

ORGANIZACIÓN DE LA INDUSTRIA LÁCTEA: UN ESTUDIO DE CASO MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL

Beatriz Susana Pena de Ladaga
Marra, R.M.A.

Profesoras Adjuntas: Cátedra de Administración Rural, Facultad de Agronomía, Universidad de Buenos Aires, Argentina – email: spena@agro.uba.ar

<https://doi.org/10.33871/26747170.2026.8.1.11197>

RESUMEN: Se modelizó mediante programación lineal el caso real de una cooperativa lechera que enfrenta problemas para lograr el funcionamiento correcto de su planta procesadora. Ellas requieren volúmenes de leche constantes con calidades determinadas, acorde a los productos que se procesan en cada caso. Para ver la utilidad de la herramienta de Programación Lineal (PL) en la organización de la industria lechera, se construyó un modelo que contiene la producción factible por parte de los asociados, así como la posibilidad de compra externa, (para los momentos en que no se logra la calidad requerida); el modelo llamado “base” minimiza los costos de la materia prima. Considerando la importancia de lo que la industria llama sólidos útiles (SU), se agregó posteriormente en el modelo una restricción con el fin de poder cuantificarlos; la modificación no genera cambios en las conclusiones y es de sencilla formulación. A continuación, el mismo modelo fue transformado para maximizar la restricción de SU, habida cuenta de la importancia que se le atribuye a este factor en el precio. Para ello la restricción es transformada en función objetivo, y los precios pasan a ser una restricción referida al capital disponible. Es interesante observar que la modificación arroja distinto uso de recursos. Los resultados presentados a veterinarios generan importantes advertencias. Al mismo tiempo se expone que el indicador de calidad denominado Sólidos útiles, presenta inconvenientes de importancia, por lo cual no sería tal vez la más indicada para el caso de proponer un sistema de bonificación por calidad.

Palabras clave: Calidad de leche, programación lineal, minimización, maximización, cuantificación

ORGANIZAÇÃO DA INDÚSTRIA DE LATICÍNIOS: UM ESTUDO DE CASO POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

RESUMO: Modelou-se, por meio de programação linear, o caso real de uma cooperativa leiteira que enfrenta dificuldades para alcançar o funcionamento adequado de sua planta de processamento. A cooperativa requer volumes constantes de leite com qualidades específicas, de acordo com os produtos processados em cada situação. Como objetivo de demonstrar a utilidade da ferramenta de Programação Linear (PL) na organização da indústria leiteira, construiu-se um modelo que contempla a produção factível por parte dos associados, bem como a possibilidade de compra externa nos períodos em que não se atinge a qualidade requerida. O modelo denominado “base” foi elaborado para minimizar os custos da matéria-prima.

Considerando a importância do parâmetro denominado sólidos úteis (SU) pela indústria, incluiu-se posteriormente uma restrição no modelo com a finalidade de quantificá-los. Essa modificação não altera as conclusões e apresenta formulação simples. Em seguida, o mesmo modelo foi transformado para maximizar a restrição de SU, tendo em vista a relevância atribuída a esse fator na formação do preço. Para tanto, a restrição foi transformada em função objetivo, e os preços passaram a constituir uma restrição vinculada ao capital disponível. Observa-se que essa modificação conduz a um uso diferenciado dos recursos. Os resultados apresentados aos médicos-veterinários geram importantes advertências. Ao mesmo tempo, evidencia-se que o indicador de qualidade denominado Sólidos Úteis apresenta limitações significativas, motivo pelo qual talvez não seja o mais indicado para a proposição de um sistema de bonificação por qualidade.

Palavras-chave: Qualidade do leite; programação linear; minimização; maximização; quantificação.

ORGANIZATION OF THE DAIRY INDUSTRY: A CASE STUDY USING LINEAR PROGRAMMING

ABSTRACT: A real case of a dairy cooperative was modeled using linear programming to address difficulties in achieving the proper operation of its processing plant. The cooperative requires constant volumes of milk with specific quality levels, depending on the products being processed in each case. To demonstrate the usefulness of the Linear Programming (LP) tool in organizing the dairy industry, a model was developed that includes the feasible production capacity of the cooperative's members, as well as the possibility of external milk purchases (for times when the required quality cannot be achieved). The so-called "base" model minimizes the cost of raw milk. Considering the importance of what the industry refers to as "useful solids" (US), an additional constraint was later incorporated into the model to quantify them. This modification did not alter the conclusions and is straightforward to formulate. Subsequently, the same model was reformulated to maximize the useful solids constraint, given the relevance of this factor in determining milk prices. In this version, the constraint was transformed into the objective function, while prices became a capital constraint. It is noteworthy that this modification results in a different allocation of resources. The results presented to veterinarians raised significant concerns. Furthermore, the study shows that the quality indicator known as "useful solids" presents important limitations, and therefore, it might not be the most appropriate metric for designing a quality-based bonus system.

Keywords: milk quality, linear programming, minimization, maximization, quantification.

