MODELAGEM MATEMÁTICA NA ENGENHARIA AMBIENTAL: MOTIVAÇÃO À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

*Sara Coelho da Silva**
*Adilandri Mercio Lobeiro***
*Diogo Heron Macowski****
*Wellington José Correa*****

Resumo: Neste artigo apresenta-se o relato de uma experiência com a modelagem matemática no Ensino Superior, mais especificamente no ensino de Geometria Analítica, na Engenharia Ambiental, buscando ressaltar a importância da modelagem como fator de motivação à aprendizagem significativa de matemática nos cursos de Engenharia da UTFPR, Câmpus Campo Mourão.
Palavras-chave: Ensino, aplicações, modelagem, engenharia.

MATHEMATICAL MODELING IN ENVIRONMENTAL ENGINEERING: MOTIVATION TO MEANINGFUL LEARNING

Abstract: This article present an account of an experience with mathematical modeling in higher education, more specifically in the teaching of Analytic Geometry, in Environmental Engineering, seeking to emphasize the importance of modeling as a motivator for learning courses in mathematics significant Engineering UTFPR – Campo Mourão campus.
Keywords: Education, applications, modeling, engineering.

Introdução

Nos cursos de engenharias, a Matemática é apresentada como requisito fundamental. No entanto, as disciplinas básicas que envolvem Matemática encontram-se, de certa forma, distantes das disciplinas específicas, que serão ofertadas em meados do curso.

Além disso, diante da necessidade de trabalhar os vários assuntos teóricos apontados nas ementas das disciplinas básicas, num espaço curto de tempo, muitas vezes não se encontra possibilidades de apresentar na prática estes conceitos matemáticos, o que dificulta o desenvolvimento do pensamento intuitivo e da autoconfiança do aluno na resolução de problemas que enfrentará em sua carreira como engenheiro.

Nesta perspectiva, é comum o aluno se sentir desmotivado por não saber onde tais conteúdos podem ser aplicados. Esta falta de motivação pode ser um dos fatores dos altos índices de reprovação em disciplinas básicas dos cursos de Engenharia como: Cálculo, Álgebra Linear e Geometria Analítica, entre outras.

Portanto, o docente de disciplinas básicas, dos cursos de Engenharia depara-se com uma situação problema muito comum e pouco solúvel: apresentar conteúdos específicos de matemática, sem manipular suas aplicações, a uma clientela que tem como objetivo utilizar tais conteúdos em situações específicas de sua área.

Preocupado com esta realidade busca-se discutir estratégias para o ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos para os cursos de engenharia, aliando-se a modelagem matemática e ao uso de tecnologias.

Neste intuito, este artigo está organizado da seguinte forma:

- Na seção 1 é apresentada de forma sucinta a metodologia utilizada.

- Na seção 2 são apresentadas modelos matemáticos, envolvendo Geometria Analítica e Engenharia Ambiental.

Modelagem matemática: uma metodologia alternativa

Durante o ano letivo de 2009, na busca de melhorias para o ensino-aprendizagem de Matemática nas Engenharias as seguintes indagações se fizeram presentes: Como apresentar aplicações relevantes da Matemática específicas às engenharias? Como trabalhar as aplicações sem deixar de cumprir o programa das disciplinas?

Estas indagações foram as principais barreiras encontradas, mas buscou-se transpô-las usando a modelagem matemática, uma metodologia que segundo Burak (1992, p. 62) defini-se como “[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”.

Quanto ao histórico da modelagem matemática no Brasil, sabe-se que:

> A introdução da modelagem matemática no Brasil deve-se a um grupo de professores, especialmente, a Ubiratan D’Ambrosio e Rodney Carlos Bassanezi, ambos do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação, IMECC, da Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, que difundiram essa alternativa para o ensino de matemática, através de livros, cursos de especialização, artigo, palestras e orientações de trabalhos de conclusão de mestrado e de doutorado. (BRANDT et al., 2010, p. 16).

