revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Aprendizagem de prisma por meio da investigação em Matemática: integrando recursos didáticos manipuláveis e GeoGebra

DOI: https://doi.org/10.33871/rpem.2026.15.36.10550

Claudio Aprigio da Silva[1]
Vilmar Gomes da Fonseca[2]

Resumo: Este texto apresenta os resultados de uma pesquisa qualitativa, que visa compreender o impacto da combinação de tarefas exploratórias, integrando recursos didáticos manipuláveis e o GeoGebra, na aprendizagem de estudantes do 9º ano sobre o conceito de prisma. O estudo teve por base uma experiência de ensino por investigação, utilizando esses recursos para promover um ambiente de aprendizagem com ludicidade e interatividade. A coleta de dados incluiu as produções escritas e digitais dos estudantes às tarefas, as transcrições dos episódios de aula gravados em áudio e as notas de campo do pesquisador. A análise qualitativa considerou dois elementos referidos na literatura como essenciais no ensino de Matemática por investigação: a formulação e a aplicação de conjecturas. De modo geral, os materiais manipuláveis e o uso do GeoGebra contribuíram para que os estudantes formulassem conjecturas sobre prismas. Além disso, o professor se beneficiou desses recursos para ilustrar conceitos e esclarecer dúvidas, auxiliando na validação das conjecturas durante a interação com os estudantes. A maioria dos estudantes conseguiu aplicar regras de definição para analisar afirmações sobre prismas e julgar sua veracidade, além de utilizar a fórmula do volume na resolução de problemas. No entanto, dificuldades foram observadas na generalização algébrica de conjecturas, como ao expressar a regra de definição de prisma e a fórmula da área total de sua superfície. Como implicação educacional, este estudo busca contribuir para a investigação em Educação Matemática, lançando luz sobre como estruturar experiências didáticas que integrem ludicidade e interatividade, potencializando a aprendizagem matemática.
Palavras-chave: Aprendizagem de prisma. Investigação em Matemática. Recursos didáticos manipuláveis. GeoGebra.

Prism learning through inquiry teaching in Mathematics research: integrating manipulative teaching resources and GeoGebra

Abstract: This text presents the results of a qualitative research project aimed at understanding the impact of combining exploratory tasks with manipulative teaching resources and GeoGebra on 8th grade students' middle school learning of the concept of a prism. The study was based on an experience of teaching by investigation, using these resources to promote a learning environment with playfulness and interactivity. Data collection included the students' written and digital productions of the tasks, the transcripts of the audio-recorded class episodes and the researcher's field notes. The qualitative analysis considered two elements referred to in the literature as essential in the teaching of mathematics by investigation: the formulation and application of conjectures. In general, the manipulatives and the use of GeoGebra contributed to the formulation of conjectures about prisms by the students. In addition, the teacher benefited from these resources to illustrate concepts and clarify doubts, helping to validate conjectures during interaction with the students. Most students were able to apply rules of definition to analyze statements about prisms and judge their veracity, as well as using the volume formula to solve problems. However, difficulties were observed in the algebraic generalization of conjectures, such as expressing the definition rule of a prism and the formula for the total surface area. As an educational

[1]Mestre em Ensino de Ciências, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro. E-mail: csilvaifrj@gmail.com - ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0804-0192.
[2]Doutor em Educação Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro. E-mail: vilmar.fonseca@ifrj.edu.br - ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0804-0192.

implication, this study seeks to contribute to research in Mathematics Education, shedding light on how to structure didactic experiences that integrate playfulness and interactivity, enhancing mathematical learning.

Keywords: Prism learning. Inquiry teaching. Manipulable teaching resources. GeoGebra.

1 Introdução

A Geometria Espacial constitui um dos grandes ramos da Matemática, voltada ao estudo das propriedades e das relações entre figuras no plano e no espaço (Battista, 2007). Os prismas são elementos fundamentais na Geometria Espacial, servindo como ponto de partida para a compreensão de outros conceitos matemáticos como poliedros e sólidos de revolução (Brunheira; Ponte, 2018). Além de sua relevância teórica, possuem diversas aplicações em contextos do cotidiano e no meio profissional, destacando-se no estudo de estruturas arquitetônicas e no design de embalagens tridimensionais (Battista, 2007).

Pesquisas recentes indicam que os estudantes enfrentam dificuldades no aprendizado de Geometria Espacial na educação básica, incluindo prismas, em grande parte devido ao desenvolvimento inadequado tanto da visualização bidimensional e tridimensional, bem como do raciocínio geométrico relacionado aos conceitos (e.g. Brigo; Nehring; Battisti, 2024, Brunheira; Ponte, 2018; Heck; Kaiber, 2019; Santos *et al.*, 2024; Settimy; Bairral, 2022). Esses estudos revelam que tais dificuldades são intensificadas por um ensino que se limita à exposição de conteúdo sem interação dos estudantes e à repetição mecânica de técnicas e procedimentos de cálculo, sem construção de significado ou conexão com representações subjacentes.

Esses aspectos ressaltam necessidade de um ensino de prisma que transcenda a mera memorização de fórmulas, priorizando abordagens que integrem experiências práticas, favoreçam a conexão dos conceitos geométricos com situações do cotidiano e incentivem sua aplicação na resolução de problemas (Brasil, 2018; Brunheira; Ponte, 2018). Dessa forma, torna-se pertinente investigar estratégias didáticas que aprimorem o ensino da Geometria e auxiliem os estudantes na superação dessas dificuldades.

Dentre essas estratégias, destaca-se o ensino por investigação em Matemática como uma abordagem que consideramos alternativa para enfrentar esses desafios na aprendizagem de prismas. Essa metodologia possibilita que os estudantes explorem, questionem e construam conhecimento de forma ativa, a partir de experiências práticas e reflexivas (Ponte; Brocado; Oliveira, 2003). A incorporação de recursos didáticos manipuláveis e tecnologias digitais, como o GeoGebra, fortalece essa abordagem ao proporcionar visualização e interação com as representações geométricas (Murari, 2011; Santos *et al.,* 2024). Esses recursos permitem a criação de ambientes de aprendizagem dinâmicos e inovadores, ampliando as possibilidades de compreensão dos conceitos geométricos (Lorenzato, 2006; Silva; Gaspar; Fonseca, 2022).

Diante disso, torna-se pertinente realizar um estudo, tendo por base uma experiência de ensino por investigação, que integra o uso de recursos didáticos manipuláveis e o GeoGebra, visando promover a aprendizagem de estudantes do 9º ano de uma escola pública no Brasil, sobre o conceito de prisma. Neste artigo, apresentamos parte dos resultados desse estudo, analisando como a articulação de materiais manipuláveis e o GeoGebra, pode favorecer a formulação e aplicação de conjecturas sobre conceito de prisma. Em particular, buscamos responder à seguinte questão: Em que medida o uso de materiais manipuláveis e o GeoGebra favorecem a formulação de conjecturas sobre prismas pelos estudantes?

Este estudo pretende contribuir para a investigação sobre a aprendizagem da Geometria da educação básica, lançando luz sobre como estruturar experiências didáticas que integrem ludicidade e interatividade, com o objetivo de potencializar a aprendizagem de prisma.

2 Aprendizagem do conceito de prisma

A aprendizagem do conceito de prisma na educação básica é fundamental para o desenvolvimento da compreensão dos conceitos de Geometria Espacial, e integra conhecimentos prévios de geometria plana e a capacidade de visualização, análise de propriedades, dedução e aplicação de regras associadas aos conceitos geométricos (Brasil, 2018; Settimy; Bairral, 2022). O estudo dos prismas requer o domínio de seus elementos estruturais, como arestas, vértices e faces, além da capacidade de correlacionar representações bidimensionais e tridimensionais (Brunheira; Ponte, 2018). Superar dificuldades comuns, como a confusão entre tipos de prismas e a aplicação inadequada das fórmulas de volume, é essencial para a aprendizagem eficaz desse conteúdo (Settimy; Bairral, 2022).

Brunheira e Ponte (2018), ressalta a importância de os estudantes compreenderem as noções de perímetro e área de polígonos, como triângulos, paralelogramos, quadrados, retângulos e losangos, para a correta aplicação das fórmulas de cálculo da área da superfície e do volume de prisma. O desenvolvimento dessas habilidades é essencial para a compreensão estrutura bidimensional e tridimensional desses sólidos, favorecendo a resolução de problemas em diferentes contextos (Settimy; Bairral, 2022).

