revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Exemplificando a organização do ensino-aprendizagem conceitual de matemática via Resolução de Problemas

DOI: https://doi.org/10.33871/rpem.2026.15.36.10326

Fernando Francisco Pereira[1]
Marcelo Carlos de Proença[2]

Resumo: Este artigo tem como objetivo exemplificar a abordagem de ensino-aprendizagem conceitual de Matemática via resolução de problemas a partir da experiência de uma futura professora. Tal abordagem trata-se de uma ampliação do uso do problema como ponto de partida para a atividade Matemática de modo que haja intensa articulação entre os conceitos pessoais representados pelos alunos e os conceitos formais, conforme tendem a ser apresentados pelos livros didáticos. A experiência mencionada é uma intervenção formativa que ocorreu durante uma disciplina no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procópio, sendo a futura professora citada neste artigo uma das participantes. Ao apresentar e discutir cada ação da organização através das descrições e proposições feitas pela participante, foi possível tecer considerações quanto à importância dessa abordagem para uma avaliação contínua da aprendizagem dos alunos; como possibilidade de reorganização de práticas atuais e futuras do docente; e como oportunidade de destacar as conexões entre as representações pessoais dos alunos, de dentro ou fora do ambiente escolar, como o conteúdo matemático formal.
Palavras-chave: Ensino via Resolução de Problemas. Conexões conceituais. Formação Inicial.

Illustrating the organization of conceptual mathematics teaching-learning via problem-solving

Abstract: This paper aims to exemplify the conceptual teaching-learning approach to Mathematics via problem-solving, based on the experience of a future teacher. This approach involves expanding the use of problems as a starting point for mathematical activities, ensuring a strong connection between students' personal concepts and the formal concepts typically presented in textbooks. The experience mentioned is a formative intervention that took place during a course in the Mathematics Teaching Degree program at the Federal University of Technology – Paraná, Cornélio Procópio. The future teacher referenced in this paper was one of the participants. By presenting and discussing each organizational action through the descriptions and propositions made by the participant, it was possible to reflect on the importance of this approach for continuous assessment of students' learning, as a means of reorganizing current and future teaching practices, and as an opportunity to highlight the connections between students' personal representations—both inside and outside the school environment—and formal mathematical content.
Keywords: Teaching via Problem Solving; Conceptual Connections; Initial Teacher Education.

[1] Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Professor de Matemática do Quadro Próprio do Magistério da Secretaria Estadual de Educação do Paraná (SEED/PR). E-mail: fermatpereira@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2082-5416.

[2] Doutor na área de Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP/Bauru). Professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: mcproenca@uem.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6496-4912.

1 Introdução

Segundo o dicionário Cambridge (Cambridge Dictionary, 2020), tradicional refere-se a "seguir ou pertencer aos costumes ou modos de comportamento que persistem em um grupo de pessoas ou sociedade por um longo tempo sem mudar". Tal definição é significativamente necessária ao falar do processo de ensino e aprendizagem, conforme será tratado aqui de ambos ao mesmo tempo. Nesse sentido, o chamado modelo é uma tendência seguida por uma parte da comunidade de professores, cuja influência atinge seus alunos que posteriormente virão a se tornar professores e, assim sucessivamente, seguem replicando as práticas, mesmo a sociedade que os permeiam indicando rupturas (Mizukami, 2006).

O modelo tradicional que discutimos hoje é alicerçado sobre propostas de formação docente que percorreram todo o século XX e que, infelizmente, ainda é um paradigma atual. Sob a égide de uma formação acadêmica-tecnicista, os professores eram expostos a um ensino enciclopédico, focando em aprender o conteúdo, técnicas de ensino e de controle da sala de aula para então replicá-las quando inseridos no ambiente escolar. Nesse contexto, cria-se o mito de que o professor é o transmissor e expositor do conteúdo (Fiorentini, 1995) e que para ser um bom professor basta conhecer o conteúdo, ter talento, seguir a intuição e ter experiência (Gauthier, 1998). Como todo mito se faz de crenças, "acreditar que, para ser bom professor, basta o domínio do conhecimento que se vai ensinar, [...] treinamento técnico em educação e [ensinar] por meio da transmissão das técnicas e aplicação do conhecimento" (Azevedo *et al*, 2012, p. 1006 - 1007) faz do aluno um mero ser passivo cuja função é memorizar e replicar.

Os ritos por trás dos mitos revelam que as aulas, a partir do método tradicional, constituem-se no professor expor "o conteúdo através de preleções ou de desenvolvimentos teóricos na lousa [...] só após esta apresentação completa é que aparecem os exercícios de aplicação" (Fiorentini, 1995, p. 6), os alunos como sujeitos passivos, copiavam, memorizavam e replicavam exacerbadamente o conteúdo ensinado pelo professor ou conforme escrita nos livros em situações similares as que fora explicado (Fiorentini, 1995; Gauthier, 1998; Azevedo *et al*, 2012).

Ao longo dos anos, novas concepções do processo de ensino-aprendizagem e da formação docente surgiram e modelos atuais, sustentados por vertentes que se originaram nas décadas finais do século XX, se dispuseram em contrapor-se ao modelo tradicional. Os modelos atuais transitam entre os ideais construtivistas e socioconstrutivistas, assim são vistos como "formar educadores críticos e conscientes do papel da educação na sociedade" (Azevedo *et al*, 2012, p. 1009). Nesse modelo, o professor precisa conhecer com profundidade a diversidade da sociedade e das suas requisições assim como do conteúdo que ensinará, por exemplo: a "matemática escolar e as múltiplas matemáticas presentes e mobilizadas/produzidas nas diferentes práticas cotidianas" (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 924).

O papel do professor é de pesquisar e planejar as atividades que engajarão os alunos, que produzam significados aos conceitos e procedimentos em contrapartida à fixação e memorização. Incentivar o protagonismo dos alunos ao dialogar e justificar seus pontos de vista. Mediar as discussões e tomadas de decisões favoráveis para que os alunos construam um conhecimento pessoal, mas também coletivo. O papel dos alunos é de dialogar e trocar experiências e ideias e, sobre elas, ser capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e construir novos conhecimentos (Fiorentini, 1995; Azevedo *et al.*, 2012; Fiorentini; Oliveira, 2013).