INTRODUCCIÓN

La herramienta de PL lineal tiene más posibilidades de uso de las que en principio se puede pensar (Pena de Ladaga, 1996; Pena de Ladaga y Berger, 2022). Permite clarificar cuestiones reales de naturaleza tanto económica como técnica. Para arribar a soluciones, es necesario "traducir" a modelos matriciales los sistemas a analizar y no siempre hay ejemplos. Es el caso que se presenta, donde una cooperativa real, enfrenta problemas para lograr el adecuado y eficiente funcionamiento de su usina procesadora que, en función de los productos que elabora, requiere volúmenes diarios de leche de calidades y cantidades determinadas.

Según menciona INTA-IAPUCO (2018), la láctea es una cadena “peculiar” de dos eslabones, cuyos integrantes (tambos e industria) interactúan entre sí en dos planos complementarios: son como “socios” de un mismo complejo productivo. Ello genera tensiones que afectan la optimización de resultados comunes. Las consecuencias de las asimetrías existentes en la cadena hacen que los eslabones más perjudicados sean los productores y los consumidores. Los primeros son tomadores de precios, debiendo aceptar el valor que le ofrece la usina; en el otro extremo, el consumidor, tiene solo alguna leve posibilidad de opción, en función de la selección de marca y calidad.

Los precios de la industria se encuentran alineados en “rangos”, relativamente similares (Arditi et al., 2016) ofreciendo cada usina pagos acordes a los productos que procesa, pero sin una referencia concreta, lo que dificulta la tarea al momento de intentar conseguir leche con una calidad determinada, siendo bueno que se logre al mínimo costo. El grupo de trabajo ha incursionado en el tratamiento de unidades físicas, calculando “hectáreas mínimas” de la unidad económica agraria (Pena de Ladaga, 1992), en la composición de la “ración de mínimo costo” (Frank, 2010; Pena de Ladaga y Berger, 2006), y en metros cúbicos de madera para producir papel (Pena de Ladaga, 2019).

En esta ocasión la pregunta provino de una cooperativa lechera, interesada en mantener la planta de producción trabajando en una capacidad razonable, con una “cantidad de litros”, que les represente el mínimo costo. La finalidad es poder diluir costos fijos (sobre todo de la infraestructura y mano de obra, considerablemente elevados) y los variables correspondientes. Para ello se confeccionó en un primer paso el modelo base para minimizar el costo de leche con un capital disponible determinado; luego se agregó la cuantificación de sólidos útiles y a continuación, la restricción no vinculante que “cuantifica”, se formuló como función objetivo con el fin de maximizar los sólidos útiles con la cifra de capital disponible informada por la empresa. La finalidad del abordaje del problema con esta herramienta es demostrar que la misma tiene más aplicaciones que la usual y conocida maximización del beneficio.

METODOLOGÍA

Para resolver el problema planteado, se formuló en Excel una matriz tradicional de minimización de costo con PL (Hillier y Lieberman, 2015; Pena de Ladaga y Berger, 2006; Pena de Ladaga y Berger, 2022 y 2025), arribando a soluciones a través del complemento gratuito Solver de Excel.

La cooperativa del caso de estudio se encuentra situada en el noroeste de la provincia de Córdoba, una de las cuencas lecheras de mayor importancia en Argentina. Necesita industrializar al menos 200.000 litros diarios de leche. Por razones de secrecía los autores no mencionan su nombre (la información fue brindada bajo esa condición).

La cantidad de leche necesaria en forma diaria se formuló como una restricción de \geq (no se tomó igualdad a fin de evitar situaciones que pudieran tornar no factible la resolución del modelo). De ellos un 40% deben ser de leche calidad Plus¹, un 50% de calidad Media y no más de un 10% de calidad Baja. Las cifras son variables según cada usina y se relaciona directamente con los tipos de productos a elaborar. Es decir que deben conseguir 80.000 litros diarios como mínimo de calidad Plus, 100.000 de calidad Media, y no más de 20.000 litros de leche de Baja calidad, fuera del estándar del Código Alimentario, que supone un máximo de conteo de células somáticas (CCS) de 400.000. Si los campos asociados a la cooperativa no llegan a producir la cantidad requerida, en el modelo se activa la posibilidad de compra en el mercado.

Los tambos socios de la cooperativa, en calidad de tales, entregan su producción a la misma; tienen diferencias en cuanto a superficie, carga animal, vacas totales, vacas en ordeño y sistema productivo, dando lugar a distintos volúmenes diarios por unidad de superficie, y también a diferentes calidades, característica que influye en el precio que se paga por litro. Respecto a calidad, ella considera aspectos sanitarios y composicionales motivo por el cual se separó la leche producida en tres calidades: Plus, Media, y Baja. Los volúmenes diarios de leche generados por cada tipo de tambo asociado se calcularon en base a información proveniente de encuestas previas del grupo de trabajo (Pena de Ladaga y Marra, 2017 (Tabla 1).

¹ En recuerdo de la nomenclatura adoptada por SANCOR cuando producía leches maternizadas, lograda en tambos “certificados” por veterinarios en cuanto al cumplimiento de parámetros de alta exigencia requerida para estos productos.