A compreensão do conceito de prisma desempenha um papel fundamental no desenvolvimento da visualização espacial e na consolidação de princípios essenciais da Geometria (Battista, 2007). Ao explorar as planificações, calcular as áreas das faces e determinar os volumes dos prismas, os estudantes aprimoram a capacidade de resolver problemas de forma crítica e integrada, estabelecendo conexões entre a geometria plana e a espacial de maneira significativa (Brunheira; Ponte, 2018).

Embora o conceito de prisma seja um conteúdo central no currículo da educação básica, a literatura aponta que os estudantes enfrentam dificuldades significativas, especialmente na visualização de formas tridimensionais e na aplicação dos cálculos algébricos necessários para determinar áreas e volumes (Heck; Kaiber, 2019; Settimy; Bairral, 2022). A dificuldade em representar e identificar as partes das figuras tridimensionais, além da confusão ao selecionar as dimensões corretas para aplicar as fórmulas de área e volume, são desafios recorrentes na aprendizagem desse conceito (Brunheira; Ponte, 2018; Settimy; Bairral, 2022).

A fim de proporcionar aos estudantes experiências de aprendizagem mais efetivas e que lhes permitam superar as dificuldades relacionadas a aprendizagem de prisma, a literatura recomenda que o ensino desse conceito matemático seja estruturado com base em abordagens lúdicas e interativas, utilizando recursos didáticos manipuláveis e tecnologias digitais (Brasil, 2018; Settimy; Bairral, 2022). Essas estratégias devem integrar atividades práticas e reflexivas, favorecendo a construção do conhecimento de forma concreta (Brunheira; Ponte, 2018). Além disso, destaca-se a importância de incentivar a formulação de conjecturas e sua aplicação na resolução de problemas, promovendo um aprendizado mais ativo e significativo (Ponte; Brocado; Oliveira, 2003).

3 O ensino de matemática por investigação

O ensino de Matemática por investigação se destaca como uma abordagem de grande relevância no atual cenário educacional, promovendo uma aprendizagem ativa e reflexiva (Ponte; Brocado; Oliveira, 2003; Skovsmose, 2000). Ao favorecer a reflexão e o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes, esta abordagem de ensino supera a mera transmissão de conteúdos e contribui para a formação de competências essenciais à vida acadêmica e profissional (Carvalho, 2018). Nesse contexto, as aulas são organizadas para envolver os estudantes na exploração de conceitos, na construção de significados e na discussão de ideias matemáticas, favorecendo a compreensão conceitual, o pensamento crítico, a argumentação e o trabalho colaborativo (Skovsmose, 2000).

Diferente do modelo tradicional, no qual o professor é apenas expositor, essa abordagem o coloca como orientador, facilitando a interação entre os estudantes e incentivando a construção de conhecimento com base em evidências (Carvalho, 2018). O objetivo é desenvolver habilidades essenciais, como o pensamento crítico, a argumentação e a colaboração, criando um ambiente de aprendizagem mais envolvente (Ponte, 2005).

A investigação matemática em sala de aula caracteriza-se pela mobilização articulada de conceitos, procedimentos e diferentes formas de representação, estruturando-se em um movimento dinâmico de conjectura, teste, demonstração e aplicação. Trata-se de um processo que, embora não seja rigidamente linear, organiza-se em momentos interdependentes que orientam a produção e a validação do conhecimento matemático (Carvalho, 2018; Ponte; Brocado; Oliveira, 2003).

A investigação geralmente tem início com a formulação de conjecturas, que são afirmações ou hipóteses ainda não provadas, baseadas em observações ou padrões. Essas conjecturas surgem frequentemente da identificação e da exploração de situações problemas ou da extensão de resultados conhecidos. Para formulá-las, é necessário organizar dados e fazer afirmações fundamentadas (Ponte; Brocado; Oliveira, 2003). Em seguida, as conjecturas são submetidas a testes, por meio da análise de casos particulares, da experimentação com exemplos e da busca por contraexemplos, etapa que possibilita reunir evidências, reformular ideias e refinar o raciocínio desenvolvido (Stylianides; Stylianides, 2009).

Quando a conjectura se mostra consistente diante dos testes realizados, procede-se à sua demonstração formal, com base em definições, propriedades e teoremas previamente estabelecidos (Stylianides; Stylianides, 2009). A demonstração confere validade geral à proposição, assegurando sua veracidade no conjunto de casos considerados e atribuindo-lhe estatuto matemático. Uma vez demonstrada, a proposição pode ser aplicada na resolução de problemas, na interpretação de situações e na ampliação do campo conceitual em estudo (Skovsmose, 2000).

Ponte (2005) destaca dois elementos essenciais à implementação bem-sucedida do ensino de matemática por investigação: a escolha das tarefas e a comunicação na sala de aula. Segundo este autor, as tarefas devem ser elaboradas de modo a estimular o raciocínio, sendo classificadas em tarefas fechadas, com objetivos claros e bem definidos, e abertas, que exigem maior flexibilidade e permitem múltiplas abordagens e soluções. Para Oliveira, Menezes e Canavarro (2013), as tarefas (abertas) exploratórias e investigativas são especialmente eficazes para promover a autonomia dos estudantes e explorar diferentes soluções para problemas complexos.

Para potencializar a aprendizagem, o professor deve organizar sequências de tarefas que conectem conceitos matemáticos e promovam o desenvolvimento do raciocínio lógico, sempre adaptando as atividades ao ritmo e ao nível de compreensão dos estudantes (Ponte, 2005;

Zabala, 1998). Essas sequências, quando bem estruturadas, permitem que os estudantes construam conceitos de maneira progressiva e estabeleçam conexões entre diferentes áreas da Matemática (Fonseca; Henriques, 2023; Zabala, 1998).

Além disso, a comunicação em sala de aula constitui elemento central no ensino de matemática por investigação. O professor deve incentivar os estudantes a compartilhar suas ideias, questionar e discutir conceitos, promovendo um ambiente de aprendizagem colaborativa (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013). O uso de perguntas abertas e o incentivo à reflexão são essenciais para aprofundar a compreensão e para ajudar os estudantes a construírem significados corretos dos conceitos matemáticos (Ponte; Brocado; Oliveira, 2003).

Nesse contexto, o professor que adota essa abordagem de ensino assume o papel de mediador do processo investigativo, visto que apoia o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes, organiza as interações em sala de aula e estimula a curiosidade intelectual. Sua atuação vai além da simples transmissão de conteúdo, criando um ambiente que favorece o desenvolvimento da autonomia e do aprendizado do estudante (Ponte; Brocado; Oliveira, 2003). Desse modo, o ensino por investigação consolida-se como uma perspectiva que articula exploração, argumentação e validação, o que favorece a aprendizagem com compreensão da matemática (Fonseca; Henriques, 2023).

4 Ludicidade e interatividade no ensino de matemática

A utilização de recursos didáticos manipuláveis e de tecnologias digitais tem se tornado comum no ensino da Matemática, promovendo ambientes de aprendizagem mais dinâmicos (Leung, 2017; Lorenzato, 2006). Esses recursos permitem aos estudantes interagir de maneira lúdica e interativa com os conceitos matemáticos, facilitando a construção do conhecimento e promovendo maior engajamento no processo investigativo (Murari, 2011; Silva; Gaspar; Fonseca, 2022).

Tradicionalmente, a matemática é vista como abstrata, o que pode afastar os estudantes do conteúdo (Ponte, 2005). No entanto, o uso de materiais manipuláveis proporciona um ensino mais concreto, favorecendo a visualização, exploração e investigação de relações geométricas e algébricas. Recursos como blocos, tangram, geoplano, origami e recortes de papel tornam a aprendizagem mais acessível e interativa (Murari, 2011; Silva; Gaspar; Fonseca, 2022).

O uso do tangram e das planificações de sólidos geométricos facilitam a compreensão das propriedades de medidas e ângulos das figuras geométricas. Da mesma forma, blocos geométricos, que representam pirâmides e prismas, permitem explorar propriedades de sólidos geométricos, como a fórmula de Euler que relaciona o número de faces, arestas e vértices (Murari, 2011). Técnicas como origami também promovem o aprendizado de simetria e transformações geométricas, essenciais para a exploração das propriedades bidimensionais e tridimensionais das figuras geométricas (Silva; Gaspar; Fonseca, 2022).