Os métodos atuais, diante de seus ideais e dos papeis do professor e dos alunos, prezam pela problematização como marco inicial do processo de ensino-aprendizagem. Assim, a resolução de problemas, tanto os que dizem respeito à realidade dos alunos quanto aqueles especificamente advindos da atividade matemática, são abordagens historicamente reconhecidas como possibilidades de construir conhecimentos através da coletividade, investigação e articulação entre os conhecimentos prévio e o novo.

No interim supracitado, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (1980; 2000) tanto recomendaram que a resolução de problemas fosse o foco do ensino de Matemática quanto assumiram a resolução de problemas como um processo para a aprendizagem dos alunos, acrescentando a validação e comunicação dos resultados como parte desse processo que deve ter como fim a articulação entre a produção matemática do aluno e o conteúdo matemático formal. Diante dessas recomendações, três foram as formas de abordar a resolução de problemas em sala de aula: o ensino *sobre* resolução de problemas, trata-se de ensinar explicitamente métodos ou estratégias específicas para resolver problemas; o ensino *para* resolução de problemas, em que o conteúdo matemático explicado, tradicionalmente ou não, é aplicado em problemas; e o ensino *via/através da* resolução de problemas, o qual a atividade de ensino-aprendizagem da matemática ocorre tendo a resolução de problemas como impulsionadora (Hatfield, 1978; Schroeder; Lester Junior, 1989).

Alguns pesquisadores são unânimes ao revelarem que a abordagem de ensino *via/através da* resolução de problemas é a mais consistente se o objetivo de ensino do professor for apresentar um problema como ponto de partida em vez de definições matemáticas; criar um ambiente investigativo e promover a coletividade e construção de conhecimentos (Masingila; Lester Junior, 2002; Onuchic; Allevato, 2011; Proença, 2013; 2016; 2018). Abre-se, diante desse pressuposto, um leque de abordagens que fazem oposição ao modelo tradicional e se dispõe a organizar o processo de ensino-aprendizagem de modo a privilegiar a compreensão conceitual da Matemática (Proença, 2021). Diante de todo o contexto apresentado, surge o objetivo deste artigo constituído em: *exemplificar a abordagem de ensino-aprendizagem conceitual de Matemática via resolução de problemas a partir da experiência de uma futura professora.*

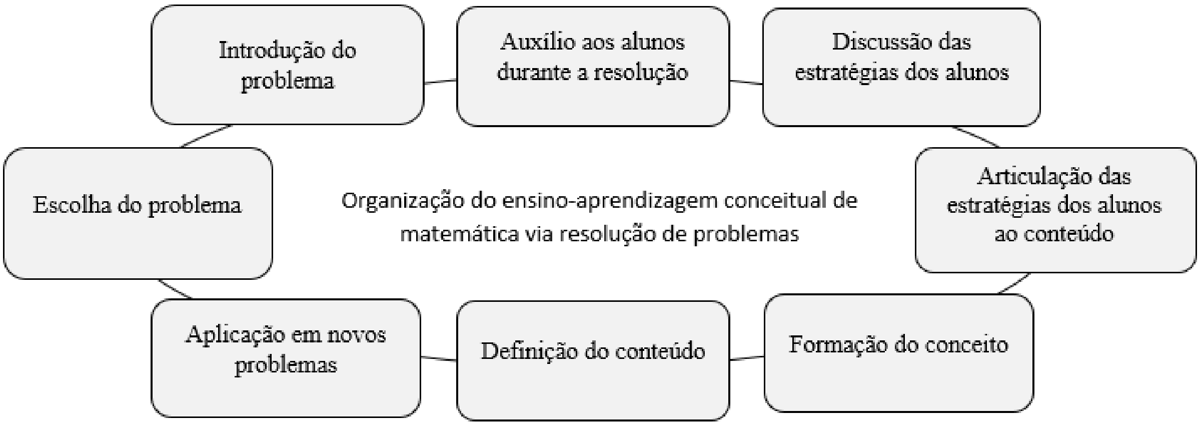
2 A organização do ensino-aprendizagem conceitual de matemática via resolução de problemas

A resolução de problemas como meio para o ensino-aprendizagem conceitual, de tempos em tempos propõe avanços significativos para chegar em propostas organizadas que indiquem caminhos a serem seguidos (Tevfik; Ahmet, 2003; Prusak; Hershkowitz; Schwarz, 2013; Björklund; 2018; Rosas-Rivera; Solovieva; Quintanar-Rojas, 2019; Proença, 2021).

A proposta estabelecida a partir dos apontamentos tecidos por Proença (2018; 2021) propõe uma organização simbiótica entre as diferentes abordagens da resolução de problemas, para, sobre e o via. Desde os anos que antecedem o século XXI, já eram exploradas essas ideias por parte de Siemon e Brooker, (1990, p. 10) que afirmavam que "enquanto a aprendizagem inicial é alcançada via resolução de problemas, ela é consolidada, estendida e aplicada através do ensino e aprendizagem para e sobre a resolução de problemas". Em grau semelhante, Proença e Pirola (2014, p. 125) afirmam que "apesar dos limites dessas duas abordagens [para e sobre], podem ser combinadas e sequenciadas com a abordagem de ensinar via resolução de problemas".

De acordo com Proença (2018; 2021), o caminho auxiliar, para os professores que desejam trilhar pela abordagem de ensino-aprendizagem conceitual de Matemática via resolução de problemas, pode ser organizado em uma sequência composta por oito ações: Escolha do problema; Introdução ao problema; Auxílio aos alunos durante a resolução; Discussão das estratégias dos alunos; Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo; Formação do conceito; Definição do conteúdo; Aplicação em novos problemas. Na Figura 1 é exemplificado o caminho das oito ações que se inicia pela ação de escolha do problema.

Figura 1: Trilha de ações do professor para organização do ensino-aprendizagem conceitual de matemática via resolução de problemas



Fonte: elaborado pelos autores (2025).

A *Escolha do problema*, primeira ação da organização, refere-se ao professor saber selecionar uma situação de matemática na íntegra, sem alterações; reelaborada, com mudanças pontuais de acordo com a necessidade; ou elaborada por inteiro, iniciada do zero, constituindo numa situação inédita que incorpore o conteúdo que se deseja ensinar. Independentemente da alteração, a situação escolhida deve ser suficiente para possibilitar diferentes caminhos e estratégias resolutivas, que levem os alunos a mobilizarem o maior número de conhecimentos prévios necessários para construir o novo conhecimento. O professor deve prever possíveis estratégias, dificuldades e dúvidas que os alunos virão a ter, assim como as possíveis respostas, apontamentos e tomadas de ações que serão tomados por ele. Por fim, ao escolher a situação, é importante que o professor considere contextos realísticos, abstratos ou imaginários que despertem fatores cognitivos ou não cognitivos nos alunos (Hiebert *et al.*, 1998; Proença, 2018; Smith; Stein, 2018; Mendes; Proença, 2020).