Tabla 1. Tipos de leche según sistema productivo

	Plus	Media	Baja
Carga animal (VO/ha)	1,5	1,2	1,0
Vacas totales (VT)	600	675	200
Vacas ordeñe (VO)	480	540	160
Litros/cabeza	32	30	18
Litros/hectárea	48	36	18
Hectáreas disponibles	400	450	1.400

Fuente: Elaboración propia

Dado que en PL cada actividad puede estar expresada en distintas unidades, y para facilitar la comprensión a los destinatarios del modelo, las superficies disponibles de los tres tipos de leche provenientes de tambos socios de la cooperativa se formularon en hectáreas (ha), estableciendo las correspondientes restricciones de máximo; la función objetivo fue formulada en estos casos en USD/ha. Las actividades de “compra de leche” para cada una de las calidades, expresan la función objetivo en USD/litro.

Con respecto a los precios se tuvo como base la información de la tabla que mensualmente publica el SIGLeA (Sistema Integrado de Gestión de la Lechería Argentina). En la misma se vuelca la información de más de 360 industrias, que informan el resumen de más de 7.700 liquidaciones en forma mensual. Se partió de la Tabla 2, correspondiente a noviembre de 2023 (OCLA, 2023), convirtiendo los valores a dólares oficiales, al tipo de cambio vigente en ese momento (365 \$/USD). La selección de la fecha anterior al cambio de gobierno fue para no agregar factores de incertidumbre en el modelo. Puede observarse que consideran 6 calidades composicionales acorde al porcentaje de “sólidos útiles”, sin diferenciar entre grasa y proteína; desde el punto de vista sanitario, hay 5 calidades, la última de las cuales contempla leche que ya no cumple los requisitos del Código Alimentario Argentino y por lo tanto no podría utilizarse. Sin embargo, debido a la escasez de materia prima, ingresa en el circuito industrial de todos modos.

Tabla 2. Variabilidad de Precios SIGLeA

Tipificación de la leche según estratos higiénicos, sanitarios y composicionales: Precios de Referencia - SIGLeA																		
Mes	nov-23		Cantidad de Industrias				362		Cantidad de Liquidaciones				7.710					
Grasa Butirosa	3,69%		Proteína		3,36%		UFC/ml		78		RCS/ml		334		Tambo Pdio. lts./día		3.338	
Calidad Composicional de la leche en Sólidos Útiles	- de 50 mil UFC y - de 200 mil CS			- de 50 mil UFC y entre 200 y 300 mil CS			- de 100 mil UFC y - de 400 mil CS			- de 100 mil UFC y entre 400 y 600 mil CS			+ de 100 mil UFC y + de 600 mil CS					
	Superior	Promedio	Inferior	Superior	Promedio	Inferior	Superior	Promedio	Inferior	Superior	Promedio	Inferior	Superior	Promedio	Inferior			
+ de 7,23%	\$ 200,50	\$ 166,88	\$ 142,44	\$ 191,56	\$ 163,81	\$ 138,90	\$ 172,20	\$ 153,61	\$ 134,65	\$ 161,12	\$ 150,02	\$ 126,91	\$ 165,15	\$ 148,07	\$ 118,53			
entre 7,23% y 7,01%	\$ 165,19	\$ 158,94	\$ 137,16	\$ 158,79	\$ 149,72	\$ 133,87	\$ 165,06	\$ 152,39	\$ 132,56	\$ 158,74	\$ 147,32	\$ 128,70	\$ 157,15	\$ 146,66	\$ 122,89			
entre 7,01% y 6,84%	\$ 154,09	\$ 141,17	\$ 130,14	\$ 160,03	\$ 151,48	\$ 137,51	\$ 159,86	\$ 149,51	\$ 129,66	\$ 157,63	\$ 148,13	\$ 126,72	\$ 157,41	\$ 147,62	\$ 122,72			
entre 6,84% y 6,6%	\$ 162,28	\$ 154,25	\$ 118,65	\$ 160,04	\$ 151,75	\$ 138,07	\$ 160,88	\$ 149,59	\$ 128,11	\$ 157,23	\$ 145,67	\$ 119,23	\$ 156,48	\$ 145,54	\$ 118,82			
menor o igual a 6,65%	\$ 156,67	\$ 149,23	\$ 111,52	\$ 157,23	\$ 150,02	\$ 134,39	\$ 158,84	\$ 149,36	\$ 128,85	\$ 158,36	\$ 149,65	\$ 135,52	\$ 157,48	\$ 147,28	\$ 116,39			
Precio Promedio:			\$ 150,01			Precio Mínimo:			\$ 111,52			Precio Máximo:			\$ 200,50			
Desvío Estándar de la grilla de precios						\$ 16,54		Coeficiente de Variación						11,0%				
Diferencia entre el precio máximo y el mínimo						79,8%		Diferencia entre el precio máximo y el promedio						33,7%				

