analisar o desenvolvimento dos estudantes no ensino de frações, busca compreender como essa metodologia se articulou às aprendizagens mobilizadas ao longo das atividades.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi mobilizada de forma dinâmica ao longo da aula, tendo como ponto de partida o problema gerador *"O que é ¼?"*. Essa pergunta ampla e provocadora desencadeou um processo investigativo que envolveu momentos de reflexão individual, discussão em pequenos grupos e diálogo coletivo com toda a turma. Os estudantes foram convidados a expressar suas ideias por meio de palavras, desenhos ou cálculos, e as produções foram compartilhadas, comparadas e discutidas em diferentes momentos da aula.

A professora atuou como mediadora, escutando, intervindo e formalizando os conceitos à medida que surgiam. Em alguns momentos, a formalização ocorria oralmente, em outros era registrada no quadro, sempre buscando articular os saberes dos estudantes com os conceitos matemáticos em construção. As representações visuais, como retângulos, pizzas, circunferências e a reta numérica, foram utilizadas para favorecer a compreensão das frações como números e para permitir comparações significativas entre elas.

A prática não seguiu uma sequência linear. Houve retornos constantes à pergunta inicial e reformulações do problema, à medida que surgiam dúvidas ou novas ideias. Os estudantes também passaram a levantar suas próprias questões, como *"Quem criou os números?"*, *"¼ é o mesmo que 1,4?"* ou *"Quem é maior: ¼ ou 1/5?"*, que foram incorporadas à aula como novos pontos de partida para investigação. Essas novas questões ora partiam da professora, ora emergiam espontaneamente dos próprios estudantes, caracterizando a presença da décima etapa da metodologia: a proposição de novos problemas.

A metodologia, portanto, se constituiu em ciclos: à medida que as compreensões se ampliavam ou se mostravam insuficientes, o processo voltava à etapa inicial, permitindo que a aprendizagem avançasse com base em novas necessidades, novas hipóteses e novas discussões. Esse movimento contínuo possibilitou que os estudantes construíssem significados para as frações de forma contextualizada, articulada e coletiva, sustentados pela problematização e pela mediação docente.

No início da atividade, os estudantes demonstraram insegurança diante da pergunta proposta, especialmente pelo fato de a professora não ter apresentado modelos ou procedimentos previamente definidos a serem seguidos. A ausência de exemplos prontos gerou dúvidas e hesitação. Contudo, à medida que as perguntas foram sendo reformuladas e que diferentes estratégias de abordagem foram exploradas, muitos estudantes passaram a se envolver ativamente nas discussões, mostrando interesse e disposição para compartilhar suas ideias.

Esse movimento evidencia um dos princípios centrais da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na qual “[...] os estudantes passam a ter participação efetiva na constituição de sua aprendizagem, ou seja, são coautores da mesma e os professores são os incentivadores e mediadores desse processo” (Leal Junior; Onuchic, 2015, p. 959).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas favoreceu a participação ativa dos alunos e estimulou a construção de conhecimentos de forma colaborativa. No entanto, observou-se que alguns alunos não demonstraram segurança em participar da atividade, de forma passiva, aguardavam pela resposta correta para fazerem a cópia, necessitando de constante validação da professora. Nesse aspecto, é importante reforçar que:

> Cada estudante é um ser singular e carece de atenção e motivação para poder produzir uma visão tão diferentemente benéfica e producente nas aulas de Matemática, quanto propõe a Resolução de Problemas, fornecendo-lhes a possibilidade de se moverem juntos com o grupo e/ou professor, para um objetivo comum. Entendemos que não devemos forçar os estudantes ao estudo quando os mesmos não desejam atuar nesse cenário, mas que devemos, enquanto mediadores do processo de ensino-aprendizagem, indicar e conscientizá-los da importância dessa participação e desse movimento, em sua formação, enquanto sujeitos sociais, no momento histórico que estão vivendo (Leal Junior; Onuchic, 2015, p. 970).