Ao contrário da ação anterior que não exclusivamente ocorre dentro do ambiente escolar, a *Introdução do problema* é a primeira ação em sala de aula e diretamente ligada aos alunos. É momento em que o professor deve conhecer características importantes dos alunos como: rusgas ou dificuldades em relações interpessoais que implicarão no trabalho coletivo; disposição e acolhimento ou introspecção; familiaridade ou falta dela com o conteúdo matemático para que haja certa equivalência entre os grupos e divisão ponderada dos grupos. O objetivo é promover a troca de conhecimentos e experiências, a negociação de significados e a tomada de decisão. Com os grupos estabelecidos e formados, o professor pode apresentar a situação aos alunos e nesse momento é que se define se ela constituirá um problema ou não para eles. Assim sendo, solicita-se que iniciem o processo de leitura, extração das informações e que resolvam o problema como acharem pertinente diante dos conhecimentos que possuem

(Lester Junior, 2013; Lester Junior; Cai, 2016; Proença, 2018; 2020).

Subsequente, surge a ação de *Auxílio aos alunos durante a resolução*. Essa ação está relacionada ao início do processo resolutivo marcado pelas etapas de representação, planejamento, execução e monitoramento. Tais etapas constituem o caminho comumente seguido pelos alunos para mobilizarem conhecimentos necessários para resolver o problema. A *representação* trata-se de compreender e traduzir as estruturas linguísticas (conhecimento linguístico), bem como as expressões presentes no enunciado em declarações matemáticas (conhecimento semântico) e reconhecer a natureza do problema diante dos objetos matemáticos (conhecimento esquemático). O *planejamento* refere-se à elaboração de um plano, estímulo à promoção de estratégias e gestão do caminho a ser percorrido (conhecimento estratégico). A *execução* é o emprego da estratégia, implementação e manipulação de algoritmos e procedimentos resolutivos (conhecimento procedimental). Por fim, o *monitoramento* é a etapa de verificação e validação das estratégias e dos cálculos realizados (Brito, 2006; Proença, 2018).

Portanto, no *Auxílio aos alunos durante a resolução*, o professor tem o papel de *observador, incentivador* e *direcionador* da aprendizagem (Proença, 2018). Deve circular pelo ambiente observando comportamentos gerais, observar dúvidas e dificuldades específicas dos grupos e permanecer nos grupos auxiliando com as dúvidas e dificuldades específicas; sanar dúvidas coletivas e individuais de acordo com as observações feitas; incentivar os alunos para mobilizarem corretamente e efetivamente os conhecimentos linguístico, semântico, esquemático, estratégico e o procedimental e direcioná-los para a uma resolução válida (Proença, 2018; 2020; Takahashi, 2021).

Ação de *Discussão das estratégias dos alunos*. Essa ação consiste em solicitar que os alunos registrem suas resoluções na lousa de forma organizada para que o professor realize a socialização de suas produções. Nesse caso, está envolvido olha sobre uso de conhecimentos prévios, ou seja, o professor deve estabelecer apontamentos quanto a conceitos e procedimentos que estão associados ao conteúdo que se deseja ensinar, os quais os alunos apresentaram dificuldades ou que não foram reconhecidos durante o processo. Os alunos são protagonistas ao apresentarem suas soluções e os professores elucidam as dúvidas e incentivam que os demais façam questionamentos, oportunizando a identificação de estratégias entre os alunos (Proença, 2018; Takahashi, 2021).

Por fim, na *Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, cabe ao professor recorrer a aspectos específicos das resoluções dos alunos que possibilitam relacionar diretamente ao que se quer ensinar. Portanto, ao estabelecer a articulação entre as estratégias dos alunos e o conteúdo matemático de ensino, torna-se visível possibilidades de conexões nas diferentes maneiras de pensar dos alunos, contribuindo para vislumbrar avanços em seus pensamentos para outros tópicos, abordagens e representações matemáticas. Ao visualizar e compreender as conexões entre os conhecimentos possuintes e o novo, os alunos serão capazes de construir um repertório conceitual e procedimental para ser aplicado em novas resoluções (NCTM, 2000; Proença, 2018; Smith; Stein, 2018; Allevato; Onuchic, 2019).

Por conceito compreende-se como uma representação mental ou escrita de um conjunto ou classe de objetos detentores de certa particularidade capaz de os diferenciar ou associar a outros (Klausmeier; Goodwin, 1977; Pozo, 1998; Vygotsky, 2008). A ação de *Formação do conceito* consiste no professor estimular os alunos a realizarem atividades que possibilitem atribuir significados a um objeto, traduzi-lo em suas próprias palavras de forma generalizada, utilizar tais representações como forma de reconhecer outros objetos de classes semelhantes ou diferentes, apresentar exemplos e contraexemplos e aplicá-los na solução de problemas (Vinner, 1991; Pozo, 1998; Vygotsky, 2008; Proença, 2021).

A ação de *Definição do Conteúdo* refere-se ao professor apresentar aos alunos a definição formal do conteúdo, com o rigor matemático conforme normalmente é salientado nos livros didáticos. O professor deve estabelecer a relação entre as representações conceituais construídas pelos alunos na ação anterior com a representação convencional. Ao articular o conteúdo com as representações pessoais dos alunos na ação anterior, permitirá que construam uma formalização para o conceito que já possuíam. Ainda cabe ao professor, nessa ação, sintetizar as diferentes características do conteúdo, os diferentes métodos e algoritmos resolutivos e sobre as etapas da resolução de problemas (Vinner, 1991; 2018; Nurwahyu, 2014; Simon, 2016; Proença, 2021).

Por fim, na ação de *Aplicação em novos problemas*, o professor deve escolher novas situações, com foco na resolução de uma diversidade de temas contextualizadas, a fim de que os alunos possam aplicar os conhecimentos construídos anteriormente. A ideia é que o problema se mostre como uma tarefa central para os alunos desenvolverem o conceito aplicando o que aprenderam, conforme prevê a abordagem de ensinar matemática para resolver problemas. Isso é, para o professor, é uma possibilidade de investigar a aprendizagem, refletir sobre a trajetória e ressignificar sua prática. O professor pode usar esse momento também para trabalhar explicitamente heurísticas capazes de ajudar na resolução de problemas, as etapas e conhecimentos associados ao processo e entraves comuns cometidos por eles, sendo uma ação associada à perspectiva de ensinar sobre resolução de problemas (Proença, 2021).

