

Uma discussão sobre as potencialidades do uso de jogos no ensino de Matemática: O jogo *Chopsticks*

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2025.14.34.10089>

André Akinaga Benites¹
Barbara Corominas Valério²

Resumo: O presente artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado e tem como objetivo discutir as potencialidades do Jogo para a exploração da Matemática escolar e acadêmica formal. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de natureza exploratória e teórica, que se fundamenta em uma revisão teórica, apresentando a importância dos Jogos por diversos pontos de vista: biológico, psicológico, sociológico, histórico e para o ensino de Matemática, fornecendo subsídios para a discussão sobre o papel dos jogos no desenvolvimento cognitivo, social e educacional. O jogo *Chopsticks* é apresentado e algumas situações de jogadas são matematicamente exploradas, revelando conceitos de adição, aritmética modular e infinito no jogo, que podem facilitar o entendimento de ideias similares na Matemática como a dízima periódica. A pesquisa apresenta indicativos que sinalizam a importância do uso de jogos no ensino de Matemática, não apenas por desenvolver a criatividade, o raciocínio e as estratégias de resolução de problemas, mas também por ser uma forma de trabalhar conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Jogo; Chopsticks; Matemática escolar; Matemática acadêmica formal.

A discussion about the potentials of using games in mathematics teaching: *The Chopsticks game*

Abstract: This article is an excerpt from a master's dissertation and aims to discuss the potential of Games for exploring formal school and academic mathematics. It is a qualitative research of an exploratory and theoretical nature, based on a theoretical review, presenting the importance of games from several points of view: biological, psychological, sociological, historical and for the teaching of mathematics, providing support for the discussion on the role of games in cognitive, social and educational development. The game *Chopsticks* is introduced, and some gameplay situations are mathematically explored, revealing concepts of addition, modular arithmetic and infinity in the game, which can facilitate the understanding of similar ideas in Mathematics such as the repeating decimal. The research presents indications that signal the importance of using games in Mathematics teaching, not only for developing creativity, reasoning and problem-solving strategies, but also for being a way of working with mathematical concepts.

Keywords: Games; Chopsticks; High school math; Formal academic math.

1 Introdução

Os jogos e as brincadeiras tiveram e ainda têm um papel fundamental na história humana, seja ela no sentido individual ou coletivo. Segundo Piaget (1964), de maneira individual, as brincadeiras estão presentes desde os primeiros anos de vida nos jogos de

¹ Mestre em Ciências pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP). Professor da rede privada de São Paulo. E-mail: andre.aki.benites@gmail.com - OCID: <https://orcid.org/0000-0003-3933-2128>.

² Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professora do Departamento de Matemática do IME-USP. E-mail: barbarav@ime.usp.br - OCID: <https://orcid.org/0000-0001-9060-4841>.

exercício. Os bebês utilizam jogos de exercício para conhecer os movimentos do próprio corpo e dos objetos à sua volta. A exploração de seus movimentos é proporcionada pela curiosidade e pela vontade de aprender, possibilitando seu desenvolvimento físico e perceptivo.

Da mesma forma, segundo Huizinga (2000), o desenvolvimento mental do ser humano é proporcionado pela exploração de sons e conceitos para construir a fala e a consciência. Um dos principais incentivos para esta exploração são os jogos e brincadeiras, como os jogos de exercício, os jogos de imaginação, os jogos de palavras e os jogos de regras. Conforme a pessoa se desenvolve, também se desenvolvem as atividades que esta constrói.

Os jogos e brincadeiras não somente auxiliam no desenvolvimento individual de cada pessoa, mas também são uma importante atividade social. Por meio do Jogo, diversas pessoas podem trabalhar colaborativamente. Construções interpessoais, como as regras, são criadas para regularizar essas atividades, assim como os modos de convívio do coletivo.

A implementação de regras e construções interpessoais que permitam a colaboração coletiva é um fator importante não apenas para uma geração de pessoas, mas intergeracional, fazendo parte de nossa história.

O jogo é algo intrínseco ao ser humano e, para alguns autores como Huizinga (2000), o grau de ludicidade é o que define o ser humano. Entretanto, o Jogo também pode ser encontrado para além da espécie humana, nos animais, principalmente mamíferos e aves, como Groos (1898) observa.

Devido a todas essas relações entre os Jogos e o desenvolvimento humano, seja ele em escala individual, social ou histórica, entendemos que existe uma importância em trabalhar com jogos no ensino. O jogo é uma ferramenta psíquica poderosa que amplia a cognição e aumenta a motivação, dois aspectos fundamentais do aprendizado.

Ao longo deste trabalho iremos utilizar uma distinção entre jogos e brincadeiras que podem não aparecer em outros textos de referência, pois estas duas palavras distintas, em outras línguas, podem ter como correspondente a mesma palavra. Iremos dizer que a brincadeira é uma atividade despreocupada, que busca apenas a exploração e o lazer, enquanto jogo é uma atividade de lazer regrada com objetivo.

Os jogos são importantes como um exemplo de atividade com regras, não apenas as institucionalmente impostas, mas as regras sociais que habilitam o convívio e a cooperação entre pares, assim como uma atividade que estimula a formação de estratégias, o raciocínio tático e a resolução de problemas. Estas são habilidades essenciais para uma vida independente como cidadão.

Um motivo da importância do uso de jogos para a Educação é o fato de que o jogo é

necessariamente coletivo e social. A exploração de jogos propicia novas dinâmicas para as atividades que se afastam do modo individualista que os exercícios matemáticos tradicionais promovem. Infelizmente, a Matemática ganhou uma imagem estereotipada de ser um caminho individualista e solitário, provavelmente devido ao exagero de exercícios individuais e exaltação de conquistas de poucos gênios, quando, em realidade, boa parte da pesquisa matemática, e do desenvolvimento humano em qualquer área do conhecimento, se dá a partir da colaboração entre pessoas.