A partir dessa introdução, iniciam-se difusões paralelas em outros estados, por exemplo:

> Em 1983, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO, iniciou-se a difusão dessa

> alternativa para o ensino de matemática por meio de cursos de especialização para professores de matemática dos três níveis de ensino. A forma de trabalho proposta pela modelagem matemática procurava romper com a forma, até então assumida de se ensinar matemática, qual seja: ênfase nos algoritmos, na memorização e descontextualização dos conteúdos (BRANDT et al., 2010, p. 16).

Para o desenvolvimento de uma atividade com modelagem matemática, Burak (1992) sugere cinco etapas: 1) escolha do tema (interesse, curiosidade, situação-problema); 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução do problema e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema; e 5) análise crítica das soluções.

No intuito de se utilizar desta metodologia, neste trabalho seguiram-se as seguintes fases:

Fase 1: Propor aos alunos que busquem situações problemas na sua futura área de atuação;

Fases 2 e 3: Orientar os alunos na pesquisa exploratória e no levantamento dos problemas e dos dados referentes a situação problema escolhida;

Fase 4: Orientar os alunos na modelagem matemática do problema em análise, fornecendo suporte teórico-matemático que o auxilie na resolução. Por exemplo, se o aluno de engenharia ambiental quer criar um modelo de reservatório, o professor o auxilia: na escolha da superfície quádrica que melhor se adapta a esse reservatório, na determinação da equação que representa esta superfície, na representação gráfica dessa, no cálculo do volume e da área lateral do reservatório, etc.;

Fase 5: Analisar as soluções desenvolvidas pelos alunos por meio de seminários, motivando-os à pesquisa e a exposição de ideias. Por se tratar de um projeto paralelo, a orientação e seminários citados acima ocorreram em horário extra, não prejudicando o cronograma proposto no programa das disciplinas quanto ao número de aulas dispensadas aos aspectos teóricos.

Na seção seguinte apresentam-se algumas atividades desenvolvidas na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Campo Mourão. Estas atividades embasaram-se na metodologia definida como modelagem matemática e culminaram no desenvolvimento de modelos matemáticos que foram relevantes tanto para o ensino de Geometria Analítica quanto para contribuição na aprendizagem significativa dos futuros engenheiros.

Os modelos matemáticos envolvidos

Este trabalho foi desenvolvido com alunos do primeiro período do curso de Engenharia Ambiental, no segundo semestre de 2009 na disciplina Geometria Analítica.

Inicialmente fora lançado o seguinte desafio "A Geometria Analítica na Engenharia Ambiental", no qual os alunos deveriam resolver problemas relacionados ao clima, à poluição, ao aproveitamento dos recursos naturais, etc. utilizando de modelos matemáticos embasados na Geometria Analítica.

A preocupação maior nesta primeira fase não era estudar a Geometria Analítica, mas inseri-la em um contexto. No caso, para resolver problemas ambientais. A modelagem matemática é definida segundo Bassanezi (2002) como sendo "[...] o estudo de problemas ou de situações-reais, que atua como uma linguagem utilizada para a compreensão, simplificação e resolução destas situações, visando uma possível previsão ou modificação do objeto estudado" (apud BRANDT et al., 2010, p. 84).

A escolha da situação problema deu-se pelos alunos. Segundo Burak (1992, p. 290), "[...] a escolha do tema deve ser, preferencialmente, dos alunos".

Para Biembengut (2005), uma das vantagens do tema ser escolhido pelos alunos é o fato de eles se sentirem participantes do processo.

Os alunos organizaram-se em pequenas equipes com, no máximo, quatro integrantes, pois, para Burak (1992), esta é a quantidade ideal para que ocorra uma melhor interação entre seus integrantes.

Nesta fase percebe-se os alunos desafiados e motivados a buscarem alternativas bem criativas, o que evidencia o importante papel do professor no incentivo ao desenvolvimento da criatividade, em sala de aula, por meio da modelagem matemática.