Evidencia-se que as oito ações descritas na Figura1, baseadas em Proença (2018; 2021), podem despertar nos professores e futuros professores conhecimentos pedagógicos acerca do conteúdo, seja da Matemática propriamente, seja da resolução de problemas. Portanto, faz-se necessário que professores e, principalmente, os futuros professores, sejam levados a abordar a teoria e a construção de práticas que possibilitem articular a resolução de problema e o ensino conceitual da Matemática. Nesse sentido, será apresentado, a seguir, a exemplificação por trás da teoria sobre as oito ações da abordagem de ensino-aprendizagem conceitual de Matemática via resolução de problemas (Proença, 2018; 2021).

3 Breve descrição do cenário e dos participantes

Este artigo tem o objetivo de *exemplificar a abordagem de ensino-aprendizagem conceitual de Matemática via resolução de problemas a partir da experiência de uma futura professora*. Assim, serão apresentadas e discutidas todas as ações de Proença (2018; 2021) por meio da proposta criada por um dos participantes da intervenção formativa intitulada “O ensino de matemática via resolução de problemas: encaminhamentos para a sala de aula”. A intervenção ocorreu durante as aulas da disciplina Práticas de Ensino C, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTPFR). A disciplina tem como objetivo geral oferecer apoio teórico e didático aos alunos na elaboração do plano de estágio. Ao longo de 18 encontros, seis licenciandos foram apresentados e orientados a discutirem sobre as temáticas: problema; processo de resolução de problemas; abordagens da resolução de problemas no currículo escolar; Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP); e organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos com resolução de problemas.

Na etapa final da intervenção formativa, os licenciandos deveriam elaborar, apresentar e discutir as propostas de organização do ensino-aprendizagem conceitual de Matemática via resolução de problemas. Os dados apresentados na exemplificação emergem do *corpus* constituído das gravações e anotações realizadas pelo pesquisador durante a intervenção formativa realizada. É justamente uma dessas propostas que servirá de exemplificação. Na proposta selecionada, Joana, conforme será ficticiamente chamada a licencianda, escolheu trabalhar o conteúdo de Regra de Cramer e determinante de matrizes durante as oito ações que serão apresentadas na sequência. A escolha por tais conteúdos surge do plano de estágio a ser desenvolvido no Ensino Médio de um colégio da rede estadual de ensino.

4 Compreendendo a exemplificação da abordagem de ensino-aprendizagem conceitual

Nesta sessão, será apresentada e brevemente discutida as oito ações da proposta de Proença (2018; 2021) a partir da descrição da participante Joana.

4.1 Escolha do problema

Para iniciar a abordagem, Joana, optou por reelaborar uma questão selecionada de um caderno de prova de vestibular. Joana, antes da seleção considerou como pré-requisito para o ensino da Regra de Cramer, que os alunos deveriam saber algum método para resolver sistemas lineares e que tivessem noções básicas sobre o conceito de determinante de matrizes 2x2 e 3x3, principalmente do algoritmo de Sarrus, baseando-se nas conversas com a professora regente da turma. A situação reelaborada por Joana é apresentada na Figura 2.

Figura 2: Situação reelaborada por Joana para iniciar a proposta

Um clube promoveu um show de música K-pop ao qual compareceram 200 pessoas, entre sócios e não sócios. No total, o valor arrecadado foi R$ 1 400,00 e todas as pessoas pagaram pelo ingresso. Sabendo-se que o preço do ingresso foi R$ 10,00 e que cada sócio pagou metade desse valor, qual é o número de sócios presentes no Show?

Fonte: dados da pesquisa.

Conforme apontado por Proença (2018), é esperado que os professores saibam reelaborar situações para que se adequem, inicialmente a um problema, posteriormente aos conhecimentos prévios dos alunos e ao objeto de ensino. Assim, quanto ao critério que utilizou para escolher o problema.

> O que você considerou na hora de escolher o problema? E qual foi a alteração que você precisou fazer para responder que é uma situação reelaborada? (Pesquisador, 2024).
>
> Eu procurei pegar um problema que tivesse uma linguagem clara e que não fosse muito difícil para os alunos [...] quando fui pegar o problema do vestibular tive que mexer nele para virar uma pergunta [...] questões de matriz não tem muito texto no início, é dado a matriz tal, calcule! Ai esse teria um texto porque não era especifico para resolver por matriz (Joana, 2024).

Ao selecionar uma questão de vestibular, dentre as quais costumam ser de múltipla escolha, Joana realizou uma alteração, que correspondeu a estabelecer um comando de questionamento ao invés de um comando que dependa das alternativas. Outro fator foi sua preocupação por um enunciado que os alunos sentissem facilidade ou dificuldade. Por fim, Joana também revela preocupação por contextualizar o problema. Essas preocupações também foram identificadas no estudo de Proença (2024) justamente no desafio encontrado por licenciandos em Matemática em contextualizar, propor perguntas e adequar o enunciado para introduzir o problema. Ao estabelecer tal avaliação, o professor pode prever possíveis estratégias que os alunos empregarão, na Figura 3 são apresentadas as estratégias consideradas por Joana.

Figura 3: Estratégias previstas por Joana para o problema escolhido

Possível estratétia 1: método da adição

X = não sócios
Y = sócios

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 10x + 5y = 1400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 10x + 5y = 1400 \end{cases}$$

Multiplicando a 1ª equação por -5

$$\begin{cases} -5x - 5y = -1000 \\ 10x + 5y = 1400 \end{cases}$$

$$5x = 400$$
$$x = 80 \text{ e } y = 120$$

Possível estratétia 2: elaborar uma tabela

Não sócios	Sócios	Total = 200
100	100	200
50	150	200
60	140	200
70	130	200
80	120	200
120	80	200

R$ 10,00	R$ 5,00	Total = 1400
10*100	5*100	1500
10*50	5*150	1250
10*60	5*140	1300
10*70	5*130	1350
10*80	5*120	1400
10*120	5*80	1600

Fonte: dados da pesquisa.