Neste contexto, este estudo tem como objetivo discutir as potencialidades do jogo no processo educativo escolar, com base em fundamentos biológicos, psicológicos, sociológicos, históricos e pedagógicos. A seguir, serão explicitadas as escolhas metodológicas adotadas, seguidas de uma análise descritiva da relevância do Jogo sob essas perspectivas, permitindo uma avaliação multidimensional e multifacetada. Além disso, serão investigadas as possibilidades de aplicação da matemática escolar e acadêmica por meio do jogo *Chopsticks* – O Jogo dos Dedos. Busca-se, assim, trazer indicativos da importância da utilização de jogos no ensino de Matemática, não apenas por promover o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio lógico e das estratégias de resolução de problemas, mas também por servir como um recurso didático eficaz na abordagem de conceitos matemáticos.

2 Caminhos metodológicos

Esta pesquisa caracteriza-se como um estudo qualitativo de natureza exploratória (Gil, 2019) e teórica (Severino, 2016), que busca analisar as potencialidades do uso de jogos, em especial o *Chopsticks*, no ensino de Matemática. O trabalho fundamenta-se em uma revisão teórica, articulando contribuições de autores clássicos e contemporâneos das áreas de Psicologia, Sociologia, Pedagogia e Matemática, tais como Piaget, Vygotsky, Huizinga, Grando e outros, cujas obras fornecem subsídios para a discussão sobre o papel dos jogos no desenvolvimento cognitivo, social e educacional.

A abordagem metodológica divide-se em duas etapas principais. Na primeira, revisão teórica, é realizada uma análise de referenciais teóricos que discutem a importância dos jogos sob perspectivas biológicas, psicológicas, sociológicas, históricas e pedagógicas. Na segunda, análise do jogo *Chopsticks*, é apresentada uma descrição detalhada das regras básicas e variações do jogo, com ênfase em suas estruturas matemáticas subjacentes (adição, aritmética modular, infinito). São apresentadas e analisadas situações-problema derivadas do jogo, utilizando notações matemáticas para representar configurações e jogadas e a construção de

grafos e tabelas para ilustrar estratégias e padrões matemáticos emergentes, como exemplificado nas Figuras 1 e 2 do artigo.

A opção por uma abordagem teórico-exploratória justifica-se pela necessidade de consolidar um arcabouço conceitual que relacione jogos e educação matemática, destacando suas potencialidades multifacetadas. A análise do *Chopsticks* serve como estudo de caso para exemplificar como um jogo pode abarcar complexidades matemáticas e pedagógicas.

2 A importância dos jogos por diferentes pontos de vista

Para entendermos a importância do uso dos Jogos no processo educativo apresentaremos os jogos pelo ponto de vista biológico, psicológico, sociológico, histórico e pedagógico.

Os argumentos sobre a importância das brincadeiras e jogos, do ponto de vista biológico, se baseia na teoria de Groos (1898, 1901). Ao estudar o fenômeno do brincar e do jogar pela biologia comportamental, o autor busca a razão deste tipo de comportamento no reino animal e qual a relação do comportamento de brincadeiras do animal com o comportamento de jogos e brincadeiras do ser humano. Segundo Piaget,

Não se poderia exagerar a importância que têm tido as profundas noções opostas por K. Groos, desde 1896, às ideias comuns sobre o jogo. Apesar dos conceitos proféticos dos grandes educadores, a pedagogia tradicional sempre considerou o jogo como uma espécie de alteração mental ou, pelo menos, como uma pseudo-atividade, sem significação funcional e mesmo nociva às crianças, que ele desvia de seus deveres. Por seu lado, o senso comum psicológico, dominado por essa espécie de adultocentrismo que foi o grande obstáculo das pesquisas genéticas, só via no jogo uma distração ou a manifestação de um desperdício de energia, sem se perguntar por que as crianças antes jogam de tal maneira que de outra. [...] K. Groos viu no jogo um fenômeno de crescimento - crescimento tanto do pensamento quanto da atividade - e formulou a si próprio a questão do porquê das diversas formas de jogo (Piaget, 1964, p. 194).

Para Groos (1898, 1901), o brincar está diretamente atrelado ao desenvolvimento físico, mental e social dos indivíduos das espécies que brincam.

Pelo ponto de vista psicológico, podemos citar Piaget e Vygotsky, e discutir sobre as observações que tiveram sobre o jogo e como este auxilia no desenvolvimento cognitivo individual. Piaget (1964) traz a importância do jogo para a aquisição da linguagem e das funções simbólicas e imaginativas. Assim como Groos (1901), Piaget (1964) se dedica a explicar a psicologia humana através das observações comportamentais dos indivíduos, principalmente da criança, para entender os princípios básicos da mente. Em seus estudos, cria uma relação

direta entre o jogo e a aquisição da inteligência em diferentes fases de desenvolvimento da criança. O jogo, que envolve a experimentação, a manipulação, o teste, a reflexão e a busca pela melhora, é parte fundamental do processo de aquisição da inteligência.

Vygotsky (1991) debruçou-se no papel do brinquedo na formação do símbolo para a criança. Podemos pensar em exemplos como um boneco que representa uma pessoa ou, como Vygotsky (1991) cita, um cabo de vassoura que se torna um cavalo. Esta é a base da formação de um símbolo, ou seja, representar algo por aquilo que não é. O símbolo é a base para diversas construções mentais, seja ela na fala (onde elaboramos sons para representar ideias), na escrita (onde elaboramos desenhos para representar sons) e na Matemática (onde elaboramos uma notação visual para representar um conceito ideal).

Para além da perspectiva individual, temos a perspectiva coletiva do jogo, dada pelo ponto de vista sociológico. É na Sociologia que os jogos são analisados com maior profundidade, pois o jogo é uma atividade social que moldou diversas outras formas do ser humano se relacionar.