> Para o professor ter conhecimento de como se dá o processo criativo durante o desenvolvimento do trabalho com a modelagem matemática é importante que ele preste atenção nas atitudes dos educandos diante de situações, observe se elas se caracterizam como criativas, considerando os fatores que levaram os estudantes a terem tais atitudes. Mais do que isso, o educador deve saber que a modelagem em si mesma não é capaz de propiciar a criatividade. É fundamental uma postura dialógica e o reconhecimento das limitações contextuais da sala de aula, também é necessário que o educador se

> disponha para esse trabalho mais abertamente (BRANDT et al., 2010, p. 120).

No diálogo estabelecido entre professor e alunos, os grupos traziam diferentes problemas ambientais e variadas ideias que tinham em mente para solução do problema. A discussão abordava situações como: 1) Qual superfície quádrica modela o objeto de estudo? 2) Uma vez definida a superfície de acordo com o contexto e analisando suas dimensões, qual equação deveria ser utilizada para sua representação gráfica? 3) Como utilizar um software matemático para representação gráfica do objeto de estudo?

Portanto, um fator importante utilizado nesta experiência a ser explicitado, é que a adoção da modelagem matemática requer uma postura do professor de forma a proporcionar liberdade aos estudantes.

Nesta postura diferenciada dos alunos, o professor pode se sentir acuado. Neste sentido, Freire (2004) afirma que o educador precisa sair da posição de quem apenas ensina e se colocar na condição de quem aprende.

Assim, após vários encontros e muita discussão surgiram vários modelos matemáticos, dentre as quais destacaremos neste artigo apenas três destes:

- A estufa com cobertura cilíndrica para controle de temperatura e radiação solar em plantas.
- O filtro cilíndrico para retenção do solvente utilizado na lavagem de telas de silkscreen.
- O triturador hiperbólico de resíduos para uso em pequenas e médias indústrias.

Estufa com cobertura cilíndrica para controle de temperatura e radiação solar em plantas

Devido às mudanças climáticas não é mais possível prever as ações da natureza e seus fenômenos são evidentes no mundo inteiro, secas, enchentes, degelo das calotas polares, entre outros. Lugares que antes eram considerados chuvosos, hoje deparam com períodos de seca.

Essa variação repentina dos fenômenos climáticos dificulta a produtividade de diversas plantações. Uma das alternativas para melhor rendimento e produtividade em pequena escala seria a utilização de estufas.

Em climas temperados, as estufas estendem a estação de cultivo e protegem as plantas de condições climáticas ruins. Em maiores altitudes, elas aumentam a produção das plantas, administrando a luz disponível. Mesmo em regiões quentes e áridas, estufas especializadas foram desenvolvidas para reduzir as temperaturas e gerenciar a perda de água das plantas pela transpiração.

As estufas criam um ambiente agradável através da captação da radiação solar. Esse sistema consiste no aquecimento e circulação do ar que mantêm as plantas em um ambiente artificialmente adequado enquanto a temperatura do lado de fora é muito fria ou variável. O calor entra na estufa através da cobertura de vidro ou plástico e começa a aquecer os objetos, o solo e as plantas que estão nela. O ar aquecido próximo do solo sobe e é imediatamente substituído por uma massa de ar mais resfriada que começa a ser aquecida. Este ciclo faz a temperatura da estufa aumentar mais rapidamente do que o ar do lado de fora, criando um microclima abrigado e mais aquecido.

Em climas temperados, o sol pode fazer todo o aquecimento da mesma, mas quando as temperaturas caem, às vezes é necessária a utilização de alguns sistemas que mantenha a temperatura. Por causa de o calor ser uma das maiores despesas para manter uma estufa, outras fontes de energia sempre são exploradas, como o uso de baterias solares ou biomassa como fontes de calor.