Ao ser questionada sobre as estratégias:

> Sobre as estratégias, o que você pode comentar? (Pesquisador, 2024).
>
> Todas as resoluções que eu vi na internet resolviam ele por sistema [...] creio que os alunos montariam uma equação do primeiro grau ou que percebessem que daria para montar um sistema linear com os dados e resolveria para obter o número de sócios [...] as formas como iriam organizar provavelmente mudaria dependendo do método que escolham [...] pode ser que ele não veja que dá para resolver como sistema. Pode ser que ele organize os dados criando uma listinha, tipo tabela, e acabe chegando naquele valor (Joana, 2024).

Note que é preciso que o professor preveja tanto estratégias diretamente associadas ao conteúdo, como os sistemas lineares, mas também há a previsão de estratégias mais simples como as tabelas. Embora Oliveira e Proença (2022) alertem que para o professor a recorrência por apresentar uma tabela é trabalhosa e extensa, por outro lado é potencialmente eficaz para a melhor visualização dos dados e seus comportamentos.

4.2 Introdução do problema

Para iniciar a ação de Introdução do problema, foi solicitado que Joana descrevesse em etapas suas ações:

> Fale um passo a passo de como você agiria na Introdução do problema? (Pesquisador, 2024).
>
> O problema será passado na lousa para que os alunos possam copiar em seus cadernos, em seguida irão fazer grupos de 5 ou 6 pessoas [...] vai depender da quantidade de alunos, mas acho que tem que ter bastante gente para ajudar e não ficar tão difícil [...] os alunos vão fazer a leitura inicial [se não] são influenciados pela minha leitura e se os alunos ficarem com dúvida vou fazer a leitura do enunciado do problema, destacando e tirando dúvidas em relação ao significado de algumas palavras no enunciado que eles possam não ter entendido (Joana, 2024).

Ao indicar a sequência de abordagem, Joana, destaca alguns pontos relacionados a gestão da sala de aula como dividir os alunos em grupos de acordo com a quantidade de alunos presentes e manter os grupos com um número significativo de integrantes para que torne o processo mais fácil, assim como organizar a leitura coletiva e a leitura do professor, se necessário. No sentido da dificuldade, Joana se coloca pronta para tirar dúvidas dos alunos com questões linguísticas associadas a situação. Por fim, para Proença (2018), é nessa ação que a situação se tornará um problema ou não, portanto na previsão de Joana a situação escolhida se configurará como um problema, visto que há a previsão de certas dificuldades ou obstáculos.

4.3 Auxílio aos alunos durante a resolução

A ação de Auxílio aos alunos durante a resolução é o momento em que segundo Proença (2018) as etapas e conhecimentos associados a resolução de problemas passam a ser mobilizadas. Ao ser solicitada que descrevesse suas ações durante o auxílio:

> Descreve para mim como você agiria ou como seria na sua prática o auxílio aos alunos durante o processo de resolução deles? (Pesquisador, 2024).
>
> O professor ficará disponível para tirar eventuais dúvidas que possam ter, mais com um cuidado para não dar informações sobre o procedimento envolvido na resolução e desta forma permitir que os alunos tentem fazer sozinhos. O professor também vai andando na sala e observando os grupos, vendo se o que estão fazendo está indo certo e se não tiver ele pode ir dando umas dicas de como estaria certo tipo [fazendo aspas com a mão] ‘ó esse valor aqui tem que fazer o que com aquele ali?’ e ‘se você pegar assim e fazer assim, será que dá certo?’ esse tipo de orientação, sabe uns empurrõeszinhos para ver se ele conseguem continuar. Se precisar dá para ir no quadro e explicar algumas coisas mais simples, coisas que não vão entregar o problema (Joana, 2024).

Joana salienta a importância de nessa ação o professor não acabar auxiliando além do necessário e acabar apresentando informações que resolvam o problema diretamente. Trata-se de realizar intervenções pontuais, a partir da observação das atitudes e necessidades dos grupos, além do fato de tais apontamentos estarem relacionados a ação de questionar os alunos, de modo que precisem refletir. Porém, conforme Proença (2018) é enfático, em casos específicos, que as dúvidas persistirem, é necessário que o professor vá a lousa e realize alguns procedimentos e cálculos simples capazes de destravar os grupos, acenando para uma direção.

4.4 Discussão das estratégias dos alunos

Assim como a ação anterior, a Discussão das estratégias dos alunos está associada aos conhecimentos mobilizados durante as etapas da resolução do problema. Na descrição de Joana, sobre a condução das discussões:

> Como você agiria na hora de discutir as estratégias feitas pelos alunos? (Pesquisador, 2024).
>
> Depois de ter passado o tempo estimado para a resolução e o professor confirmar que todos acabaram de resolver o problema, os grupos serão convidados a dizer como fizeram para encontrar o número de sócios e de que modo organizaram os dados. O professor vai dividir o quadro, identificando um lugar para cada grupo e vai ser pedido que os alunos apresentem as resoluções na lousa, pois assim fica registrado o passo a passo que eles fizeram e é mais fácil para o professor tirar dúvidas que ainda restaram dos próprios alunos do grupo ou dos outros grupos sobre a resolução dos outros [...] ou apontar os procedimentos que os grupos mais tiveram dificuldade. É esperado que os alunos assumam a responsabilidade e saibam organizar os dados de maneira que possa ficar claro os conhecimentos prévios para os outros, mostrando que não foi nada novo, foi apenas com conhecimentos que eles já conheciam (Joana, 2024).

Segundo Joana, o professor deve mobilizar novamente alguns conhecimentos sobre gestão de sala de aula e dos alunos, como por exemplo saber organizar as resoluções na lousa de maneira que auxilie no esclarecimento das dúvidas, nas discussões e compreensão gradual do conteúdo. Corroborando com Proença (2018), igualmente é esperado que o professor aponte as etapas do processo que os alunos mais tiveram dificuldade e a articulação do conhecimento que eles tinham, previamente à resolução, e o novo conhecimento objetivado pelo professor.