Para definir o que é um jogo, temos autores como Huizinga (2000) e Caillois (1990) que reconhecem que suas tentativas de definição não são suficientes para englobar tudo aquilo que é jogo e, ao mesmo tempo, delimitar tudo aquilo que não é, porém trazem algumas características essenciais do jogo. Dentre estas características, temos a liberdade, a delimitação, a incerteza, a improdutividade, a regulamentação e a ficção (Caillois, 1990).

Segundo Huizinga (2000, prefácio) “é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve”. Inúmeros conceitos fundamentais da sociedade são criados a partir dos jogos. Dentre estes conceitos fundamentais, temos a fala e a linguagem:

Na criação da fala e da linguagem, brincando com essa maravilhosa faculdade de designar, é como se o espírito estivesse constantemente saltando entre a matéria e as coisas pensadas. Por detrás de toda expressão abstrata se oculta uma metáfora, e toda metáfora é jogo de palavras. Assim, ao dar expressão à vida, o homem cria um outro mundo, um mundo poético, ao lado da natureza (Huizinga, 2000, p. 7).

A criação de um outro mundo, construído pela abstração, é um tema recorrente nas discussões sobre a natureza do Jogo. Brougère (1998) se debruça na questão de como, a partir da atividade do brincar, se forma uma série de esquemas, procedimentos, referências intersubjetivas e vocabulários próprios da brincadeira e que compõem o que é chamado de cultura lúdica.

Outra associação feita com os jogos é a relação com o mito e o culto. Ambos são

fenômenos sociais que buscam razões e significados em uma dimensão extracorpórea e sobrenatural, utilizando necessariamente uma abstração que, no caso, inicia-se no lúdico. Estes fenômenos se desmembraram em diversas outras entidades que se tornaram a base da nossa civilização (Huizinga, 2000).

Para além de uma perspectiva coletiva, os jogos acompanharam o desenvolvimento humano através de várias gerações. Com o objetivo de acompanhar a evolução dos jogos e do ser humano ao longo do tempo, iremos analisar os jogos pelo ponto de vista histórico, a partir de quatro grandes momentos da história humana.

No primeiro grande momento da história da humanidade, o próprio corpo era utilizado na construção do conhecimento matemático, porém, esse instrumento de contagem possui limitações. Uma das limitações, por exemplo, está na quantidade de números que podem ser representados com os dedos das mãos e outra é a incapacidade de guardar vários números diferentes.

Em algum momento, os seres humanos perceberam que poderiam utilizar objetos, associados com seus esquemas de uso para formar instrumentos que pudessem ultrapassar as limitações de seu próprio corpo. Com a utilização de instrumentos, começa-se o segundo grande momento da história humana.

No terceiro grande momento da história humana, temos uma mudança cognitiva do ser humano. Iremos, para fim de simplificação, ilustrar esta mudança cognitiva pelo uso do símbolo em um grau mais elevado do que o anterior. O símbolo é desenvolvido quando o objeto ganha um significado que transcende o objeto. Por exemplo, um anel de casamento é um pedaço de metal, mas representa a união de duas pessoas; uma vassoura pode representar um cavalo; e uma peça de madeira pode representar um rei.

Observamos que a grande diferença entre o segundo e o terceiro momento da evolução humana está na vinculação do significado ao objeto e na desvinculação entre o objeto e o significado. Com esta diferença, a cognição humana passou a atuar transpassando os objetos concretos e criando uma vastidão de objetos interpessoais que auxiliaram a cooperação em grandes números e com alta flexibilidade, algo sem precedentes na natureza até então, segundo Harari (2015).

Para o quarto e último grande momento histórico, iremos tratar de um tipo de invenção que viabilizou a globalização instantânea. As invenções digitais proporcionaram uma intercomunicação audiovisual e interativa por todo o planeta de maneira imediata. Com o aumento da presença das tecnologias digitais em nosso cotidiano e em nossas salas de aula, inevitavelmente também houve um aumento da influência digital no processo educacional e nos

novos recursos e construções pedagógicas permitidas por essa tecnologia.

Existem, então, relações entre jogo-Educação, Educação-tecnologia e tecnologia-jogo que podem ser estudadas a fim de um entendimento melhor dos processos que estão ocorrendo no mundo contemporâneo.

Jogo, aprendizagens e tecnologia são processos que se alimentam mutuamente ao longo da história do pensamento, e a industrialização capitalista, que resulta na conformação de uma sociedade do espetáculo, parece essencialmente destinada a promover a convergência entre a dimensão lúdica, a situação existencial e as 'tecnologias da inteligência', ou seja, os meios de comunicação e os sistemas de informação (Schwartz, 2014, p. 233).

Dada a análise sobre a importância do uso dos jogos sob a perspectiva biológica, psicológica, sociológica e histórica e sendo a escola um espaço de formação, espera-se que os jogos também ocupem um papel de destaque sob o ponto de vista pedagógico.

Em particular, sobre o ponto de vista do ensino de Matemática, existem várias pesquisas (Menezes, 2013; Grando, 2000; Macedo; Petty; Passos, 1997; Moura, 1991; Kamii, 1983) que destacam a importância do uso de jogos nas atividades de ensino. Segundo Menezes (2013), o seu uso contribui para torná-las mais interessantes, livres, descontraídas, agradáveis e divertidas, promovendo um processo de ensino e de aprendizagem mais dinâmico e motivador.

Segundo Azevedo (1993), quando um professor inclui o uso de jogos em seu projeto pedagógico, precisa garantir que o caráter do lúdico do jogo seja preservado e que o entusiasmo dos estudantes também não atrapalhe a atividade.

Para que um jogo ocorra, é preciso regras que delimitem a atividade, mas estas regras precisam ser amplas o suficiente para permitir o exercício da criatividade e da diversão. É neste ambiente suficientemente regado para ser delimitado e, ao mesmo tempo, suficientemente livre para possibilitar a criatividade, que o jogo habita.