Fuente: OCLA, – noviembre de 2023

Al no existir precio de referencia, ni claridad en las bonificaciones por calidad (Pena de Ladaga y Berger, 2024), se recurrió a la opinión de expertos. Ellos mencionan que en la práctica se ofrece un precio distinto para cada calidad entre los asociados; si hay que recurrir al mercado, el precio es diferente al que se paga a los socios (téngase presente que, al ser un producto perecedero, los tambos tienen un destino para su producto; no obstante, hay ocasiones bastante frecuentes en que se dan “intercambios de leche de los camiones entre firmas”, con lo cual los análisis no siempre reflejan la verdadera calidad). La diferencia en

precio la justifican porque los socios reciben beneficios adicionales que les brindan las cooperativas (compras de alimentos a menores precios, intercambio por insumos, posibilidades crediticias, sitios de recreación y/o varios otros). Estos se financian con las ganancias de la cooperativa, más allá de la percepción de dividendos. Los precios de leche (USD/litro) comprados a terceros no asociados reciben mayor valor si la calidad es alta, casi igual si es de calidad media y menor si la leche es mala, debido a que el objetivo de la cooperativa es mejorar la calidad, para facilitar los procesos industriales de los productos que genera (Tabla 3).

Tabla 3. Precio de leche (USD oficiales/litro) según origen y calidad

SOCIO	SOCIO	SOCIO	COMPRA	COMPRA	COMPRA
MEDIA	PLUS	BAJA	MEDIA	PLUS	BAJA
0,405	0,549	0,28	0,41	0,56	0,3

Fuente: Elaboración propia en base a informantes calificados

Debe quedar en claro que no se considera el resultado de la actividad primaria -que surgiría de comparar el precio de mercado con el costo de producción-; también que, modificaciones en cualquier parámetro causará variaciones en los resultados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La matriz confeccionada contiene las actividades Tambo de calidad Media, Plus y Baja, que producen volúmenes y calidad de leche diferenciales (Tabla 4).

Tabla 4. Matriz de minimización de costos para volumen y calidad determinados

	MEDIA	PLUS	BAJA	COMPRA PLUS	COMPRA MEDIA	COMPRA BAJA				
	HA	HA	HA	litros	litros	litros		USO	RHS	
F.OBJETIVO (USD)	14,6	26,4	5,04	0,56	0,41	0,30				
CAPITAL DISPONIBLE (USD)	14,6	26,4	5,04	0,56	0,41	0,30	<=	CAPITAL DISPONIBLE (USD)	91.108	95.000
VOLUMEN (litros/día)	36,0	48,0	18,00	1	1	1	>=	VOLUMEN (litros/día)	200.000,00	200.000,00
Min calidad MEDIA (litros/día)	36,0						>=	Min calidad MEDIA (litros/día)	100.000,00	100.000,00
Min calidad PLUS (litros/día)		48,0		1			>=	Min calidad PLUS (litros/día)	80.000,00	80.000,00
Máx calidad BAJA (litros/día)			18,00			1	<=	Máx calidad BAJA (litros/día)	20.000,00	20.000,00
Max.sup (ha) MEDIA	1,0						<=	Max.sup (ha) MEDIA	450,00	450,00
Max.sup (ha) PLUS		1					<=	Max.sup (ha) PLUS	400,00	400,00
Max.sup BAJA (ha)			1				<=	Max.sup BAJA (ha)	1.111,11	1.400,00

Los resultados de Solver de Excel se observan en el Informe de Respuestas (Tabla 5), el de sensibilidad (Tabla 6) y en los Límites de validez (Tabla 7).

Tabla 5: Informe de respuestas

Nombre	Valor final
COSTO MÍNIMO	91.108

ables

Nombre	Valor final	Entero
DIMENSION (HA ó litros) MEDIA	450,00	Continuar
DIMENSION (HA ó litros) PLUS	400,00	Continuar
DIMENSION (HA ó litros) BAJA	1.111,11	Continuar
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA LECHE PLUS	60.800	Continuar
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA MEDIA	83.800	Continuar
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA BAJA	-	Continuar

Nombre	Valor de la celd	Fórmula	Estado	Demora
CAPITAL (USD) USO	91.108	\$K\$5<=\$L\$5	No vinculante	3.892,20
VOLUMEN (litros/día) USO	200.000,00	\$K\$6>=\$L\$6	Vinculante	-
Min calidad MEDIA USO	100.000,00	\$K\$7>=\$L\$7	Vinculante	-
Min calidad PLUS USO	80.000,00	\$K\$8>=\$L\$8	Vinculante	-
Máx calidad BAJA (litros/día) USO	20.000,00	\$K\$9<=\$L\$9	Vinculante	-
Max.sup 1 (ha) MEDIA USO	450,00	\$K\$10<=\$L\$10	Vinculante	-
Max.sup 2 (ha) PLUS USO	400,00	\$K\$11<=\$L\$11	Vinculante	-
Max.sup BAJA (ha) USO	1.111,11	\$K\$12<=\$L\$12	No vinculante	288,89

La matriz que minimiza el costo para mantener la producción industrial con un procesamiento de 200.000 litros diarios o más, arrojó un costo mínimo de 91.108 USD diarios. No resulta limitante ni el capital (con un sobrante de 3.892,20 USD), ni la producción de leche de baja calidad (donde solo se recibe

leche de 1.111,11 ha) y por tanto la restricción de máximo en esta categoría resulta no limitante, sobrando leche de 288,89 ha que quedarían sin destino.