Além disso, o uso de tecnologias digitais, como softwares de geometria dinâmica, favorece a visualização e a conexão entre diferentes representações matemáticas, além de promover o desenvolvimento de processos de raciocínio (Leung, 2017). Essas ferramentas permitem a manipulação de conceitos matemáticos e a criação de ambientes interativos, nos quais os estudantes podem discutir e resolver problemas de maneira colaborativa (Fonseca; Henriques, 2023).

O GeoGebra, por exemplo, oferece aos estudantes a oportunidade de visualizar e manipular figuras geométricas de forma interativa, o que facilita o reconhecimento dos elementos constituintes do prisma, como base, faces, arestas e planificações (Santos et al., 2024). A criação de construções geométricas dinâmicas no GeoGebra, que permitem a exploração de simetrias e ângulos em planificações e/ou forma tridimensional de sólidos geométricos, possibilita uma experiência interativa que vai além da abstração teórica (Silva; Gaspar; Fonseca, 2022).

Tais recursos didáticos manipuláveis e tecnológicos, ao promoverem a ludicidade e a interatividade, também podem ser usados para incentivar a descoberta, experimentação e visualização no ensino de matemática (Silva; Gaspar; Fonseca, 2022), aspectos que consideramos importantes para promover uma aprendizagem mais interativa e efetiva do conceito de prisma.

5 Metodologia da pesquisa

Este estudo, de abordagem qualitativa e interpretativa (Coutinho, 2011), foi desenvolvido no segundo semestre de 2024, no contexto de uma experiência de ensino, visando promover a aprendizagem do conceito de prisma por quatorze estudantes do 9º ano de uma escola pública, no Brasil. O pesquisador, primeiro autor deste texto, assumiu também o papel de professor na lecionação das aulas da experiência de ensino.

A experiência de ensino teve por base a aplicação de uma sequência dez tarefas exploratórias, elaborada a partir de orientações curriculares e referências da literatura, alinhadas aos objetivos de aprendizagem de prismas. Incluem: (i) Reconhecer os elementos que constituem os prismas; (ii) Relacionar as planificações às respectivas formas espaciais dos prismas e vice-versa; (iii) Calcular a área da superfície e o volume dos prismas; (iv) Aplicar esses conceitos na resolução de problemas (Brasil, 2018; Brunheira; Ponte, 2018; Settimy; Bairral, 2022).

As tarefas foram estruturadas para estimular a formulação e aplicação de conjecturas relacionados à definição, à área da superfície e ao volume de prismas. Para promover uma aprendizagem com ludicidade e interatividade, a sequência de tarefas integrou materiais manipuláveis e o software GeoGebra.

Na exploração da definição de prisma, foram propostas quatro tarefas. Inicialmente, os estudantes manipularam diferentes sólidos geométricos, como cilindros, pirâmides, paralelepípedos e cubos, analisando seus elementos constituintes para diferenciá-los dos prismas (tarefa 1). Em seguida, utilizaram um *applet* do GeoGebra para explorar dinamicamente as características dos prismas e formular uma conjectura que os definem (tarefa 2). Na tarefa 3, aplicaram esse conhecimento na resolução de problemas. Por fim, realizaram uma pesquisa sobre prismas em diferentes contextos, trazendo exemplos para a sala de aula, a fim de explorar o conceito de planificação de prisma (tarefa 4).

No cálculo da área de superfície do prisma, os estudantes trabalharam com materiais lúdicos contendo a planificação de diferentes tipos de prismas, que deveriam ser montados em formato tridimensional, permitindo-lhes reconhecer que a área total da superfície do prisma é obtida pela soma das áreas das bases e das faces laterais (tarefa 5). Além disso, manipularam *applets* do GeoGebra com construções dinâmicas da planificação e do formato tridimensional de um prisma pentagonal, com o objetivo de guiá-los a deduzir uma regra para o cálculo da área total da superfície do prisma (tarefa 6). Por fim, foram desafiados a aplicar essa regra para resolver problemas práticos envolvendo o cálculo da área de diferentes prismas (tarefa 7).

Para explorar o cálculo do volume do prisma, os estudantes trabalharam com material lúdico, construindo um puff em formato de paralelepípedo a partir de garrafas de plástico, permitindo a compreensão dos conceitos de base e altura no cálculo do volume (tarefa 8). Em seguida, foram desafiados a identificar e explorar as áreas das faces de prismas com bases triangulares e pentagonais, com o objetivo de generalizar uma conjectura que expressasse a regra algébrica para o cálculo do volume de qualquer prisma (tarefa 9). Finalmente, aplicaram a fórmula do volume para resolver problemas práticos com diferentes tipos de prismas (tarefa 10).

As aulas destinadas à aplicação das tarefas seguiram a prática de ensino exploratório (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013) foram organizadas em três momentos: (i) apresentação das tarefas; (ii) resolução autônoma, em grupos; e (iii) discussão coletiva e sistematização das aprendizagens. O quadro 1 apresenta a distribuição das tarefas ao longo de oito encontros semanais, cada um com 90 min de duração.

Quadro 1: Distribuição das tarefas (identificadas por T_i, $i = 1, 2, \dots, 10$) na experiência de ensino

Definição			**Área da Superfície**			**Volume**		
15/08	28/08	29/08	29/08	5/09	11/09	19/09	26/09	30/09
T_1 /T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Os dados foram recolhidos a partir das produções escritas dos estudantes às tarefas, das transcrições dos episódios de aula gravados em áudio e das notas de campo do pesquisador. A análise dos dados foi realizada por meio da triangulação, focando aspetos essenciais da investigação matemática relacionados à aprendizagem do conceito de prisma (quadro 2).

Quadro 2: Categorias da análise de dados

	Descrição
Conjectura	Afirmações ou hipóteses sobre prismas para resolver problemas formuladas pelos estudantes e baseadas em observações, padrões ou experimentações
Aplicação	Conhecimentos mobilizados pelos estudantes sobre definição, área da superfície e volume de prismas para resolver

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Na seção seguinte, apresentamos excertos do trabalho desenvolvido pelos estudantes, identificados por nomes fictícios, ressaltando o impacto do caráter lúdico e interativo nas tarefas exploratórias para a aprendizagem do conceito de prisma.

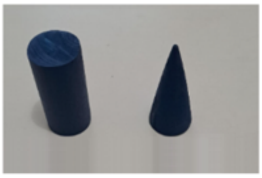
6 Resultados

6.1 Definição de Prismas

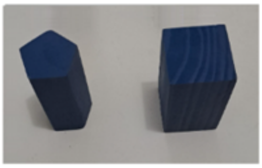
Na tarefa 1, ao explorar o material lúdico contendo sólidos geométricos os estudantes diferenciaram facilmente os prismas dos corpos redondos e das pirâmides. No entanto, cinco dos seis grupos de estudantes tiveram dificuldades iniciais para reconhecer as bases paralelas e as faces laterais como retângulos nos prismas, como ilustrado no diálogo entre Fernanda e o pesquisador (figura 1).

Figura 1: Diálogo entre Fernanda, Bruna, Amanda e o pesquisador na exploração do material lúdico

Pesquisador: Pegue os sólidos e explore-os, por favor.
Fernanda: [manipula o cilindro e identifica suas partes] Ele tem uma parte redonda. Então, é um corpo redondo? Eu acho que sim. [destaca o cilindro como corpo redondo]
Pesquisador: Sua resposta está correta, pois se trata de um corpo redondo. [...] Em qual grupo este sólido está classificado? [indica a pirâmide de base quadrangular]
Amanda: Neste grupo aqui! [indica o grupo das pirâmides]
Pesquisador: Por quê?
Amanda: Porque tem triângulos e retângulos. [refere-se às figuras geométricas das faces do prisma]
Pesquisador: [mostra o prisma pentagonal aos estudantes] Quais são as características deste sólido?
Bruna: Ele tem duas partes iguais. [indica as faces pentagonais do prisma] Esse vai para cá. [identifica o grupo dos prismas]
Pesquisador: Mas por que para cá?
Amanda: Porque tem faces retangulares



Cilindro e Cone



Prisma pentagonal e Prisma quadrangular

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

O diálogo mostra que, ao manipular os sólidos, as estudantes mobilizam características observáveis para classificá-los. Fernanda identifica o cilindro como corpo redondo a partir da presença de superfície curva, enquanto Amanda reconhece a pirâmide de base quadrangular pelo formato de suas faces, ainda com linguagem geométrica em consolidação (*tem triângulos e retângulo*). Na exploração do prisma pentagonal, as estudantes destacam a *existência de duas partes iguais* e *tem faces retangulares*, associando-os corretamente ao grupo dos prismas.