[...] no jogo a própria regra é a produtora de uma forma de liberdade, ou seja, a regra viabiliza o ato criativo do jogador (e.g. o próprio jogo de xadrez). Portanto, a liberdade do jogo não é uma "liberdade total", longe disso, é a capacidade do jogador em criar, expressar-se (lúdico) e tomar suas decisões em conformidade com certas condições estabelecidas pelo jogo, como as regras, o espaço-tempo e os objetivos do jogo (Grilo; Grando, 2021, p.95).

Grando (1995) lista algumas das possibilidades psicopedagógicas para a utilização do jogo como a competição saudável, o exercício da criatividade, do raciocínio, do desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas, do exercício da seriedade em

ambiente lúdico e o aspecto sociocultural do jogo. Grandó (1995, 2000), assim como Moura (1991), defendem que o material pedagógico dos jogos deve ser utilizado a partir da metodologia da resolução de problemas.

Portanto, o jogo como resolução de problemas possibilita a investigação, ou seja, a interação e exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. Neste sentido, defende-se a inserção dos jogos no contexto educacional numa perspectiva de resolução de problemas, garantindo ao processo educativo os aspectos que envolvem a exploração, aplicação e explicitação do conceito vivenciado (Grandó, 1995, p.5).

A utilização de jogos em sala de aula não possui apenas como objetivo o seu fim - que é a aquisição do conhecimento específico matemático - mas também tem como objetivo o seu meio – a própria prática do jogo que permite a aquisição e prática de inúmeras habilidades e posturas socioemocionais:

Ou seja, seria importante que se permitisse na escola que os meios, ao menos por algum tempo, fossem os próprios fins das tarefas; que se desse oportunidade às crianças e aos professores de serem criativos, para que tivessem prazer estético e conhecessem o gozo da construção do conhecimento (Macedo; Petty; Passos, 1997, p.140).

O jogo permite que o aluno busque aprender um conceito sem ter de se apoiar na ideia de obrigação, mas no desafio feito para si próprio de melhorar aquilo que se sabe, aumentando sua própria capacidade.

O prazer possui um papel de suma importância na vida de um indivíduo pois este serve como um poderoso incentivo. A busca pelo prazer na construção do conhecimento pode ser um objetivo primordial para o ensino. A construção do conhecimento, quando é feita de maneira espontânea, recreativa e lúdica, é fonte de prazer para aqueles que a experimentam e proporcionam um relacionamento benéfico entre o aluno e a escola.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (1998b), já era dado destaque à utilização de jogos como material pedagógico devido ao seu componente atrativo:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação,

sem deixar marcas negativas (Brasil, 1998b, p. 46).

Dentre os pontos mencionados, podemos destacar que os jogos são, por natureza, interessantes. O interesse na atividade é um recurso motivacional fundamental para uma relação saudável com o aprendizado e o conhecimento. Temos o dinamismo do jogo, que possibilita a adaptação instantânea e interativa durante a atividade. Temos a pluralidade de situações-problemas e questões durante a partida, a cada jogada e durante o planejamento estratégico do jogo como um todo. Estes problemas e questões são de diferentes níveis e identificados pelos alunos diante das situações. Cada aluno encontrará as suas questões e buscará a resolução dos problemas de sua forma, apoiando-se em seu raciocínio e pensamento lógico. Em seguida, temos um caráter importante que está na atitude positiva perante os erros.

Erros são parte fundamental e integrante do processo de aprendizagem. Portanto, não se pode esperar que o processo escolar tente vilanizar os erros, mensurando o sucesso apenas pela minimização dos erros, mas que estes possam ser vistos como oportunidades de aprendizados para o aluno. Existem diferentes tipos de erros que um aluno pode cometer. A natureza destes erros deve ser levada em consideração na hora de lidar com eles.

A tradição escolar - que não faz diferença entre erros integrantes do processo de aprendizagem, erros construtivos e simples enganos ou desconhecimentos - trabalha com a ideia de que a ausência de erros na tarefa escolar é a manifestação da aprendizagem. Hoje, o erro construtivo é interpretado como algo inerente ao processo de aprendizagem, fator de ajuste da ação pedagógica (Brasil, 1998a, p.71-72).

Com dinâmicas de jogo, o erro é parte integrante do processo. Ninguém espera que se jogue perfeitamente desde a primeira vez. Se isso ocorrer, não há graça, portanto, não há jogo. Caillois (1990) traz esta questão quando aponta a incerteza como característica fundamental do jogo, ou seja, uma atividade só pode ser considerada um jogo se não é possível deduzir seu resultado.

Para um jogo ocorrer, o jogador precisa executar jogadas. Invariavelmente, ambos os lados cometerão erros ou jogadas não otimizadas que poderão ser reavaliadas a fim de uma busca por um aprendizado e aprimoramento pessoal.

Diferente de um exercício, não há um gabarito, uma resposta universalmente correta, mas uma solução construída em conjunto até chegar a um consenso. “Na situação de jogo, muitas vezes, o critério de certo ou errado é decidido pelo grupo. Assim, a prática do debate permite o exercício da argumentação e a organização do pensamento.” (Brasil 1998b, p. 72).

Portanto, podemos ver uma noção de certo e errado que não é dada por um fator exterior, mas construída coletivamente. Para que essa solução seja construída, é necessária a prática da argumentação e da retórica, assim como a verificação da própria estrutura lógica por trás dos argumentos, a fim de que estes tenham veracidade. Estes debates são próprios do jogo e criam oportunidades para que os participantes exercitem suas habilidades sociais e de argumentação.

É importante destacar ainda que, devido à natureza das relações propiciadas pelo jogar, ao propor o uso do Jogo em sala de aula, a relação professor-aluno pode mudar. Ao invés de uma dinâmica onde o professor é o único a fazer perguntas (cujas respostas ele geralmente já sabe), a dinâmica do jogo permite que os alunos indaguem entre si, em busca de um melhor entendimento do jogo, e a ação do professor neste cenário não é a de condutor da aula, mas de moderador do processo de aprendizagem dos alunos.