4.5 Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo

A última das ações referentes ao problema como ponto de partida, a Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo, refere-se a um marco inicial da construção conceitual que culminará na definição do conteúdo, segundo a articulação proposta por Proença (2018; 2021). Na descrição de Joana, sobre a articulação das estratégias dos alunos:

> A ação de articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo que você escolheu é uma etapa divisória. Como você conduziria ela? (Pesquisador, 2024).
>
> Logo após todos terem discutido como fizeram e observado as diferenças ou familiaridades [entre as resoluções] o professor destaca pontos que os alunos utilizaram e que tem uma relação com a regra de Cramer. Como exemplo, se algum grupo resolveu da forma de sistema linear, mas utilizando qualquer método por exemplo, já pode pegar e questionar sobre que outra forma de representar um sistema eles pensam que é possível [...] o professor pode utilizar algum sistema, se aparecer, e resolver escrevendo em formato de matriz, pode até escrever uma tabelinha mesmo [...] são possíveis estratégias que dão para ligar a regra de Cramer com alguma coisa que não seja outro método de matriz [...]. Aí é só mostrar como resolver o sistema com esse novo método [Cramer] (Joana, 2024).

De acordo com a descrição feita por Joana, ao desejar o ensino-aprendizagem da regra de Cramer, o professor pode observar nas estratégias dos alunos relações conceituais e procedimentais que exerçam uma inter-relação com a regra, por exemplo os Sistemas Lineares e as tabelas, ambos são facilmente convertidos para o formato matricial. Esse é justamente o ponto de início da discussão tanto de conceituações avançadas sobre a ideia ou necessidade dos determinantes, quanto para os procedimentos que levaram aos mesmos valores obtidos através das Tabelas e dos métodos resolutivos de Sistemas lineares. No caso de não haver estratégias que possibilitassem uma articulação ou que mostrassem pouca relação, forçando a compreensão dos alunos, o professor poderia simplesmente utilizar a regra de Cramer para resolver o problema, semelhante ao que recomenda Proença (2018).

4.6 Formação do conceito

A ação de Formação do conceito é a etapa em que os alunos devem construir uma rede de representações conceituais, considerando aspectos: visuais/simbólicos, como atributos relevantes e irrelevantes do conceito, linhas, espessuras, deslocamento, rotações etc. (Proença, 2023); sintáticos, como regras, operações e procedimentos e semânticos, associados ao significado das expressões em implicação com o conteúdo (Proença, 2018).

Joana, apresenta uma sequência de tarefas para reflexionar sobre os conceitos junto com os alunos, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4: Sequência de tarefas para auxiliar na formação do conceito

1) Quando temos um número junto com a letra, por exemplo:

5x

a) O x que é o valor desconhecido é chamado do que?

b) O 5 é chamado do que?

2) Crie uma matriz 2x2 e outra 3x3 com os coeficientes que você quiser:

3) Olhando para os sistemas abaixo:

$$\begin{cases} 2a + b = 5 \\ 3a - b = 5 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} r + s + t = 12 \\ r - s + 2t = 12 \\ -s - 3t = -16 \end{array}$$

Qual a forma matricial dos sistemas, lembre-se dos coeficientes?

4) Olhe para os dois quadros abaixo:

$\begin{cases} 12x + 3y = 15 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$ Pelo método da adição temos: $14x = 28$ $x = 2$ Substituindo na segunda equação $2(2) - 3y = 13$ $-3y = 13 - 4$ $-3y = 9$ $y = -3$	$M = \begin{bmatrix} 12 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ $D = 12.(-3) - 3.2 = -36 - 6 = -42$ $M_x = \begin{bmatrix} \mathbf{15} & 3 \\ \mathbf{13} & -3 \end{bmatrix}$ $D_x = 15.(-3) - 3.13 = -45 - 39 = -84$ $M_x = \begin{bmatrix} 12 & \mathbf{15} \\ 2 & \mathbf{13} \end{bmatrix}$ $D_y = 12.13 - 15.3 = 156 - 30 = 126$

No primeiro quadro notamos que o sistema linear foi resolvido a partir do método da adição, entretanto no segundo quadro notamos a presença de três matrizes distintas e seus determinantes, responda: No Quadro 2 é apresentado o valor da incógnita x e y? Se sim, quais são? Se não, como determina-los a partir do que se tem?

Fonte: dados da pesquisa.

Nas tarefas destacadas por Joana nota-se o que para Proença (2023) podem ser classificadas como implícitas e explicitas. As tarefas 1 e 4 exigem, de forma implícita, que os alunos procurem por ideias ou definições para as quais não foram dadas pistas. Já as tarefas 2 e 3, de forma explicita, indicam aspectos conceituais a serem reconhecidos e executados, por exemplo, indicando a apresentação de uma matriz de determinada ordem, bem como indicando a forma matricial tendo como pista os coeficientes.

Na descrição de Joana, sobre a Formação do conceito:

> Na Formação do conceito, como você agiria? Descreva ela para mim por favor (Pesquisador, 2024).
>
> Eu acho que como a ideia é trabalhar o conceito da regra de Cramer, poderia começar de forma gradual, por exemplo usar exercícios tipo indique a matriz dos coeficientes dos seguintes sistemas e calcule seu determinante e dar alguns exemplos que eles [alunos] podem resolver por Sarrus [método mais simples para resolver], só para ir gradual mesmo [...] dá para continuar pedindo a forma matricial dos mesmos exemplos ou de outros também [...] para eles terem uma noção de coeficiente, já para ir indicando a ideia do Cramer e os conceitos de matriz dos coeficientes e matriz só dos resultados [...] dá para finalizar a parte do conceito pedindo para eles analisarem duas resoluções de um mesmo exemplo, uma feita por sistemas e outra por Cramer e ir questionando eles por exemplo: na primeira parte do quadro o sistema linear foi resolvido a partir do método da adição, entretanto no segundo quadro notamos a presença de três matrizes distintas e seus determinantes, você acha que as incógnitas x e y estão na resolução da segunda parte [Cramer]? Se sim, quais são? Se não, como determiná-los a partir do que se tem? Dá até para colocar coisa errada no meio e perguntar [...] isso seria a formação do conceito no meu entendimento que eu coloquei na proposta (Joana, 2024).

De acordo com Joana, é necessário que a formação ocorra de forma gradual, por métodos e procedimentos mais simples, que apresente relações supraordenadas e subordinadas ao conceito. Salienta também tarefas que requeiram a identificação de atributos definidores e exemplos através da análise e comparação de resoluções prontas, que apresentem conceitos e procedimentos corretos ou não (Proença, 2021; 2023).

4.7 Definição do conteúdo

Após a ação de Formação do conceito, surge a possibilidade de definir o conteúdo. Ação que exige do professor, cuidado com a seleção de elementos importantes das representações conceituais dos alunos, entendidas como definições conceituais, ao longo das tarefas a fim de realizar a definição matemática formal (Proença, 2021; 2023).