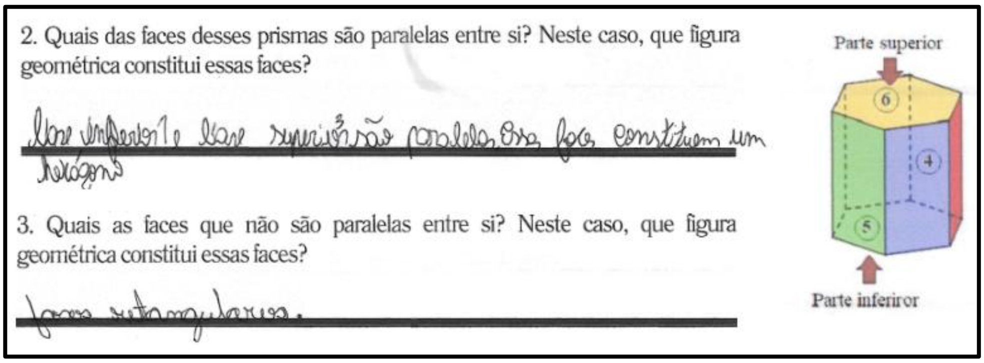
Isso evidencia que a manipulação de sólidos geométricos favoreceu a visualização tridimensional dos estudantes, possibilitando a identificação, a comparação e a classificação das figuras com base em suas formas e propriedades, em consonância com Murari (2011), que destaca o potencial do uso dos materiais concretos para desenvolver o raciocínio geométrico.

Entretanto, embora tenham reconhecido elementos importantes, as justificativas apresentadas ainda se concentraram em aspectos mais perceptíveis, como a presença de faces retangulares, sem explicitar de forma clara propriedades, como o paralelismo e a congruência das bases, limitações próprias dessa fase inicial de aprendizagem, conforme assinala Brigo, Nehring e Battisti (2024).

As noções de bases e faces laterais foram aprofundadas na tarefa 2, na qual os estudantes realizaram uma exploração dinâmica de um prisma pentagonal construído em um *applet* do GeoGebra. Ao manipular os seletores, os estudantes puderam girar o prisma e identificar a forma de suas bases e faces laterais. A partir dessa exploração, os estudantes decidiram sobre as características das faces de dois prismas.

Os resultados indicam que quatro grupos não explicitaram que as bases de um prisma são paralelas entre si. Por outro lado, dois grupos reconheceram o paralelismo das bases e identificaram que as faces laterais são formadas por retângulos (paralelogramos). Esse entendimento pode ser observado, por exemplo, na resposta do grupo formado por Bryan, Lucas e Paulo (figura 2), que, ao analisar a representação geométrica do prisma pentagonal, descreveu adequadamente as características das faces do sólido.

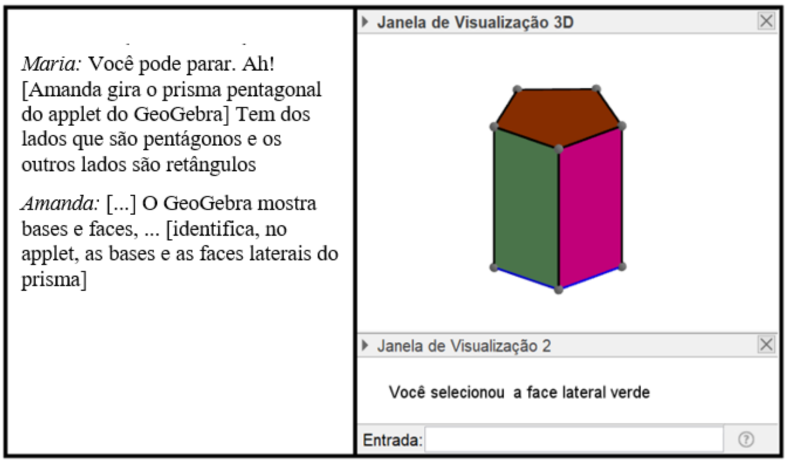
Figura 2: Reposta dos estudantes a estudante Marcela à Q_2T_2 e Q_3T_2



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

A compreensão desses dois grupos de estudantes parece ter sido favorecida pelas explorações realizadas no GeoGebra, que possibilitaram a visualização dinâmica das faces do prisma em diferentes posições. Ao manipular os seletores do *applet*, os estudantes puderam girar o sólido, destacar bases e faces laterais e observar suas formas com maior precisão, conforme exemplificado no diálogo entre Maria e Amanda (figura 3).

Figura 3: Diálogo entre as estudantes e pesquisador durante exploração com GeoGebra



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

O diálogo mostra que Amanda utiliza o GeoGebra para explorar e visualizar as partes do prisma pentagonal. Durante a exploração, Maria identifica que o prisma possui duas bases e faces laterais retangulares, o que parece ter contribuído para o reconhecimento das características geométricas das faces de um prisma, pois indica que *as bases inferior e superior* são paralelas entre si (ao responder à Q_2T_2) e que *as faces laterais* não são paralelas (ao responder à Q_3T_2).

A partir deste momento de exploração os estudantes foram desafiados a apresentarem uma definição de prisma. Os resultados indicam que apenas o grupo formado por Bryan, Lucas e Paulo formulou conjectura adequada ao responder à questão Q_4T_2: Defina, com suas palavras, o que é um prisma, com a resposta: *bases paralelas e faces [laterais] retangulares*. A resposta apresentada indica que os estudantes compreenderam o prisma como um sólido geométrico cujas bases são paralelas e cujas faces laterais são paralelogramos (retângulos), evidenciando a apropriação das propriedades essenciais que caracterizam esse sólido, conforme esperado na aprendizagem do conceito de prisma (Brasil, 2018; Brunheira; Ponte, 2018).

Os restantes cinco grupos não conseguiram formular uma definição adequada de prisma. Nas respostas apresentadas à Q_4T_2, os estudantes apresentaram uma conjectura da definição de prisma, baseada apenas em suas características, sem incluir uma ideia completa. Os registros incluíam descrições como: *é um sólido geométrico* e *possui faces paralelas*, descrevendo elementos constituintes do prisma, mas não a integração das propriedades essenciais que o caracterizam. Esse resultado revela dificuldades em organizar e sintetizar tais propriedades em uma definição formal do sólido, aspecto também apontado por Settimy e Bairral (2022).

Durante a discussão coletiva, o pesquisador utilizou o *applet* do GeoGebra e sólidos geométricos manipuláveis para esclarecer a definição de prisma. Com o uso dos recursos visuais e manipulativos, o pesquisador destacou que essas características são próprias dos prismas e que é essencial compreender sua definição para diferenciá-los de outros sólidos geométricos e reconhecer suas diversas formas. Ao final, validou a definição de prisma.

Na tarefa 4, os estudantes aplicaram a definição de prisma para avaliar a veracidade de afirmações na Q_3T_4. Dos quatorze participantes, onze responderam corretamente a todos os itens, o que demonstrou compreensão sobre a definição de prisma como um sólido geométrico com bases paralelas e faces laterais em forma de paralelogramos, tal como se verifica na resposta de Marcela (figura 4).

Figura 4: Reposta da estudante Marcela à Q_3T_4

3. Indique se as sentenças abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F):

(F) O prisma é uma figura da geometria plana;
(V) Todo paralelepípedo é um prisma quadrangular reto;
(V) As bases de um prisma pentagonal são pentágonos;
(F) As duas bases de um prisma são polígonos semelhantes;
(V) As faces laterais de um prisma são sempre paralelogramos.

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Os demais três estudantes apresentaram dificuldades na utilização da definição de prisma para analisar afirmações. Isso é evidenciado na resposta de Silvio à Q_3T_4, que classificou incorretamente como falsa a afirmação de que *todo paralelepípedo é um prisma quadrangular reto*, demonstrando confusão quanto à relação entre a base e a nomenclatura do prisma. Além disso, ao considerar verdadeira a afirmação *as bases do prisma são polígonos semelhantes*, cometeram um erro conceitual, pois as bases devem ser congruentes. Tais dificuldades revelam fragilidades na compreensão das propriedades do prisma, conforme aponta Battista, 2007).