Em situações em que as perguntas são propostas pelos alunos, talvez nem o aluno nem o professor saibam resolvê-las. Então, terão de tentar da melhor forma construir conjuntamente a resposta mais apropriada. Isto mostra que além de haver novas relações em sala de aula, seja a relação aluno-aluno ou a relação bilateral aluno-professor, também temos o contato com questões que não são previamente resolvidas por um gabarito, o que implica em uma construção de conhecimentos, uma construção que é feita pelo aluno com intermédio do professor.

Portanto, os jogos trazem benefícios que ultrapassam a compreensão matemática, mas de habilidades que possibilitam uma postura mais edificante em relação ao conhecimento matemático:

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes - enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessárias para aprendizagem da Matemática (Brasil, 1998b, p.72)

O aluno não só adquire e exercita uma postura individual com a prática de jogos, mas também temos uma postura social que ele adquire com o seu grupo, durante os jogos coletivos. Através dos jogos coletivos, os alunos podem adquirir um senso de equipe a partir do qual suas ações individuais causam um reflexo no coletivo, que é o foco da atividade. Esta mentalidade coletiva se apresenta excepcionalmente útil em uma sociedade onde as parcerias e as cooperações são altamente recompensadas e devem ser incentivadas na escola para que os alunos possam desenvolvê-las. “A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante e um estímulo para o desenvolvimento de sua competência matemática” (Brasil, 1998b, p.72).

Podemos ressaltar tanto os benefícios trazidos pelos jogos na prática individual e coletiva, como as vantagens no quesito sociocultural e psicológico dos jogos, mencionados por Huizinga (2000), Caillois (1990), Piaget (1964) e Vygotsky (1991) e que se encontram favoráveis durante a prática do ensino de Matemática. “Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um ‘fazer sem obrigação externa e imposta’, embora demande exigências, normas e controle” (Brasil, 1998b, p.72).

Outra grande potencialidade que o jogo pode trazer é a sua relação com as regras. O uso de jogos de regras auxilia o desenvolvimento de habilidades próprias do jogo, que se relacionam com a matemática e que podem ser bastante aproveitadas em ambiente escolar: “No que diz respeito à matemática na perspectiva escolar, o jogo de regras possibilita à criança construir relações quantitativas ou lógicas: aprender a raciocinar e demonstrar, questionar o como e o porquê dos erros e acertos.” (Macedo; Petty; Passos, 1997, p.151).

De forma geral, podemos destacar algumas características fundamentais dos jogos. A primeira é que os jogos são satisfatórios, agradáveis e propiciam o prazer; em segundo lugar, temos que os jogos possuem regras que não são impostas por obrigação, mas que compõem a atividade; em terceiro lugar, temos que os jogos são atividades ativas, onde os pensamentos se criam durante a ação, e também são interativas, pois dependem da ação de outro jogador; em quarto lugar, os jogos propiciam o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, justamente pela interatividade entre os participantes; em quinto lugar, o jogo possui uma postura de exploração e aprendizado que pode ser transferida para outros momentos da vida, como o ambiente escolar.

2 *Chopsticks* – O Jogo dos dedos

Nesta seção iremos apresentar o jogo *Chopsticks*, que utiliza apenas os dedos das mãos para ser jogado. A origem do jogo é desconhecida por nós, provavelmente de domínio público, e ao longo do texto, também será chamado de Jogo dos Dedos.

A motivação para o uso deste jogo pela perspectiva da história dos jogos, entrelaçada com a história da Matemática, foi representar a importância dos dedos e do corpo para a aquisição numérica no ser humano. No início do nosso processo de numeração, quantificar a partir dos dedos é uma etapa fundamental, pois a partir daí se começa a associar objetos concretos com ideias abstratas numéricas.

O Jogo dos Dedos pode ser jogado por dois ou mais jogadores. A regra básica, para dois

jogadores, é:

Dois jogadores iniciam o jogo estendendo as duas mãos deixando um dedo levantado em cada mão. A jogada do jogador da vez consiste em “atacar” uma das mãos do adversário com uma de suas mãos. A mão “atacada” irá somar os dedos que estavam na sua mão com os dedos da mão “atacante”. Assim que uma mão ficar com 5 ou mais dedos, ela é eliminada do jogo. O jogador que tiver as duas mãos eliminadas perde a partida (Benites, 2023, p.30).

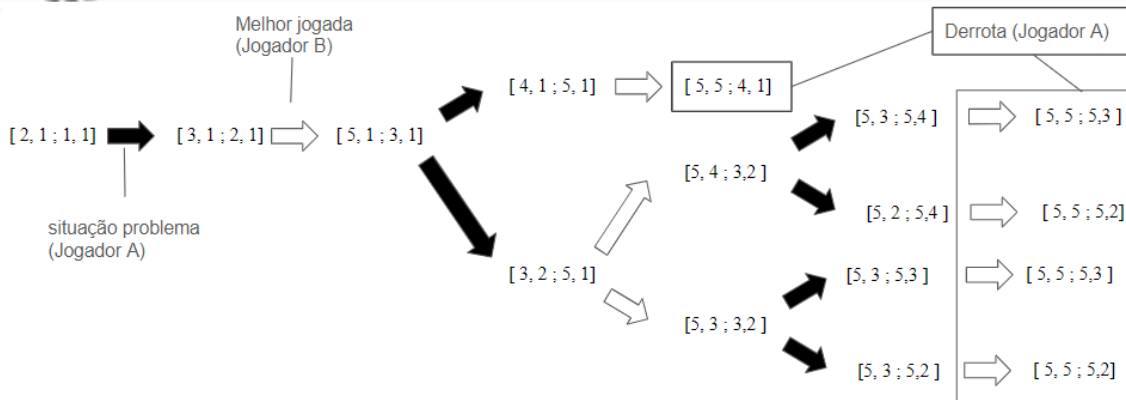
Para representar uma jogada do *Chopsticks*, vamos utilizar a notação com 4 dígitos do tipo $[A, B ; C, D]$, em que A e B são o valor das mãos do jogador da vez (em ordem decrescente) enquanto C e D são o valor das mãos do outro jogador (em ordem decrescente). Uma mão eliminada possui valor 5.