Tabla 6: Informe de sensibilidad

Celdas de variables						
Nombre	Final Valor	Reducido Coste	Objetivo Coeficiente	Permisible Aumentar	Permisible Reducir	
DIMENSION (HA ó litros) MEDIA	450,00	0	14,58	0,18	1E+30	
DIMENSION (HA ó litros) PLUS	400,00	0	26,352	0,528	1E+30	
DIMENSION (HA ó litros) BAJA	1.111,11	0	5,04	0,36	1E+30	
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA LECHE PLUS	60.800,00	0	0,56	1E+30	0,011	
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA MEDIA	83.800,00	0	0,41	0,15	0,005	
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA BAJA	-	0,02	0,3	1E+30	0,02	

Restricciones						
Nombre	Final Valor	Sombra Precio	Restricción Lado derecho	Permisible Aumentar	Permisible Reducir	
k \$ USO	91.107,80	0	95.000,00	1E+30	3892,2	
VOLUMEN (litros/día) USO	200.000,00	0,41	200.000,00	9.493,17	9,09495E-13	
Min calidad MEDIA USO	100.000,00	0	100.000,00	0,00	1E+30	
Min calidad PLUS USO	80.000,00	0,15	80.000,00	0,00	60.800,00	
Máx calidad BAJA (litros/día) USO	20.000,00	-0,13	20.000,00	0,00	20.000,00	
Max.sup 1 (ha) MEDIA USO	450,00	-0,18	450,00	2.327,78	450,00	
Max.sup 2 (ha) PLUS USO	400,00	-0,528	400,00	1.266,67	400,00	
Max.sup BAJA (ha) USO	1.111,11	0	1.400,00	1E+30	288,89	

El informe de sensibilidad deja ver que la solución del caso planteado es estable para las mejores leches. En las hectáreas que producen leche de calidad Media, se puede aumentar el coeficiente objetivo en 0,18 USD/ha (de 14,58 a 14,76, es decir un 1,2% que podría salir de una producción algo más elevada o limpia en los tambos que producen calidad baja. En la Plus es de 0,528 (de 26,352 a 26,88 USD/ha que representa un 2%; cabe la misma acotación que en el caso anterior) sin que varíe la integración de actividades y siempre hablando de la misma calidad. En el caso de los tambos que dan lugar a leche de Baja calidad, aun cuando se reduzca la función objetivo en 5,14 USD/ha (5,04+0,36 permisible de aumentar), no ingresaría en la solución debido al máximo formulado. En referencia a las actividades de compra, la leche de calidad Media se compraría al precio estipulado de 0,41 y se mantendría tanto si baja a 0,0405, como si aumenta a 0,56 (coincidente con precio de la leche Plus); en la leche Plus, compra al precio de 0,56, y se mantendría bajando hasta 0,549.

En la compra de calidad baja, aún con 0,02 de disminución (0,28 USD/litro) no presentaría modificaciones; era de esperar ya que es el precio de leche de tambos con calidad fuera de estándar. Esos 0,02 USD/ha.día representan el costo de sustitución de la compra de leche sin calidad en el mercado, respecto a los tambos malos.

Ahora bien, las cifras diarias de aumentos parecen intrascendentes; pero si se llevan a valores mensuales, considerando los límites en la leche de calidad Media, podría inferirse que el diferencial si es destinado a capacitación de los tambos de calidad baja podría permitir que parte de la leche de descarte se lleve a condiciones de aceptación. Justamente se trata de una práctica bastante extendida en las industrias, sobre todo en las organizadas bajo la forma de cooperativas, interesadas en la satisfacción de sus socios. Con un precio sombra de la restricción de volumen igual a 0,41 USD/día, significa que, si se adicionara un litro a los 200.000 puestos como mínimo, el costo aumentaría en ese valor (así como si se le pide un litro menos, el costo disminuiría en esa cifra. Hay que recordar que, al ser valores marginales, esto solo es válido dentro de los límites: se pueden aumentar hasta 9.493 litros, y por cada litro aumentaría el costo en 0,41. Pero no se puede reducir dado que el límite es de solo 9,4 litros *E⁺³⁰ (es decir que el intervalo para utilizar ese costo de oportunidad sería entre 209.493 y 200.000 litros diarios).