Na exemplificação descrição por Joana:

> Como você descreveria suas ações durante a Definição do conteúdo que você propôs? Que é a regra de Cramer (Pesquisador, 2024).
>
> Depois de ter apresentado de forma gradual a ideia de matriz, de coeficientes e uma base do que é achar o determinante, mas sem falar com esse nome eu vou apresentar a definição teórica mesmo, igual tem no livro que a professora usa com eles que a regra de Cramer é um método desenvolvido para resolver sistemas lineares. Que sistema linear é um conjunto de equações que se relacionam e que podem ser escritos da forma matricial igual eu já vou ter discutido com eles quando pedi para colocarem no quadro a resolução [...] para encontrar o conjunto de soluções por Cramer é necessário saber o determinante de uma matriz [...] a matriz é formada pelos coeficientes do sistema e existe o Dx [determinante x] que vem da substituição da coluna do x pela coluna dos resultados e o Dy [determinante y] substituição da segunda coluna, a do y pela coluna dos resultados e o Dz [determinante z] que é da mesma forma [...] ia montar as três matrizes, mas utilizando letras, de forma algébrica, igual as demonstrações dos livros [...] vou fazer normal, fazer a divisão do Dx, do Dy e do Dz por D [determinante da matriz dos coeficientes], vou mostrar que daí já acha as soluções e depois vou usar como exemplo um dos problemas que eles já tinham feito antes. Vou resolver passo-a-passo explicando e questionando se eles estão com dúvida e se estão entendendo que aquilo que ele fizeram agora faz mais sentido (Joana, 2024).

De acordo com a descrição feita por Joana, conceitos apresentados anteriormente como transformação de sistemas lineares na forma matricial, apresentação do determinante de uma matriz e compreensão de coeficientes serão articulados à definição de determinante da coluna representada pela incógnita x e para a coluna da incógnita y, consequentemente para definir a regra de Cramer, sempre através de questionamentos e apontamentos.

4.8 Aplicação em novos problemas

A última etapa da organização refere-se a abordar a perspectiva do ensino de Matemática *para* resolver problemas e o ensino *sobre* a resolução de problemas. O ensino para resolver problemas consiste ensinar o conteúdo matemático para que os alunos possam usá-los na resolução de problema, em outras palavras, a matemática que foi ensinada deve ser aplicada no problema. Já o ensino sobre resolução de problemas consiste do professor explicar estratégias e métodos de organizar e resolver os problemas a partir do conteúdo matemático ensinado. Na Figura 5 é apresentado o problema escolhido por Joana para aplicação do conteúdo.

Figura 5: Problema escolhido por Joana para aplicação do conteúdo

Uma determinada escola resolveu realizar jogos olímpicos em comemoração ao Dia do Cerrado, com 14 modalidades. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Equipe	Ouro	Prato	Bronze	Pontuação
Equipe Pequi	5	5	3	43
Equipe Ipê	5	4	7	44
Equipe Caju	4	5	4	39

Sendo desconhecidas as pontuações recebidas para as medalhas de ouro, prata e bronze, respectivamente, então as soma dessas respectivas pontuações desconhecidas resultará em qual valor?

Fonte: dados da pesquisa.

O problema escolhido por Joana, apresenta semelhanças com o problema apresentado na ação inicial. Esse fator é relevante para que o professor possa ter uma compreensão do avanço dos alunos durante o processo, bem como estabelecer metas e ressignificação da sua prática futura, como: a necessidade de uma abordagem diferente, ou retomar determinado conceito ou procedimento, por exemplo. Quando questionada sobre o processo de escolha do problema e da aplicação do conteúdo, Joana:

> O que você levou em consideração na escolha do problema? Como seria sua ação? (Pesquisador, 2024).
>
> Como o objetivo agora era que os alunos aplicassem o que eles aprenderam nas outras aulas, então eu escolhi esse primeiro problema que traz uma matriz em forma de uma tabela envolvendo medalhas e isso eles veem nas olimpíadas, então é do cotidiano deles [...] no problema não fala um método para ele resolver, então ele pode usar outros métodos ou o Cramer [...] não tem como ele não saber resolver, porque se não souber já é um indicativo de que alguma coisa não ficou legal nas outras aulas, não sei, durante a formação do conceito talvez ou antes até [...] o outro problema é mais simples. Tem um contexto e eles vão ter que escrever as informações do problema na linguagem matemática [...] o sistema é um de duas incógnitas, pode ser resolvido por outro método, mas nesse eu vou especificar e pedir para resolverem por Cramer, para ver se eles aprenderam de fato o que foi ensinado [...] mesmo pedindo já a forma de fazer eu acho que continua sendo um problema porque ainda é um desafio para eles ver se sabem utilizar o método [...] os dois problemas vão ser bons para ver se os alunos aprenderam e quais são as principais dificuldades deles (Joana, 2024).

Corroborando com Proença (2021), Joana escolheu um problema que pertencia a realidade dos alunos, envolvendo um quadro de medalhas, que necessitará realizar a tradução para a linguagem matemática. A tradução de acordo com a participante poderá ser da tabela em uma matriz ou da tabela em um sistema linear. É esperado que não apresente dificuldades significativas para os alunos. Entretanto, não significa que a situação deixa de ser encarada como um problema, visto que o objetivo é trabalhar o ensino para resolver problemas, portanto a perspectiva é de aplicação para verificação da aprendizagem dos alunos e da prática do professor (Proença, 2021).

5 Reflexões finais

Sendo o objetivo exemplificar a abordagem de ensino-aprendizagem conceitual de Matemática via resolução de problemas a partir da experiência de uma futura professora, cabe considerar que este foi atingido, visto clareza de detalhes descritos pela participante em relação a sua experimentação. É evidente que a abordagem proposta por Proença (2018; 2021) vai na contramão de organizações tradicionais do processo de ensino-aprendizagem, assim como assume uma nova perspectiva ao apontar uma possibilidade de dar continuidade ao ensino de matemática via resolução de problemas, conforme é explorado por outras vertentes, limitando-se a um momento específico do processo.