Por exemplo, o jogo sempre se inicia com a configuração $[1,1; 1,1]$, em que cada jogador possui um dedo levantado em cada mão. O primeiro jogador (Jogador A) pode escolher uma de suas mãos para *atacar* a mão de seu adversário (batendo na mão que será atacada com os dedos da mão que escolheu atacar); a mão atacada terá de adicionar o número de dedos levantados da mão que performou o ataque. Independentemente se o jogador A escolheu a mão esquerda ou direita do segundo jogador (Jogador B), a configuração após a primeira jogada será $[2,1; 1,1]$, pois o Jogador B é o jogador da vez, com uma mão com 2 dedos e outra com 1 dedo, sempre mostrando em ordem decrescente.

Apenas com estas regras iniciais bastante simples, é possível propor problemas que geram uma reflexão sobre a qualidade de uma jogada (Benites, 2023). Consideremos a seguinte situação: o Jogador A tem 1 dedo em uma mão e 2 dedos na outra, e o Jogador B tem 1 dedo em cada uma das mãos. Vamos supor que A é o jogador da vez e, tentando maximizar o ataque, escolheu atacar com a mão com 2 dedos. Esta escolha foi adequada?

Em notação, esta jogada é representada por: $[2, 1; 1, 1] \Rightarrow [3,1; 2,1]$. Se o jogador B eliminar uma mão, ao escolher atacar a mão com 2 dedos do adversário com a mão que tem 3 dedos, temos $[3,1; 2,1] \Rightarrow [5, 1; 3,1]$. A partir do ponto $[5, 1; 3, 1]$, não há jogadas vencedoras para o jogador A, mesmo que o jogador B não faça as melhores jogadas. Na Figura 1 representamos algumas das possibilidades de jogadas:

Figura 1 - Grafo da Resolução da Situação-Problema



Fonte: elaborado pelos autores com dados da pesquisa.

Apesar da justificativa do jogador A, em estar maximizando seu ataque, parecer uma boa estratégia, foi uma jogada que possibilitou a vitória do outro jogador. Portanto, ao analisar a qualidade de uma jogada, é necessário pensar nas melhores jogadas do outro jogador.

O Jogo dos Dedos com sua regra inicial já é bastante interessante, pois demonstra características fundamentais de um jogo como a importância de decisões bem pensadas para garantir uma boa jogada, já que más decisões podem prejudicar a situação do jogador no jogo. Para este modo de jogar, é possível criar um grafo curto com todas as principais jogadas (Benites, 2023). O jogo também possui diversas regras adicionais que ampliam a sua jogabilidade e criam situações, ou seja, como um bom problema matemático, podemos supor novas hipóteses e torná-lo mais complexo e interessante.

Uma das regras adicionais mais comum do Jogo dos Dedos é a regra do *roll-over*, onde a mão apenas é eliminada se ficar com exatamente 5 dedos; caso ultrapassasse, ficará com o número de dedos que ultrapassou 5, ou seja, 6 se torna 1; 7 se torna 2; e 8 se torna 3.

Com esta regra, é muito mais difícil eliminar uma mão do adversário, pois existe apenas um valor possível que elimina uma mão, enquanto na versão anterior qualquer valor que ultrapassasse 5 eliminava uma mão. Por exemplo, com 4 dedos em uma mão, haveria 4 valores diferentes que poderiam eliminá-la.

Com esta nova regra, o jogo passa a ter um comportamento muito interessante: anteriormente, o jogo era finito, pois a única operação envolvida era a adição até um limite determinado, mas agora podemos ter um jogo com infinitas jogadas.

Com a regra do *roll-over*, é preciso representar um número maior que 5 com apenas 5 dedos. Para isso podemos usar uma lógica equivalente à aritmética modular, onde cada número é representado não pelo seu valor em si, mas por qual seria a classe de equivalência do resto de sua divisão por 5. Em outras palavras, $6 \equiv 1 \pmod{5}$, pois 1 e 6 possuem resto 1 em sua divisão

por 5.

Desta forma, com esta nova regra, o número de dedos nas mãos não irá estritamente crescer, enquanto as jogadas progredirem, o que, sem nenhuma outra regra adicional, possibilita que o jogo não seja necessariamente finito. Para evitar jogos infinitos, podemos utilizar a regra de *threefold repetition* (repetição tripla), onde caso a configuração do jogo se repetir por três vezes, o jogo é considerado um empate. Como existe um número finito de configurações de jogo menor que $5^4 = 625$, pois temos 5 possibilidades de configuração para cada mão e 4 mãos na partida, sendo nem todas essas configurações válidas, pois as mãos ficam em ordem decrescente, o jogo se torna necessariamente finito.

A problemática das configurações infinitas e do empate nesta regra do jogo pode ser explorada com a seguinte situação (Benites, 2023): dois jogadores possuem apenas uma mão cada um. O jogador da vez tem apenas 1 dedo e o outro jogador tem apenas 2 dedos em uma mão. Qual será o resultado do jogo?

A resolução deste problema é relativamente simples, já que cada jogador possui apenas uma possibilidade de jogada. As jogadas decorrentes dessa situação-problema seriam:

$$[5, 1 ; 5, 2] \Rightarrow [5, 3; 5, 1] \Rightarrow [5, 4 ; 5, 3] \Rightarrow [5, 2; 5, 4] = [5, 1; 5, 2] \Rightarrow \dots$$

Desta forma, se não fosse pela regra adicional do *threefold repetition*, em que o jogo é considerado um empate, teríamos infinitas jogadas, pois após a repetição da configuração $[5, 1; 5, 2]$, como cada jogada é uma função (ou seja, para cada configuração de jogo que recebe como *input*, sempre retorna o mesmo *output*), esta sequência de configurações iria se repetir infinitamente tornando impossível que um jogador consiga vencer seu respectivo adversário.