6.2 Área da superfície de prismas

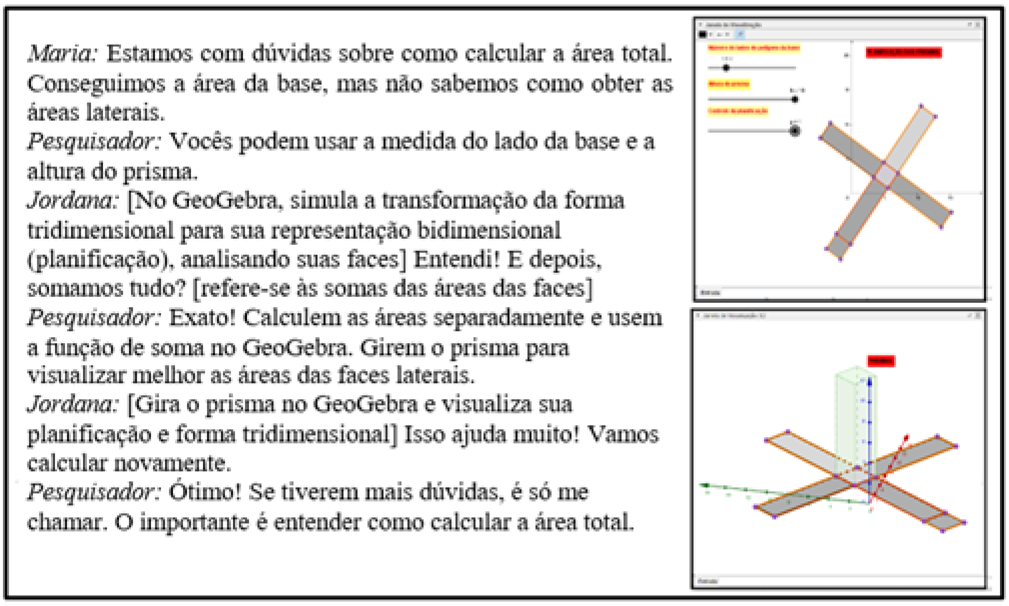
Na tarefa 5, ao explorar o material lúdico com planificações de prismas para montagem tridimensional, quatro grupos de estudantes reconheceram que o cálculo da área da superfície de um prisma envolve a soma das áreas das bases com as das faces laterais. Essa compreensão fica evidente no diálogo entre Fernanda e Michele e o pesquisador.

> *Fernanda:* Professor, eu estou com a planificação do prisma triangular, mas estou tendo dificuldades para calcular a área da base [indica o triângulo].
> *Pesquisador:* Você sabe como calcular a área de um triângulo?
> *Fernanda:* Eu acho que sim, mas não estou lembrando a fórmula. É base vezes altura.
> *Pesquisador:* Quase isso! A fórmula correta é: área = (base × altura) / 2. [...] Como podemos aplicar isso para calcular a área total do prisma?
> *Fernanda:* [manipula o prisma, identificando as bases e faces laterais] Ah!! Então precisamos somar as áreas das bases e das faces laterais!
> *Michele:* Professor!!! Quer dizer que temos que somar tudo?
> *Pesquisador:* A ideia é exatamente essa.

O diálogo evidencia que Fernanda utiliza a planificação do prisma para identificar seus elementos (base e face lateral) e, a partir dessa exploração, elabora um procedimento para o cálculo da área da superfície. Ao reconhecer as duas bases triangulares e as três faces laterais, conclui: *Então precisamos somar as áreas das bases e das faces laterais!*, formulando uma conjectura adequada para calcular a área total da superfície do prisma. A mesma compreensão é compartilhada por Michele, que confirma o raciocínio ao questionar: *Quer dizer que temos que somar tudo?* Desse modo, as estudantes evidenciam a apropriação intuitiva da regra de cálculo da área da superfície do prisma, em consonância com Brunheira e Ponte (2018).

A noção de área da superfície total de um prisma foi aprofundada por meio da exploração de um *applet* do GeoGebra. Os estudantes interagiram com a ferramenta digital, girando os prismas e manipulando seletores que modificavam simultaneamente a planificação e a estrutura tridimensional desses sólidos. Essa experiência permitiu-lhes reconhecer que a área da superfície total corresponde à soma das áreas das bases e da lateral, como evidenciado no diálogo entre Maria, Jordana e o pesquisador (figura 5).

Figura 5: Diálogo entre as estudantes e pesquisador durante exploração do GeoGebra


Maria: Estamos com dúvidas sobre como calcular a área total. Conseguimos a área da base, mas não sabemos como obter as áreas laterais.
Pesquisador: Vocês podem usar a medida do lado da base e a altura do prisma.
Jordana: [No GeoGebra, simula a transformação da forma tridimensional para sua representação bidimensional (planificação), analisando suas faces] Entendi! E depois, somamos tudo? [refere-se às somas das áreas das faces]
Pesquisador: Exato! Calculem as áreas separadamente e usem a função de soma no GeoGebra. Girem o prisma para visualizar melhor as áreas das faces laterais.
Jordana: [Gira o prisma no GeoGebra e visualiza sua planificação e forma tridimensional] Isso ajuda muito! Vamos calcular novamente.
Pesquisador: Ótimo! Se tiverem mais dúvidas, é só me chamar. O importante é entender como calcular a área total.

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

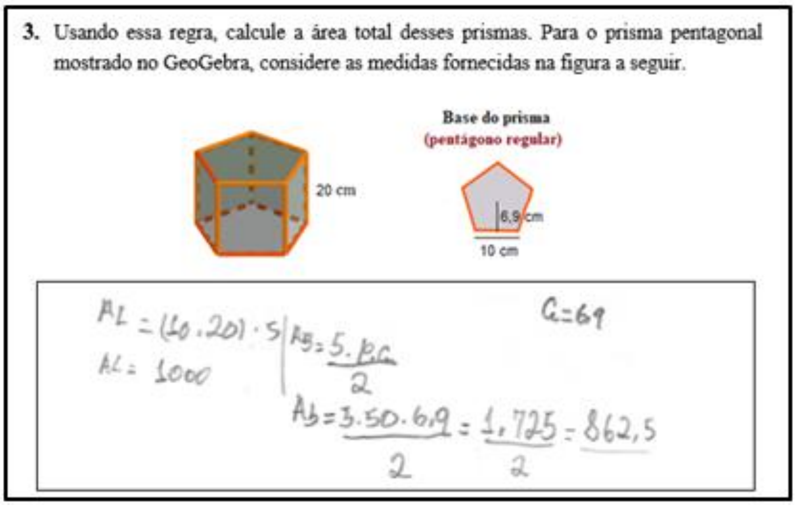
Nesse diálogo, observa-se que, ao girar e explorar o prisma no GeoGebra, visualizando sua planificação e representação tridimensional, Jordana compreendeu o procedimento para calcular a área total da superfície do prisma. Na sequência dessas explorações, ao afirmar *somamos tudo* e *isso ajuda muito!*, evidencia que reconheceu que o cálculo da área total corresponde à soma das áreas das bases e das faces laterais. Isso mostra que a articulação entre representações bidimensionais e tridimensionais do prisma, possibilitada pelo GeoGebra, favoreceu a construção desse conhecimento, confirmando as discussões de Leung (2017) sobre o potencial das tecnologias digitais na aprendizagem matemática.

Embora a generalidade dos estudantes soubesse que a área da superfície total corresponde à soma das áreas das bases e da lateral, não conseguiram conectar essas informações para criar uma conjectura correta sobre a área total da superfície do prisma, na tarefa 6. Apenas um grupo de estudantes foi capaz de formular uma conjectura correta. Isso pode ser observado na resposta de Fernanda e Michele à $\mathrm{Q}_2 T_6$: Registre com suas palavras uma regra que permite calcular a área total de cada um desses prismas, em que respondem *pela soma da área lateral com as áreas das bases*.

Os outros seis grupos enfrentaram dificuldades para formular a regra correta para calcular a área total da superfície de um prisma. As respostas se limitaram a descrever regras de cálculo de áreas de polígonos, como retângulos ou triângulos, evidenciando dificuldades em generalizar as noções de bases e faces laterais, tal como se observa na resposta do grupo Amanda, Elizabeth, Jordana, Maria e Margarida, que escreveu *base x altura = área*. Isso evidencia dificuldades no reconhecimento do padrão geométrico que fundamenta o cálculo da área total da superfície do prisma, isto é, a soma do dobro da área da base com as áreas das faces laterais, aspecto também destacado Brunheira e Ponte (2018) ao discutir os desafios envolvidos na construção de generalizações em Geometria Espacial.