Observa-se que o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas proporciona aos estudantes oportunidades concretas para explorar diferentes estratégias na construção do conhecimento. O estudo evidencia que, quando estimulados a participar ativamente do processo, os estudantes são capazes de argumentar, expressar suas ideias com clareza e dialogar com os colegas de forma respeitosa e colaborativa. A partir do momento em que compreenderam que a resolução dos problemas não exigia uma resposta única e correta, mas sim a construção coletiva de significados, muitos passaram a se envolver mais intensamente na atividade, perdendo o receio de errar ou de serem julgados.

Essa mudança de postura está diretamente relacionada à proposta de criar um ambiente seguro para o pensar e para o dizer, no qual o erro é compreendido como parte do processo de aprendizagem. Como afirma Van de Walle (2009, p. 67):

> [...] o fator mais importante é ser claro sobre o propósito da discussão de grupo – quer dizer, compartilhar e explorar a variedade de estratégias, ideias e resoluções geradas pela turma e aprender a comunicar estas ideias em um rico discurso matemático. Toda turma tem um grupo de alunos que sempre está pronto para responder. Outras crianças aprenderam a serem passivas ou a não participar [e não se expor]. Assim a regra de ouro é de que *ter uma discussão é muito mais importante do que ouvir uma resposta* (Van de Walle, 2009, p. 67, grifo do autor).

É fundamental que os professores compreendam que nem todos os alunos se sentem confortáveis em participar ativamente desde o início. É papel do professor criar um ambiente de sala de aula seguro e acolhedor, onde todos se sintam valorizados e respeitados, incentivando a troca de ideias e a colaboração entre os pares. Ao proporcionar oportunidades para que os alunos reflitam sobre suas próprias estratégias de resolução e sobre as estratégias dos colegas, o professor pode auxiliar no desenvolvimento de habilidades como argumentação, comunicação e pensamento crítico (Allevato; Onuchic, 2021; Van de Walle, 2009).

Diante dos resultados, sugere-se que os professores utilizem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como ponto de partida para o ensino de novos conceitos matemáticos, proporcionando aos alunos oportunidades de explorarem diferentes estratégias de resolução e de construir seu próprio conhecimento. A metodologia permite que o professor identifique a forma de pensar do aluno e quais conexões eles são capazes de fazer.

Com a prática foi possível verificar que a Metodologia possibilitou identificar fragilidades na compreensão do conceito de fração, muitas vezes encobertas por respostas mecanizadas ou baseadas apenas na memorização de procedimentos. Os estudantes estavam habituados a uma lógica de acertos e erros, e inicialmente estranharam a liberdade e a abertura para múltiplas interpretações e formas de responder. No entanto, à medida que perceberam que suas ideias seriam consideradas e discutidas, passaram a demonstrar maior engajamento e participação nas atividades.

Essa diversidade de respostas e formas de pensar está em consonância com o que aponta Van de Walle (2009, p. 45), ao afirmar que “cada estudante traz um conjunto diferente de pontos ao seu conhecimento de frações. Cada um ‘compreende’ frações de um modo diferente”. A metodologia adotada favoreceu justamente o reconhecimento e a valorização dessas diferentes compreensões, permitindo que os estudantes partilhassem suas ideias, confrontassem raciocínios e reconstruíssem coletivamente o conceito de fração, superando interpretações fragmentadas ou superficiais.

Nesse contexto, a interação entre os estudantes e a troca de ideias, desencadeadas pelas etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, contribuíram para a construção de compreensões sobre fração e sobre a comparação entre frações, em um movimento de justificar, revisar e explicitar referências. Ao discutir tarefas de compartilhamento e representações como fatias de pizza, os estudantes foram levados a retomar a ideia de parte em relação a um todo dividido em partes iguais e, sobretudo, a explicitar qual inteiro estava sendo tomado como unidade em cada situação, enfrentando a noção de unidade/todo de referência como um aspecto necessário para interpretar e comparar frações.