A partir deste problema, o aluno pode vivenciar uma situação em que o infinito aparece de forma concreta como uma situação real dentro deste jogo. Assim, o aluno pode se familiarizar com esta situação, em que as configurações se repetem infinitamente, que podem ocorrer em outras situações escolares, como, por exemplo, no estudo de dízimas periódicas.

Ao aprender a extensão do algoritmo da divisão inteira para o algoritmo da divisão com quociente decimal, o aluno aprende que, para cada resto, ele poderá multiplicá-lo por 10 e fazer uma nova divisão inteira, colocando um novo algarismo no quociente decimal e encontrando um novo resto. Acontece que esta operação é uma função, ou seja, para cada resto, existe um único novo resto como resposta. Como é uma função com domínio e imagem finitos, pois o resto sempre é um número natural menor que o divisor, esta função sempre chegará a uma repetição, inclusive no zero.

Na Figura 2, perceba que na divisão de 14 por 11, se olharmos para os restos (que aparecem no resultado da subtração), acontece uma sequência em que os restos sempre são 3 e 8. Isto acontece, pois, ao continuar o algoritmo, quando se multiplica por 10 e se faz uma nova divisão inteira, sempre resultará no mesmo resto e no mesmo quociente. O motivo da dízima periódica ocorrer está na repetição desta sequência de restos que sempre é menor que o divisor, e se apresenta pela repetição dos quocientes. O mesmo acontece nas divisões de 13 por 7 e de 11 por 8, em que neste último caso, podemos dizer que o zero está se repetindo.

Figura 2 - Exemplos de dízimas periódicas

$\begin{array}{r} 14 \overline{) 11} \\ -11 \\ \hline 30 \\ -22 \\ \hline 80 \\ -77 \\ \hline 30 \\ -22 \\ \hline 80 \\ -77 \\ \hline 30 \\ -22 \\ \hline 80 \\ \dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \overline{) 7} \\ -7 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -35 \\ \hline 50 \\ -49 \\ \hline 10 \\ -7 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 20 \\ -14 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -35 \\ \hline 50 \\ \dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \overline{) 8} \\ -8 \\ \hline 30 \\ -24 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline 0 \\ -0 \\ \hline 0 \\ -0 \\ \hline 0 \\ \dots \end{array}$
--	--	---

Fonte: elaborado pelos autores com dados da pesquisa.

Esta situação em que a mesma configuração se repete e, por seguir a mesma regra, irá se repetir infinitamente, é semelhante ao que ocorre no caso de empate do Jogo dos Dedos. Dito isso, se a criança já tiver tido contato com este tipo de situação dentro de um contexto lúdico, isto pode facilitar a aquisição do conhecimento quando o contexto é um conteúdo escolar, já que ela já trabalhou esse tipo de pensamento e pode trazer significado para ele.

Outras jogadas envolvendo a regra do *roll-over* podem ser propostas. Em Benites (2023) podemos encontrar algumas sugestões. Nas jogadas trabalhadas anteriormente apresentamos alguns conceitos matemáticos que podem ser explorados, sinalizando as potencialidades do uso dos jogos para o desenvolvimento da matemática escolar e acadêmica formal.

Em Benites (2023) são apresentadas e exploradas outras regras para o Jogo dos Dedos:

- a. Separações: Transferência, Divisão (ou ressuscitação) e Eliminação: Nesta regra o jogador pode atacar a própria mão com o objetivo de transferir dedos de uma mão para

outra, pode ressuscitar uma mão eliminada dividindo os dedos da mão ou ainda eliminando uma mão passando todos os dedos para uma das mãos.

- b. Vários jogadores: As regras são como as do Jogo dos Dedos, porém com mais de 2 jogadores, e o objetivo é ser o último jogador sobrevivente.
- c. N mãos por equipe: É possível formar equipes de mais de uma pessoa, fazendo com que o número de mãos para cada equipe seja maior que 2.
- d. Números: Nesta regra os números negativos são trabalhados. Quando a palma da mão estiver voltada para baixo, os dedos indicam números positivos e quando a palma da sua mão estiver para cima, a pontuação de seus dedos é considerada negativa.

2 Considerações Finais

O estudo sobre a importância dos jogos por diferentes pontos de vistas permite uma análise do jogo de forma multidimensional e multifacetada, encontrando no jogo um campo amplo, fértil e complexo que, ao longo da história, permitiu a prática, o desenvolvimento, o aperfeiçoamento de inúmeras habilidades e atividades humanas e o aprendizado de forma lúdica e agradável. Partindo desta análise histórico-social, buscamos apresentar os benefícios do uso dos jogos para o ambiente escolar.

Algumas das potencialidades identificadas nesta pesquisa para a utilização de jogos em sala de aula são: o estímulo que o jogo traz para o aumento progressivo de complexidade da atividade; a prática das habilidades socioemocionais; o encontro e a exploração de propriedades aritméticas proporcionado pelos jogos, fruto de descobertas a partir da reflexão sobre os elementos do jogo; a criação de novas formas de notação para facilitar a análise e a comunicação entre praticantes; o estudo de estratégias vencedoras, aquelas que funcionam, não importa o nível de seu oponente; e a utilização de propriedades da resolução de problemas.

Ao trabalharmos com jogos na Educação, podemos nos deparar com duas dimensões distintas do pensamento matemático: A primeira dimensão seria aquela que ocorre durante o jogo, de forma espontânea. Enquanto os participantes estão conhecendo o jogo e se apoiando na intuição para jogar, onde o errar é bem-vindo, onde as tentativas e experimentações compõem um formato de brincadeira, onde o aprendizado é prazeroso e, até então, menos direcionado e mais exploratório. A segunda dimensão, explorada neste trabalho, seria aquela que ocorre a partir do jogo. Quando, depois de muita exploração e descobertas, pode-se sistematizar e sedimentar a construção do conhecimento. Nesta segunda dimensão, temos uma orientação para relatar e registrar os conhecimentos achados e a necessidade de uma

formalização para garantir que os aprendizados sejam absolutos, para termos uma noção mais precisa do nível alcançado por nosso conhecimento e quais são os pontos que ainda precisam ser trabalhados.