Essa dificuldade pode ter sido a razão pela qual os grupos não conseguiram, de forma autônoma, aplicar corretamente a fórmula da área da superfície do prisma ao calcular a área total de um prisma pentagonal, com base nas informações fornecidas na $Q_3 T_6$. Esses estudantes cometeram erros tanto no cálculo da área da base quanto na aplicação da fórmula $A_T = 2A_b + A_L$, como se observa na resposta de Francisca, Jordana e Vera (figura 6).

Figura 6: Reposta do grupo Francisca, Jordana e Vera à $Q_3 T_9$


3. Usando essa regra, calcule a área total desses prismas. Para o prisma pentagonal mostrado no GeoGebra, considere as medidas fornecidas na figura a seguir.

Base do prisma
(pentágono regular)

20 cm

6,9 cm

10 cm

$AL = (10 \cdot 20) \cdot 5$

$AL = 1000$

$Ab = \frac{5 \cdot b.a}{2}$

$a = 6{,}9$

$Ab = \frac{3.50 \cdot 6{,}9}{2} = \frac{1{,}725}{2} = 862{,}5$

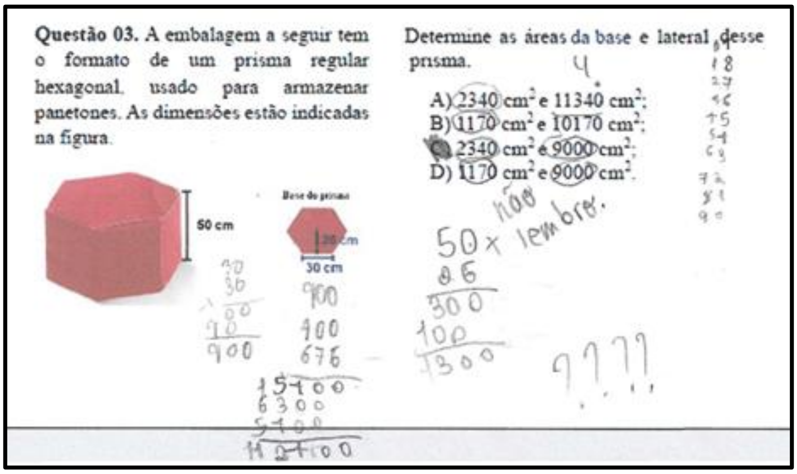
Fonte: Dados da pesquisa (2024).

A resposta apresentada mostra que as estudantes calcularam corretamente a área lateral utilizando a expressão $A_L = 5 \cdot A_R$, onde A_R é a área do retângulo 10 cm × 20 cm, e reconheceram que a área da base é composta por cinco triângulos que formam o pentágono. No entanto, ao calcular a área da base, cometeram um erro ao utilizar a fórmula incorreta $A_b = \frac{5 \cdot p \cdot a}{2}$, em vez da correta $A_b = \frac{p \cdot a}{2}$, onde p representa o perímetro do pentágono e a o apótema. Além disso, as estudantes não somaram corretamente os valores obtidos para a área da base e a área lateral na aplicação da de $A_T = 2A_b + A_L$, evidenciando dificuldades na aplicação da fórmula da área da superfície de um prisma.

Por isso, o professor conduziu uma discussão coletiva da tarefa 6, analisou as estratégias dos grupos e identificou as principais dificuldades na representação da regra para a área da superfície do prisma e sua aplicação na resolução de problemas. Ele sistematizou a regra geral para o cálculo da área total (A_T) de um prisma, validando a fórmula que envolve a área da base (A_b) e a área lateral (A_L), e destacou como essa relação se aplica a diferentes tipos de prismas e promovendo uma compreensão mais ampla do conceito.

Na questão Q_3T_7, os estudantes foram desafiados a aplicar a regra da área da superfície para resolver um problema prático que envolvia o cálculo da área lateral e da área da base de um prisma hexagonal. Os resultados indicam que oito estudantes aplicaram corretamente as relações matemáticas e obtiveram a resposta correta. No entanto, seis estudantes, apresentaram dificuldades na aplicação dessas relações, tanto no cálculo da área lateral quanto da área da base, evidenciando fragilidades na compreensão desses conceitos. Alguns estudantes, mesmo selecionando a resposta correta, demonstraram dificuldades na justificativa do raciocínio, como exemplificado na resposta da estudante Fernanda (figura 7).

Figura 7: Resposta da estudante Fernanda à Q_3T_7



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

A resposta apresenta um erro no cálculo da área lateral, pois a estudante fez $30 \cdot 30 = 900$, quando o correto seria $30 \cdot 50 \cdot 6 = 9000$. No cálculo da área da base, o estudante iniciou com $50 \cdot 26 = 1300$, mas desistiu de continuar e escreveu *Não lembro,* quando, na verdade, deveria ter aplicado a fórmula $A_b = \frac{6 \cdot 30 \cdot 26}{2} = 2340$. Assim, a estudante evidencia dificuldades em aplicar as fórmulas necessárias para o cálculo da área lateral e da base, revelando fragilidades em conceitos de área e perímetro da Geometria Plana, fundamentais para a compreensão do prisma, como também apontam Settimy e Bairral (2022).

6.3 Volume de prismas

Na tarefa 8, a exploração do material lúdico envolveu a construção de um puff em formato de prisma quadrangular com garrafas de plástico. A atividade permitiu que os estudantes reconhecessem a importância da base e altura no cálculo do volume do prisma, como observa-se no diálogo entre Elaine, Michele e o pesquisador (figura 8).

Figura 8: Diálogo entre as estudantes e pesquisador e ilustração do agrupamento das garrafas de plástico durante exploração do puff

Pesquisador: O puff é um paralelepípedo retângulo, então precisamos entender como ele se constrói. Vocês vão pegar as garrafas de quatro em quatro e amarrá-las para construir um lado do prisma. Façam isso quatro vezes, e vocês terão a estrutura pronta; depois, basta passar fita adesiva em volta da figura para visualizar qual prisma foi formado.
Elaine: Entendi! Mas como podemos garantir que a base [do prisma] fique estável e que a altura esteja associada ao volume? [indica a 1ª camada de garrafas do puff]
Pesquisador: Para garantir a estabilidade, é importante que as garrafas fiquem bem ajustadas. Ao empilhá-las, pensem na base.
Michele: Então, ao empilhar as garrafas, criaremos um modelo físico que nos ajuda a entender o volume do puff?
Pesquisador: Isso mesmo! Ao fazer isso, vocês visualizarão a relação entre a área da base e a altura, o que é fundamental para compreender o conceito de volume.
Michele: Perfeito! Vamos começar a montar então. Obrigado pela orientação, professor!

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

No diálogo, o professor orienta as estudantes a visualizarem a base e a altura, incentivando-as descobrirem a relação entre esses elementos para o cálculo do volume do prisma. Ao montarem o puff e identificarem sua forma tridimensional de prisma quadrangular, as estudantes reconhecem que a área da base e a altura são elementos fundamentais para a determinação do seu volume. Isso evidencia o potencial dos materiais manipuláveis na aprendizagem de sólidos geométricos, ao favorecerem a visualização e a articulação entre diferentes atributos do sólido, como suas dimensões e medidas, conforme apontam Lorenzato (2006) e Murari (2011)

A partir dessa construção, todos os grupos conseguiram calcular corretamente o volume do puff (prisma quadrangular), ao multiplicarem a quantidade de garrafas que representam a base pela altura prisma. Esse entendimento é evidenciado na resposta de Bryan, Francisca, Jordana e Marcela à Q_3T_8: Qual é o volume desse puff? Expresse em termos de quantidade de garrafas utilizadas? ao afirmarem: *16 garrafas, considerando cada uma das camadas*.

Na Tarefa 9, os estudantes aplicaram as ideias da construção do puff para calcular o volume de um prisma de base pentagonal e formular uma conjectura sobre a regra para calcular o volume de prismas com qualquer base. Os resultados mostram que todos os grupos conseguiram identificar as medidas da base e da altura, utilizando essas informações para calcular o volume dos prismas, como evidenciado no diálogo entre os estudantes Bryan, Francisca e o pesquisador.