Além disso, o uso de diferentes recursos e registros, como representações figurais (contínuas), situações envolvendo coleções (discretas), escrita numérica e a reta numérica, favoreceu a articulação entre “fração como parte de um todo” e “fração como número”, uma vez que localizar frações na reta exigiu considerar a unidade, discutir ordem e equivalência e sustentar comparações com argumentos para além da leitura isolada de numerador e denominador (Smith, 2002; Lamon, 2008).

A prática permitiu identificar o nível de entendimento dos estudantes, e, com base nas respostas apresentadas, foi possível reorganizar a condução da aula, ajustando o percurso didático às necessidades emergentes da turma. Esse movimento, que caracteriza a flexibilidade da metodologia, dificilmente seria viável em uma aula tradicional, na qual os caminhos e respostas geralmente já estão previamente definidos.

Ao considerar as ideias dos estudantes como ponto de partida, cria-se um ambiente de aprendizagem reflexiva e relacional, em que os novos conhecimentos são construídos a partir de conexões significativas com saberes anteriores. Como destaca Van de Walle (2009, p. 47), “quando a matemática é aprendida de forma relacional, são menores as chances de a informação se deteriorar; é mais provável que a informação conectada seja retida com o passar do tempo do que a informação desconectada”.

Os resultados evidenciam que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas não apenas estimula a participação ativa dos estudantes em sala de aula, mas também proporciona o desenvolvimento da argumentação matemática, da criatividade e da capacidade de trabalhar em equipe. Se a metodologia for utilizada constantemente, acredita-se que os alunos menos envolvidos inicialmente comecem a se tornar mais participativos.

Conforme Allevato *et al.* (2024), a utilização da metodologia desde os anos iniciais do Ensino Fundamental é essencial. Ao serem estimulados a resolver problemas a partir de suas próprias estratégias, os alunos desenvolvem uma postura mais crítica, tornando-se capazes de analisar informações, tomar decisões e resolver problemas complexos de maneira mais autônoma.

## 6 Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC) pelo apoio financeiro ao projeto “Proposição de Problemas pelos Estudantes no Ensino de Matemática” – Edital nº 21/2024 do Programa de Pesquisa Universal-FAPESC.

## Referências

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (org) **Resolução de Problemas: teoria e prática.** 2 ed. Jundiaí: Paco, 2021. p. 37-57.

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya**, v. 34, n. 1, p. 209-232, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/vidya/article/view/26. Acesso em: 20 dez. 2024.

ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P.; CAI, J.; LOPES, M. C. Aprendizagem e pensamento matemático: um olhar a partir da resolução e proposição de problemas por crianças dos anos iniciais. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 19, n. esp.2, p. e024072, 2024. DOI: 10.21723/riaee.v19iesp.2.18551.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 2 ed. Industrial Avenue Mahwah, New Jersey, 2008.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista. **Bolema:** Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 29, n. 53, p. 955-978, dez. 2015. FapUNIFESP (SciELO). DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a09.

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In:* BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 2 – 25.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. *In:* BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.** São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 199-218.

POSSAMAI, J. P.; MÜLLER, J. G.; STEIN, S. S.; POFFO, C.; BERTOTTI JUNIOR, V. I. Resolução de Problemas em Matemática: evidências para caracterização como uma metodologia ativa. **Kiri-kerê: Pesquisa em Ensino**, n. 11, p. 39-58, dez. 2021 DOI: 10.47456/krkr.v1i11.35703

SMITH, J. P. The Development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios. *In*: LITWILLER, B.; BRIGHT, G. (org). **Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions**. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics), 2002. p. 3-17

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula.** Porto Alegre: Artmed, 2009.

VALENTE, A. J. A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiencia com a graduação em midialogia. *In:* BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 26 – 44.