En la leche de calidad Plus las 450 ha disponibles no resultan suficientes para lograr el mínimo de 80.000 litros y cumplir con los requerimientos de calidad; es necesario comprar 60.800 litros diarios en el mercado. El precio sombra es de 0,15 USD/ha.día, no siendo factible aumentar ni reducir (es decir que su validez se mantiene en las cifras de la solución). En el caso de la calidad Media las 400 ha tampoco son suficientes para cubrir los 100.000 litros requeridos y se deben adquirir 83.800 litros por día; la restricción no tiene costo de oportunidad. En el caso de la calidad Baja, dado que solo se acepta un 10% o menos del total, se utiliza la leche de 1.111,1 ha, que generan los 20.000 litros (lo indicado por el máximo del 10 %), habiendo un sobrante de 5.200 litros generados por las 288,89 ha de leche no aceptada. Tambos que deberán “buscar dónde colocar” el producto de baja calidad. Lamentablemente, este es uno de los motivos que han dado origen a marcas de productos “económicas”, pero que no cumplen con los requisitos mínimos para la salud de los consumidores.

La restricción de máximo tiene un precio sombra negativo de -0,13, que indica qué sucedería al relajar en una unidad esa restricción (fijada en el 20% de leche recibida) no pudiendo ser aumentada, pero si disminuida hasta su eliminación, con lo cual el costo bajaría en 0,13 USD/litro.día. Pero dado que se hace énfasis en la calidad, esta modificación no sería deseable.

Del mismo modo aparece precio sombra en el máximo de superficie de calidad Media -0,18 USD/ha y en la de calidad Plus -0,528 USD/ha. En el primer caso los valores marginales se mantendrían, siendo posible aumentar hasta las 2.327,8 ha, y en calidad Plus a 1.266,7 ha., con lo cual el costo disminuiría acorde a los costos de oportunidad mencionados por cada ha incorporada de cada tipo de tambos. Obviamente, al mismo tiempo disminuirían los litros de las actividades de compra que deben realizarse para lograr la calidad deseada, en proporción a los volúmenes aportados por la superficie adicional (considerando la producción en litros/ha.día. El consejo debería ser que ingresen a la cooperativa nuevos socios que produzcan mejor calidad de producto.

Tabla 7: Informe de límites

Objetivo					
Nombre	Valor				
COSTO MÍNIMO	91.108				

Variable	Valor	Inferior	Objetivo	Superior	Objetivo
		Límite	Resultado	Límite	Resultado
DIMENSION (HA ó litros) MEDIA	450,00	450,00	91.107,80	450,00	91.108
DIMENSION (HA ó litros) PLUS	400,00	400,00	91.107,80	400,00	91.108
DIMENSION (HA ó litros) BAJA	1.111,11	1.111,11	91.107,80	1.111,11	91.108
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA LECHE PLUS	60.800	60.800	91.107,80	67.750	95.000
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA MEDIA	83.800	83.800	91.107,80	93.293	95.000
DIMENSION (HA ó litros) COMPRA BAJA	-	-	91.107,80	-	91.108

El informe de límites (Tabla 7) indica que, el sistema no tendría modificaciones en cuanto a las ha de los tambos de cada tipo de leche. Sin embargo, al no ser limitante el capital, con los 95.000 USD podría incrementarse la compra de leche Plus en 6.950 litros (hasta 67.750 litros) y/o la de leche Media en 9.493 litros (hasta 93.293 litros), o bien una combinación entre ambos tipos de leche, considerando los precios de compra, con el fin de utilizar los fondos remanentes. El costo, obviamente, sería más alto, pero también se haría un mejor uso de los recursos.

El volumen producido por los tambos, así como el de compra se resume en la Tabla 8, donde se observa que se cumplen las restricciones indicadas en el RHS (right hand side) de la matriz.

Tabla 8: Origen del volumen de leche por calidad: compra y/o aporte tambos asociados

LITROS TAMBOS PLUS	19.200,0
LITROS COMPRA PLUS	60.800,0
TOTAL LITROS PLUS	80.000,0
LITROS TAMBOS MEDIA	16.200,0
LITROS COMPRA MEDIA	83.800,0
TOTAL LITROS MEDIA	100.000,0
TOTAL LITROS TAMBO	20.000,0
TOTAL PROCESADOS	200.000,0

A continuación, y con el fin de “cuantificar” los SU (variable sugerida como dato importante a conocer) se procedió a modificar el modelo base. Ciertamente es que la cuantificación de variables es un tema sencillo, que, dentro de un sistema ya construido, solo requiere la incorporación de una restricción relativa a aquello que se quiera medir, y utilizar la inequación que corresponda, sea ≥ 0 , o cantidades medias y/o mínimas y/o máximas, según lo que se esté buscando (Pena de Ladaga y Berger, 2022). El modelo se observa en la Tabla 9. Aquí no habría diferencia alguna respecto al origen (socio o compra) sino que depende exclusivamente de la calidad. La leche Plus contiene 7,56% de sólidos útiles, entre 50 y 200 mil de CCS y menos de 50 mil UFC. La calidad Media sería la que cumple con los parámetros mínimos del Código alimentario 7,34% de sólidos útiles, menos de 400 mil de CCS y menos de 100 mil UFC. La calidad baja 6,91% de sólidos útiles, con más de 600 CCS y más de 100 mil UFC, está fuera ya de los límites que “estarían permitidos” para industrializar (no se cumple en la práctica). Las cifras de la restricción surgen de aplicar los porcentajes mencionados, considerando una densidad media de leche de 1.031 kg/litro.