Vale ressalvar que dentro dos detalhes da descrição da participante, nota-se a recorrência, em todas as ações, aos conhecimentos produzidos pelos alunos. Isso demonstra que o professor a cada passo dado pode avaliar a aprendizagem dos alunos e mudar a direção de suas práticas subsequentes. Trata-se de um processo de ensino-aprendizagem dinâmico, possível de alteração ao longo do caminho, sem que se tenha que desconsiderar tudo que já havia sido construído e representado anteriormente. O trabalho conceitual, além do problema como ponto de partida, possibilita que os alunos articulem constantemente suas definições pessoais sobre o que define ou não o conteúdo; o significado de certas terminologias, como no exemplo de Joana, incógnita e coeficiente, o porquê e o que de dividir o Dx por D em relação a outra representação; ou apresentar exemplos de matrizes de acordo com uma determinada ordem, justamente conforme pressuposto por Proença (2023).

Por fim, a proposta discutida a partir de Proença (2018; 2021; 2023) e agora exemplificada a partir da perspectiva de uma futura professora de Matemática, avança em discussões levantadas anteriormente pelos *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) e Allevato e Onuchic (2019), quanto ao uso da resolução de problemas para trabalhar as conexões entre o conteúdo matemático e as representações conceituais dos alunos construídas sobre suas experiências dentro e fora da sala de aula.

Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lurdes de la Rosa. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. **REnCiMa**, São Paulo, v. 10, n. 2. 2019, p. 1-14. DOI: 10.26843/rencima.v10i2.2334. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2334. Acesso em: 13 dez. 2024.

AZEVEDO, Rosa Oliveira Marins; GHEDIN, Evandro; SILVA-FORSBERG, Maria Clara; GONZAGA, Amarildo Menezes. Formação inicial de professores da educação básica no Brasil: trajetória e perspectivas. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba , v. 12, n. 37, p. 997-1026, dez. 2012 . Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1981-416X2012000300019&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 07, fev. 2025. Doi: 10.7213/dialogo.educ.7214

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, p. 1-38, 1995. DOI: 10.20396/zet.v3i4.8646877

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013. DOI: 10.1590/S0103-636X2013000400011

GAUTHIER, Clermont. Ensinar: ofício estável, identidade profissional vacilante. In: GAUTHIER, Clermont. **Por uma teoria da pedagogia**: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Ijuí: Unijuí, 1998. p. 17-37.

HATFIELD, Larry. Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In: **Mathematical problem solving**: Papers from a research workshop. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 1978. p. 21-42.

KLAUSMEIER, Herbert; GOODWIN, William Lawrence. **Manual de psicologia educacional**: aprendizagens e capacidades humanas. Tradução de ABREU, Maria. Célia Teixeira Azevedo de. São Paulo: Harper & Row, 1977.

MASINGILA, Joana; LESTER, Frank Junior. **Mathematics for Elementary Teachers via Problem Solving**: Instructor's resource manual. New Jersey: Prentice-Hall, 2002.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, Adair Mendes Nacarato; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectiva e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 213-231.

LESTER, Frank Junior. Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. **The mathematics enthusiast**, v. 10, n. 1, p. 245-278, 2013. DOI: 10.54870/1551-3440.1267

LESTER, Frank Junior; CAI, Jinfa. Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. In: FELMER, Patricio; PEHKONEN, Erkki; KILPATRICK, Jeremy (org.). Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and

New Perspectives. Cham: Springer, 2016. p. 117-135. DOI:10.1007/978-3-319-28023-3_8 Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/299133762_Can_Mathematical_Problem_Solving_Be_Taught_Preliminary_Answers_from_Thirty_Years_of_Research Acesso em: 27, dez. 2024.

MENDES, Luiz Otávio Rodrigues; PROENÇA, Marcelo Carlos de. O Ensino de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, [s. l.], v. 17, p. e020014, 2020. DOI: 10.37001/remat25269062v17id255.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). **An agenda for action**: Recommendations for school mathematics of the 1980s. Reston, VA: NCTM, 1980.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

NURWAHYU, Budi. Concept image and concept definition of student's concept understanding. **Mathematics Education and Graph Theory**, p. 17, 2014.

ONUCHIC, Lurdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739. Acesso em: 01, fev. 2025.

POZO, Juan Ignacio. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Os conhecimentos de licenciandos em matemática sobre a resolução de problemas. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7. 2013. **Anais[...].** Montevidéu: CIBEM, 2013.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. A compreensão de licenciandos em Matemática sobre o ensino via resolução de problemas: análise por meio de uma proposta de formação. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 68, 2016, p. 19-35. DOI: 10.69906/GEPEM.2176-2988.2016.75.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: EdUEM, 2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Análise do conhecimento de professores recém-formados sobre o ensino de matemática via resolução de problemas. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 17, p. e020008, 2020. DOI: 10.37001/remat25269062v17id232.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. 1 – 14, 2021. DOI: 10.37001/remat25269062v17id359.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Conhecimento conceitual de um grupo de professores de Matemática sobre e para o ensino de quadriláteros. **Revista Internacional de Pesquisa em**

Educação Matemática, Brasília, v. 13, n. 2, p. 1–18, 2023. DOI: 10.37001/ripem.v13i2.3395.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Dificuldades de Licenciandos em Matemática na Escolha do Problema na Perspectiva do EAMvRP. **Bolema**, v. 38, e230236, 2024. DOI: 10.1590/1980-4415v38a230236.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelson Antonio. A resolução de problemas no contexto do estágio curricular supervisionado: dificuldades e limites de licenciandos em matemática. **REVEMAT**, v. 9, n. 1, p. 119-138, 2014. DOI: 10.5007/1981-1322.2014v9n1p119.

SCHROEDER, Thomas; LESTER, Frank Junior. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, Paul; SHULTE, Albert. (Ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SIEMON, Dianne; BOOKER, George. Teaching and learning for, about and through problem solving. **Vinculum**, v.27, n.2, p.4-12, 1990. Disponível em: https://search.informit.org/doi/10.3316/aeipt.46954. Acesso em: 02, jan. 2025.

SIMON, Martin. Explicating mathematical concept and mathematicalconception as theoretical constructs for mathematics education research. **Educational Studies in Mathematics**, v. 94, p. 117-137, 2016. DOI: 10.1007/s10649-016-9728-1.

SMITH, Margaret; STEIN, Mary. **5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions**. Second edition. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, 2018.

TAKAHASHI, Akihiko**. Teaching Mathematics Through Problem-Solving:** A Pedagogical Approach from Japan. Routledge: New York, 2021.

VINNER, Simon. **The role of definitions in the teaching and learning of mathematics**. Advanced mathematical thinking/Kluwer, 1991.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.