Diante do exposto, podemos tirar algumas conclusões sobre as potencialidades dos jogos para a exploração da matemática escolar e acadêmica formal. Primeiramente, o jogo, em seu sentido mais natural, possibilita um aprimoramento das habilidades do indivíduo, sejam elas físicas, mentais ou sociais. O jogo, em cada ser humano, teve papel primordial para o desenvolvimento cognitivo, psicológico e socioemocional. Ultrapassando a perspectiva do ser humano como indivíduo, o jogo também permitiu que os seres humanos trabalhassem como um coletivo, por meio de construções interpessoais, como regras. E ao longo do tempo, estas construções interpessoais se aprimoraram, tornando-se mais complexas e potentes.

Na sala de aula, cada uma dessas potencialidades encontradas nos diferentes pontos de vista é de suma importância para a educação e aprendizado dos alunos. E além dos âmbitos gerais, tem-se outras potencialidades mais específicas da área de atuação da Educação ou do ensino de Matemática.

A ludicidade das atividades baseadas em jogos cria na sala de aula um campo fértil para experiências agradáveis que podem ajudar os alunos a obterem uma relação saudável com o conhecimento. A utilização de regras que são delimitadoras e formadoras, que também são indispensáveis para a atividade, podem trazer inúmeras reflexões e aprendizados para os alunos.

O estudo das melhores estratégias de cada jogo, invariavelmente, esbarra na Matemática. A busca por resultados absolutos em situações regradas necessita de um raciocínio e de uma lógica própria da Matemática, que podem ser exploradas por metodologias como a Resolução de Problemas.

E, talvez até mais importante que os conteúdos adquiridos por esse formato, os jogos têm a potencialidade de mudar a postura com que os alunos se deparam com um problema. O problema tem de ser desafiador, precisa instigá-los e, uma característica fundamental do jogo, é que se crie um ambiente de alta emoção e sem nenhum risco. Portanto, não precisa se preocupar com o erro. Como em qualquer processo de aquisição, os erros fazem parte do processo de aprendizado.

Percebemos a potencialidade de mudar as relações da sala de aula, sejam elas uma maior interação bilateral entre aluno-aluno ou professor-aluno.

Outro aspecto importante que destacamos com o desenvolvimento da pesquisa é que não importa o quanto se descubra sobre jogos, sempre haverá mais oportunidades para descobertas. Nunca iremos esgotar o que se há para aprender sobre jogos, pois sempre

poderemos observar por diferentes pontos de vista, seja do ponto de vista matemático ou socioemocional; e sempre podemos explorar mais além, ampliando nossa visão. Tanto no jogo, quanto na Matemática, sempre podemos propor novos desafios para nos aprimorar.

Para pesquisas futuras, sugere-se o desenvolvimento de investigações empíricas para avaliar as contribuições pedagógicas do jogo *Chopsticks* em diferentes etapas da Educação Básica, visto que o enfoque neste estudo foi a análise teórica, sem abordar a aplicação prática do jogo em ambientes educacionais reais.

Referências

AZEVEDO, M. V. R. **Jogando e Construindo Matemática**: a influência dos jogos e materiais pedagógicos na construção dos conceitos em Matemática. São Paulo: Unidas, 1993.

BENITES, A. A. **Jogos no ensino de matemática da Educação Básica: uma discussão sobre suas potencialidades**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998a. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf> Acesso em: 10 jun. 2025.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998b. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em: 10 jun. 2025.

BROUGÈRE, G. A. Criança e a Cultura Lúdica. **Revista da Faculdade da Educação**, São Paulo, v.24, n.2, 1998. DOI: [10.1590/S0102-25551998000200007](https://doi.org/10.1590/S0102-25551998000200007)

CAILLOIS, R. **Os Jogos e o Homem: a máscara e a vertigem**. Tradução José Garcez Palha. Lisboa, Livros Cotovia, 1990.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2019

GRANDO, R. C. **O Jogo e suas possibilidades Metodológicas no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos em sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GRILO, R. de M., GRANDO, R. C. **O Xadrez Pedagógico e a Matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo, Pimenta Cultural, 2021

GROOS, K. **The Play of Man**. New York, Appleton and Company, 1901.

GROOS, K. **The Play of Animals**. New York, Appleton and Company, 1898.

HARARI, Y. N. **Sapiens - uma breve história da humanidade**. 13ª ed. Porto Alegre, RS: L&PM, 2016.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**: o jogo como elemento da cultura. Tradução João Paulo Monteiro. 4ª ed. São Paulo: Editora Perspectiva, 2000.

KAMII, C. **A criança e o número**: Implicações Educacionais da Teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. 13ª ed. Campinas, Papirus Editora, 1991.

MACEDO, L., PETTY, A. L. S., PASSOS, N. C. **Quatro Cores, senha e dominó**: oficinas de jogos com uma perspectiva construtivista e psicopedagógica. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.

MENEZES, J. E. A pedagogia de Paulo Freire em atividades com jogos matemáticos: Educação, autonomia e cidadania. In: VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática, RS. **Anais do VI CIEM**. Canoas: ULBRA, 2013. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/914/433>. Acesso em: 13 jun. 2025.

MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **Idéias**, São Paulo, n. 10, p. 45–53, 1991. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em: 13 jun. 2025.

PIAGET, J. **A Formação do Símbolo na Criança**: Imitação, Jogo e Sonho. Imagem e Representação. 3ª ed. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1964.

SCHWARTZ, G. **Brinco, logo aprendo**: Educação, videogames e moralidades pós-modernas. 1ª ed. São Paulo, Paulus Editora, 2014.

SEVERINO, A.J. **Metodologia do trabalho científico**. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2017.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**: o Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores. 4ª ed. São Paulo, Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1991.