Al proceder nuevamente a obtener la solución de mínimo costo, no hay variación alguna, dado que se trata de una restricción no vinculante; simplemente la solución arroja el número de la variable solicitada (Tabla 9), que en este caso es de 14, 376 kilogramos. Es por tanto un interesante modo de cuantificar posibles variables, tales como grasa, proteína, lactosa, etc., con el fin de poder proponer un modo de bonificar la calidad acorde a la misma.

Tabla 9: Modelo con cuantificación de la variable SU (sólidos útiles)

	MEDIA T PLUS BAJA			COMPRA PLUS	COMPRA MEDIA	COMPRA BAJA				
	HA	HA	HA	litros	litros	litros		USO	RHS	
F.OBJETIVO (USD)	14,6	26,4	5,04	0,56	0,41	0,30				
CAPITAL DISPONIBLE (USD)	14,6	26,4	5,04	0,56	0,41	0,30	<=	CAPITAL DISPONIBLE (USD)	91.108	95.000
VOLUMEN (litros/día)	36,0	48,0	18,00	1	1	1	>=	VOLUMEN (litros/día)	200.000,00	200.000,00
SU (g)	2,539	3,578	1,225	0,075	0,071	0,068	>=	SU (g)	14.376,26	-
Min calidad MEDIA (litros/día)	36,0					1	>=	Min calidad MEDIA	100.000,00	100.000,00
Min calidad PLUS (litros/día)		48,0		1			>=	Min calidad PLUS	80.000,00	80.000,00
Máx calidad BAJA (litros/día)			18,00			1	<=	Máx calidad BAJA (litros/día)	20.000,00	20.000,00
Max.sup (ha) MEDIA	1,0						<=	Max.sup 1 (ha) MEDIA	450,00	450,00
Max.sup (ha) PLUS		1					<=	Max.sup 2 (ha) PLUS	400,00	400,00
Max.sup (ha) BAJA			1				<=	Max.sup BAJA (ha)	1.111,11	1.400,00

Luego de esto se procedió a maximizar la variable de cuantificación de SU. Para ello, la función objetivo deja de ser monetaria y pasa a ser de la unidad física elegida, mientras que los valores de dicha función objetivo (z) intervienen en el modelo como una restricción, donde el uso debe ser inferior al capital disponible que inicialmente fuera indicado (Tabla 10).

Tabla 10: matriz para maximización de unidades físicas de SU

	T MEDIA	T PLUS	T BAJA	COMPRA PLUS	COMPRA MEDIA	COMPRA BAJA				
	HA	HA	HA	litros	litros	litros		USO	RHS	
F.OBJ.Sólidos útiles (Gramos)	2,539	3,578	1,225	0,075	0,071	0,068				
CAPITAL DISP. (USD)	14,6	26,4	5,0	0,56	0,41	0,30	<=	CAPITAL DISP. (USD)	95.000,00	95.000,00
VOLUMEN (litros/día)	36,0	48,0	18,0	1	1	1	>=	VOLUMEN (litros/día)	209.493,17	200.000,00
Min calidad MEDIA (litros/día)	36,0					1	>=	Min calidad MEDIA	109.493,17	100.000,00
Min calidad PLUS (litros/día)		48,0		1			>=	Min calidad PLUS	80.000,00	80.000,00
Máx calidad BAJA (litros/día)			18,0			1	<=	Máx calidad BAJA (litros/día)	20.000,00	20.000,00
Max.sup (ha) MEDIA	1,0						<=	Max.sup 1 (ha) MEDIA	450,00	450,00
Max.sup (ha) PLUS		1					<=	Max.sup 2 (ha) PLUS	400,00	400,00
Max.sup (ha) BAJA			1				<=	Max.sup BAJA (ha)	1.111,11	1.400,00

Analizando los resultados de las matrices anteriores, podría haberse obviado este paso. Al no ser limitante el capital, la cantidad que sobra (3.892 USD) fue destinada en su totalidad a la compra de leche de calidad media, que pasa de los 83.800 a 93.293. Así el procesamiento llega a ser de los 209.493 litros que la matriz original predecía. Con esa compra los sólidos útiles llegan a un máximo de 15,046 kilos. Podría decirse que el único dato adicional es el precio sombra del capital que es de 0,172 USD/USD.

Dado que los destinatarios no conocían la herramienta y en general no hay muchos especialistas en interpretación de resultados, suponían que esto no era cierto, y por ello se les realizó la demostración.