> *Bryan:* É a área da base vezes a altura, certo? [refere a como calcular o volume do prisma]
> *Pesquisador:* Exato! E como calculamos a área da base?
> *Francisca:* Se for um retângulo, multiplicamos largura pela altura.
> *Pesquisador:* Certo, mas se a base for um triângulo?
> *Bryan:* Acho que é base vezes altura dividida por dois. [indica a regra da área do triângulo]
> *Pesquisador:* Isso mesmo! [...] Vamos focar em um prisma triangular. E se não descobrirmos a altura?
> *Francisca:* Não dá para calcular o volume, certo?
> *Pesquisador:* Exato. E se não tivermos o valor da base?
> *Francisca:* Nós podemos calcular a partir das medidas [...] obrigado pela ajuda professor!

No diálogo, os estudantes demonstram a capacidade de formular conjecturas sobre o cálculo do volume do prisma. Bryan corretamente identifica que o volume é dado pela multiplicação da área da base pela altura ($V = A_b \cdot h$). Francisca explica que, para um prisma de base retangular, a área é calculada multiplicando a largura pela altura, enquanto Bryan, ao falar de uma base triangular, aplica corretamente a fórmula $\frac{\text{base x altura}}{2}$. À medida que o diálogo avança para outras formas poligonais de base, os estudantes percebem que a fórmula do volume varia conforme a base do prisma. Eles também discutem a necessidade das medidas da altura ou da base para calcular o volume de um prisma. Dessa forma, os estudantes formulam conjecturas correta sobre o cálculo do volume do prisma, ao articularem a área da base e a altura com base em propriedades já conhecidas das figuras planas, evidenciando um movimento característico da investigação matemática, conforme assinala Ponte, Brocado e Oliveira (2003).

Ao responder à $Q_6\ T_9$, os resultados mostram que os grupos não conseguiram generalizar a conjectura para uma regra algébrica que permitisse calcular o volume de um prisma. Em vez disso, apresentaram uma expressão baseada na fórmula da área de um polígono que descreve a base, como evidenciado na resposta do grupo Bryan, Margarete, Paulo e Valéria (figura 9).

Figura 9: Resposta de Bryan, Margarete, Paulo e Valéria à $Q_6\ T_9$

6. Considerando um prisma de área A_b e altura indicada por h apresente uma regra que permita calcular o volume do prisma

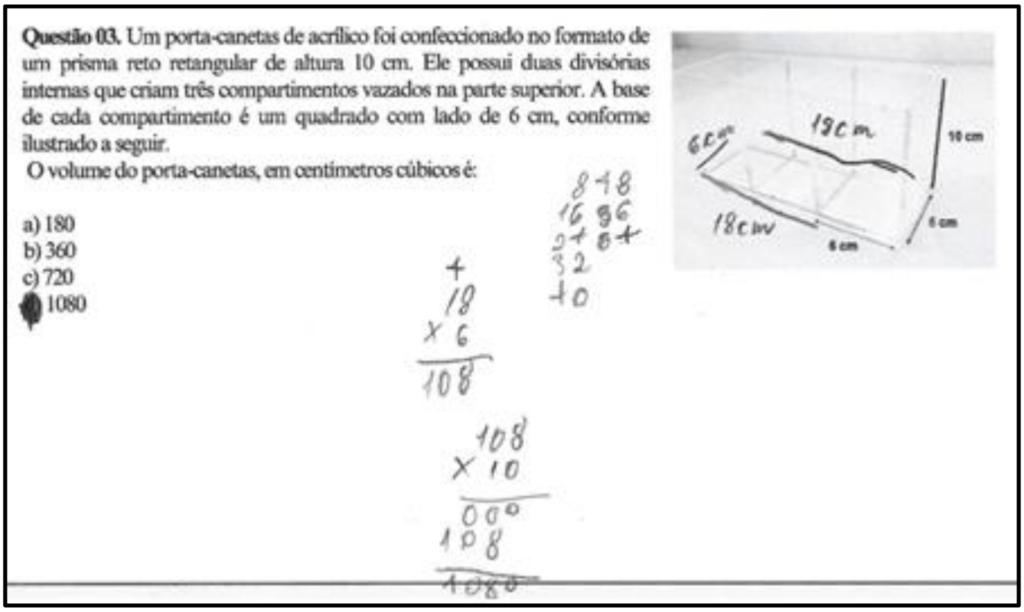
$V = \frac{p(l) . a(b) . h}{2}$

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

No momento da discussão coletiva, o pesquisador esclareceu aos estudantes que a regra para o cálculo do volume de um prisma é dada pela fórmula $V = A_b \cdot h$, onde A_b representa a área da base e h é a altura do prisma. Além disso, validou essa relação matematicamente, demonstrando sua aplicação na determinação do volume de diferentes prismas.

Na Tarefa 10, os estudantes foram desafiados a mobilizar referente à regra de cálculo do volume do prisma para determinar o volume de um porta-canetas em formato de prisma reto retangular ($Q_3 T_{10}$). Os resultados mostram que apenas dois estudantes apresentaram resolução correta, ao calcularem a área da base e aplicarem adequadamente a fórmula do volume, como exemplificado na resposta de Fernanda (Figura 10).

Figura 10: Resposta da estudante Fernanda à Q_3T_{10}


Questão 03. Um porta-canetas de acrílico foi confeccionado no formato de um prisma reto retangular de altura 10 cm. Ele possui duas divisórias internas que criam três compartimentos vazados na parte superior. A base de cada compartimento é um quadrado com lado de 6 cm, conforme ilustrado a seguir.
O volume do porta-canetas, em centímetros cúbicos é:

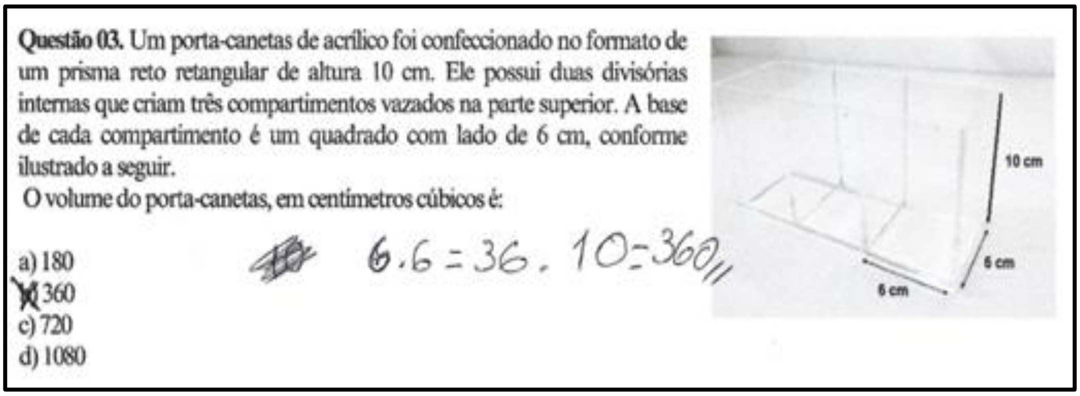
a) 180
b) 360
c) 720
1080

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Na resposta apresentada, os excertos 18 × 6 = 108 e 108 × 10 = 1080 indicam que a estudante calculou corretamente a área da base do prisma que compõe o porta-canetas e multiplicou pelo valor da altura (10) para determinar o volume do objeto, revelando sua compreensão da aplicação da fórmula do volume de prismas.

Os nove estudantes que erraram a questão Q_3T_{10} cometeram equívocos ao calcular o volume de apenas um dos prismas quadrangulares do porta-canetas, registrando 6 x 6 x 10 = 360 ou resultados equivalentes. Isso evidencia dificuldades na interpretação do problema e na identificação da estrutura completa da figura 11.

Figura 11: Resposta do estudante Paulo à $Q_3\ T_{10}$


Questão 03. Um porta-canetas de acrílico foi confeccionado no formato de um prisma reto retangular de altura 10 cm. Ele possui duas divisórias internas que criam três compartimentos vazados na parte superior. A base de cada compartimento é um quadrado com lado de 6 cm, conforme ilustrado a seguir.
O volume do porta-canetas, em centímetros cúbicos é:

a) 180
b) 360
c) 720
d) 1080

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

7 Considerações finais

Este estudo analisou de que maneira a articulação entre materiais manipuláveis e o GeoGebra pode favorecer a formulação e a aplicação de conjecturas sobre o conceito de prisma. Os resultados obtidos permitem responder à questão de investigação: em que medida o uso de materiais manipuláveis e o GeoGebra favorece a formulação de conjecturas sobre prismas pelos estudantes?