CONSIDERACIONES FINALES

El método de Programación lineal permitió lograr una solución al problema de la cooperativa, que intentaba conocer anticipadamente el modo de lograr un volumen de leche diario a procesar para diluir adecuadamente los costos fijos, considerando diferentes calidades. Los resultados obtenidos no pueden ser generalizados a otras usinas, ni tomados para porcentuales cualitativos diferentes a los establecidos, dado que hay que remarcar que en programación lineal todos los resultados obtenidos son de naturaleza marginal. Cualquier modificación de supuestos generará cambios que hacen que la solución propuesta no sea la misma. Esto muestra la importancia de lograr un precio de referencia, con bonificaciones y/o penalidades claras, para orientar a los productores primarios en sus actividades.

Los resultados permitirían sugerir que los asesores técnicos trabajen en la mejora de la calidad de leche de aquellos tambos que producen leche de baja calidad. Vistos los problemas que causan estas diferencias, el hincapié en medidas de bajo o casi nulo costo deberían ser las que prevalezcan; por ejemplo, en los temas de rutina de ordeño hay muchos factores que no involucran mayores costos, sino conocimiento y voluntad de mejorar procesos.

Se ha visto en la práctica que, cuando los asociados no llegan a producir “el volumen” establecido, suelen recibir penalidad en el precio. También se ha visto en la práctica mezcla de leches de distintas calidades en el mismo camión, así como leches de distintos orígenes todo lo cual genera a posteriori problemas en la industrialización. Un modelo adecuado permitiría anticipar soluciones.

Sería interesante también realizar exploraciones con leche de distinta calidad considerando el volumen como variable aleatoria con el fin de ver las variabilidades en el costo mínimo supuesto. También con distribuciones de precios dado que los de referencia son poco confiables. Podría optarse por trabajar con años buenos, medios y malos desde lo climático (clasificación “orientativa”, ya que malo puede deberse a múltiples causales, inclusive, en ocasiones, contrapuestas como sequía y/o exceso de humedad. El análisis con “rangos de volumen” según las variables condiciones climáticas podría ser un punto de partida.

REFERENCIAS

ARDITI, B.; BAZTERRICA, V.; HOYOS MALDONADO, D. (2016). Cadena de valor láctea Argentina: caracterización, evolución, ¿internacionalización? Revista Pymes, Innovación y Desarrollo - 2016 Vol. 4, No. 3, pp. 3–25.

FRANK, R.G. (2010). La optimización de la empresa agraria con Programación Lineal. Ed. Orientación Gráfica Editora. Argentina, 446p.

HILLIER F.; LIEBERMAN G. (2015). Introduction to Operations Research, 10th edition: Textbook for OR major. <https://dokumen.pub/introduction-to-operations-research-10nbsped0073523453-9780073523453.html>

INTA – IAPUCO (Instituto Argentino de Profesores Universitarios de Costos). (2018). Valores de referencia del litro de leche cruda.

OCLA (Observatorio de la Cadena Láctea) <https://ocla.org.ar/noticias/28014989-precios-de-la-leche-alproductor-noviembre-de2023>.

PENA DE LADAGA, S. (1992). Unidad económica agraria en la Depresión del Salado: determinación mediante Programación Lineal. Actas de las 21 Jornadas argentinas de Informática e Investigación Operativa. 2.61-2.73.

PENA DE LADAGA, S. (1996). ¿Tiene la Programación Lineal utilidad fuera del ámbito económico? Rev. de la Facultad de Agronomía U.B.A. Tomo 16 No. 1-2: 55-64.

PENA DE LADAGA, S.; BERGER, A. (2006). Toma de decisiones en el sector agropecuario: herramientas de investigación operativa aplicadas al agro. Ed. Facultad de Agronomía. 308 p.

PENA DE LADAGA, S.; MARRA, T. (2017). Lechería: Factores causales de la disminución de la calidad de leche en el sector de la producción primaria. X Jornadas Interdisciplinarias de Estudios Agrarios y Agroindustriales argentinos y latinoamericanos. Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas, 7 al 10 de noviembre de 2017.

PENA DE LADAGA, S.; BERGER, A. (2022). Administración e Investigación Operativa: integración en el agro argentino. Ediciones AplicAR. ISBN 978-987-88-5619-3. 246 p. Capítulo 3: 49-65.

PENA DE LADAGA, B.S.; BERGER, A. (2025) Administración de la empresa agropecuaria: Conceptos y criterios para el planeamiento. 3ra. Edición. Editorial Facultad de Agronomía – Universidad de Buenos Aires. 246 p.

PENA DE LADAGA, B.S. (2019). Curso de Programación lineal para Papel Prensa. Tema a cargo: cuantificación del volumen de madera para lograr el abastecimiento de planta de celulosa.

PENA DE LADAGA, S.; BERGER, A. (2024). Información y decisiones: el especial caso de la leche en Argentina. *Apuntes Agroeconómicos*. Junio 2024, Año 18/ No. 26. ISSN 1667-3212.
<https://agro.uba.ar/apuntes/junio-2024-ano-18-no-26/>

AGRADECIMIENTOS: Se agradece a los profesionales veterinarios que proporcionaron la información y sus valiosas intervenciones. El presente Trabajo fue realizado en el marco de la Programación UBACYT 2020. Proyecto 20020190100087BA.

Submitido em: 10/2025
Aprovado em: 04/2026