Observa-se que a exploração lúdica de sólidos geométricos em formato tridimensional, combinada com suas planificações, possibilitou aos estudantes diferenciar prismas de outros sólidos, como corpos redondos e pirâmides, além de compreender que os prismas possuem duas bases congruentes e faces laterais retangulares. O uso interativo do GeoGebra, com construções dinâmicas de prismas e suas planificações integradas, possibilitou modificações e rotação das formas, reforçando o entendimento dos estudantes.

Além disso, o professor se beneficiou desses recursos lúdicos e interativos para ilustrar conceitos e esclarecer dúvidas, promovendo um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e colaborativo, que favoreceu a validação das conjecturas durante a interação com os estudantes. Isso reforça a importância de materiais manipuláveis e tecnologias digitais, que, ao promoverem ludicidade e interatividade, favorecem a criação de um ambiente adequado para a experimentação, permitindo aos estudantes expressar dúvidas, compartilhar descobertas e desenvolver o raciocínio geométrico, como destacam Murari (2011), Leung (2017) e Santos *et al.* (2024).

Quanto à aplicação das conjecturas para resolver problemas, os resultados indicam que a maioria dos estudantes foi capaz de utilizar a regra de definição de prisma para analisar proposições matemática e julgar sua veracidade, bem como aplicar a fórmula do volume para resolver problemas. Isso evidencia a apropriação de conceitos trabalhados e sua aplicação em diferentes contextos, em consonância com as competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), que articulam compreensão conceitual e resolução de problemas no ensino de Matemática.

No entanto, observou-se que os estudantes enfrentaram dificuldades na formulação de conjecturas corretas, especialmente ao expressar algebricamente a definição de prisma e a regra para o cálculo da área total de sua superfície. Tais dificuldades parecem estar relacionadas a fragilidade nos conhecimentos prévios de Geometria Plana, sobretudo na compreensão das relações entre área e propriedades dos polígonos, bem como à natureza abstrata dos conceitos algébricos, fundamentais para a generalização das propriedades dos prismas. Essas evidências confirmam as análises de Heck e Kaiber (2019) e Settimy e Bairral (2022), que destacam os desafios associados à articulação entre conhecimentos geométricos e processos de generalização algébrica. Como consequência, a maioria dos estudantes não conseguiu aplicar corretamente a fórmula da área total da superfície do prisma para resolver problemas.

Isso sugere que, embora a exploração lúdica e interativa desempenhe um papel essencial na aprendizagem, é importante complementá-la com momentos de sistematização e reflexão voltados à articulação entre conceitos geométricos e algébricos, bem como à sua aplicação na resolução de problemas, conforme destaca Ponte (2005). Esses momentos são fundamentais para a consolidação do aprendizado e para o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial, como ressalta Battista (2007).

Destaca-se, também, a importância do papel do professor na condução das aulas. A mediação docente durante as atividades exploratórias e nas discussões em sala mostrou-se essencial para apoiar os estudantes na superação de dificuldades e na compreensão das ideias que fundamentam a formulação de conjecturas. Isso reforça a centralidade da atuação do professor na organização e orientação da aula investigativa, conforme destacam Ponte, Brocado e Oliveira (2003).

Esses resultados confirmam que experiências didáticas que integram materiais manipuláveis e tecnologias digitais, como o GeoGebra, incentivam a descoberta, a experimentação e a visualização, e favorece a aprendizagem da Geometria, conforme apontam Murari (2011) e Silva, Gaspar e Fonseca (2022). Além disso, corroboram com as indicações de Ponte, Brocado e Oliveira (2003) e Santos *et al.* (2024), que destacam a importância de uma abordagem investigativa de ensino da matemática, integrando recursos didáticos que promovam ludicidade e interatividade no processo de aprendizagem. Essas experiências devem estimular a formulação e aplicação de conjecturas para resolver problemas, promovendo um aprendizado mais efetivo e aprofundado.

O presente estudo apresenta limitações inerentes à sua abordagem qualitativa, tendo sido conduzido com um grupo específico de estudantes, o que restringe a generalização dos resultados. Além disso, evidencia-se a necessidade de ajustes nas tarefas propostas, de modo a promover momentos de sistematização e reflexão que favoreçam a articulação entre conceitos geométricos e algébricos, aspecto que poderá ser explorado em pesquisas futuras. Outra limitação refere-se à não exploração da demonstração de conjecturas, restringindo a análise à sua formulação e aplicação, sem aprofundamento no processo de validação. A dimensão da validação, portanto, constitui um ponto a ser investigado e aprofundado em estudos posteriores.

Por fim, ressalta-se que a experiência didática apresentada neste estudo pode servir como uma contribuição para professores e pesquisadores em busca de abordagens inovadoras no ensino, que promovam uma aprendizagem lúdica e interativa. No entanto, este estudo representa apenas um primeiro passo na compreensão dessas potencialidades, sendo necessário aprofundar o uso de recursos e estratégias que favoreçam sua aplicação efetiva.

8 Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro concedido para o desenvolvimento desta pesquisa.

Referências

BATTISTA, M. T. The development of geometric and spatial thinking. In: LESTER, F. K. (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Greenwich, CN: Information Age, 2007. p. 843-908.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRIGO, G. P.; NEHRING, C. M.; BATTISTI, I. K. Geometria Espacial e teoria dos campos conceituais: uma revisão de literatura em estudos no contexto da educação básica. **Educação Matemática em Revista - RS**, v. 25, n. 2, p. 14-27, 2024. DOI: 10.37001/EMR-RS.v.2.n.25.2024.p.14-27

BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P. Definir figuras geométricas: uma experiência de formação com futuras professoras e educadoras. **Quadrante**, v. 27, n. 2, p. 133-159, 2018. DOI: 10.48489/quadrante.22965

CARVALHO, A. M. P. Fundamentos teóricos e metodológicos do ensino por investigação. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 8, n. 3, p. 765–794, 2018. DOI: 10.28976/1984-2686rbpec2018183765

COUTINHO, C. P. **Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas:** teoria e prática. 1ª ed. Coimbra: Almedina, 2011.

FONSECA, V. G.; HENRIQUES, A. C. Pre-service mathematics teachers using GeoGebra to learn about instantaneous rate of change. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 54, n. 4, p. 534-556, 2023. DOI: 10.1080/0020739X.2021.1958942

HECK, M. F.; KAIBER, C. T. Análise sistemática dos artigos de geometria publicados no boletim de educação matemática no período 2008 a 2017. **Revista Vivências**, v. 29, n. 15, p. 143-160, 2019. DOI: 10.31512/vivencias.v15i29.75.

LEUNG, A. Exploring techno-pedagogic task design in the mathematics classroom. In:

LEUNG, A.; BACCAGLINI-FRANK, A. (Eds.), Digital technologies in designing mathematics education tasks: **Potential and pitfalls**. Cham: Springer, 2017. p. 3–16.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Orgs.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MURARI, C. Experienciando materiais manipulativos para o ensino e a aprendizagem da matemática. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 187-211, 2011. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/72999. Acesso em: 10 jul. 2024.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 29-53, 2013. DOI: 10.48489/quadrante.22895

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação matemática na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SANTOS, E. V. N.; VIEIRA, W.; IMAFUKU, R. S.; PEREIRA, E. F. M. Potencialidades envolvidas em uma atividade investigativa sobre Geometrias Plana e Espacial com o uso do GeoGebra 3D. **Tangram**, v. 7, n. 2, p. 2595-0967, 2024. DOI: 10.30612/tangram.v7i2.17598

SETTIMY, T. F. O.; BAIRRAL, M. A. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria especial. **Vidya**, v. 40, n. 1, p. 177-195, 2020. DOI: 10.37781/vidya.v40i1.3219

SILVA, A. L. S.; GASPAR, J. C. G.; FONSECA, V. G. Simetria axial na pandemia da covid-19: uma proposta didática com recurso do uso de dobraduras e o GeoGebra. In: GASPAR, J. C. G. et al. (Org.). **Ciclo de formação em ensino de matemática: contribuições do ensino, pesquisa e da extensão na formação do professor de Matemática**. Nova Xavantina: Pantanal, 2022. p. 11-26. DOI: 10.46420/9786581460372

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 14, p. 66-91, 2000.

STYLIANIDES, Andreas J.; STYLIANIDES, Gabriel J. Proof constructions and evaluations. **Educational Studies in Mathematics**, v. 72, p. 237–253, 2009. DOI:10.1007/s10649-009-9191-3

ZABALA, A. J. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução de Ernani Ferreira da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.