Segundo Marchi (2000) foram utilizadas as medidas padrão: 7 metros de largura, 21 de comprimento e 2,5 de altura para modelagem matemática de estufa de cobertura semi-cilíndrica, com perfil frontal parabólico.

a) Esboço do perfil frontal da cobertura

Segundo Steinbruch (1987), a equação reduzida da parábola é dada por:

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (1)$$

Portanto, para o perfil frontal parabólico da cobertura, de 7 metros de largura e 2,5 de altura, utilizou-se $x_1 = -3,5$ $(x_2 = 3,5)$ para $y_1 = y_2 = 1,5$ e o vértice $V = (0, \quad 2,5)$ na Equação (1) para obter-se os coeficientes:

$$a = -\frac{3}{24,5}, \qquad b = 0, \quad c = 2,5.$$

Ou seja, a equação que modela o perfil frontal parabólico da cobertura é dada por:

$$y = -\frac{3}{24,5} y^2 + 2,5 \qquad (2)$$

Fazendo uso do software Maple12 para representação gráfica bidimensional de (2) obtêm-se:

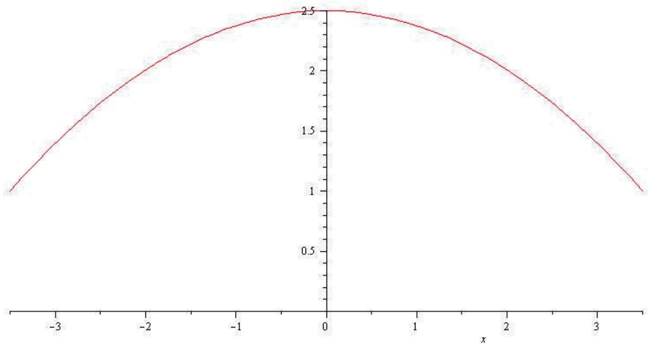

Figura 1: Perfil frontal do telhado.

b) Esboço tridimensional da cobertura da estufa

Para modelagem tridimensional da cobertura da estufa utiliza-se a equação de superfície cilíndrica parabólica, definida em Steinbruch (1987), adotando como diretriz a parábola dada por:

$$z = -\frac{3}{24,5}y^2 + 2,5 \tag{3}$$

E o comprimento de 21 metros da estufa é modelado pela delimitação:

$$0 \leq x \leq 21 \tag{4}$$

Portanto, a superfície cilíndrica que modela matematicamente a cobertura da estufa proposta é dada pelo conjunto:

$$c=\left\{\left(x,y,-\frac{3}{24,5}y^2 + 2,5\right):\ 0 \leq x \leq 21 \text{ e } 3,5 \leq y \leq 3,5\right\} \tag{5}$$

Para visualizar esta cobertura a Equação (5) foi plotada no software Maple 12.

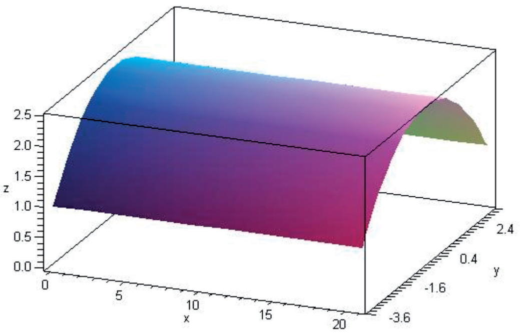

Figura 2: Cobertura Cilíndrica da Estufa.

c) As paredes da estufa

Para modelar matematicamente as paredes da estufa, utilizaram-se as equações de planos paralelos aos planos ordenados, definidos em Steinbruch (1987) e as medidas obtidas na pesquisa exploratória, obtendo-se os seguintes conjuntos:

(6) $$\pi_1 : \{(x,y,z) : x = 0, \quad -3{,}5 \leq y \leq 3{,}5 \quad 0 \leq x \leq 1\}$$

(7) $$\pi_2 : \{(x,y,z) : y = -3{,}5, \quad 0 \leq x \leq 21, \quad 0 \leq z \leq 1\}$$

(8) $$\pi_3 : \{(x,y,z) : y = 3{,}5, \quad 0 \leq x \leq 21, \quad 0 \leq z \leq 1\}$$

Utilizando procedimentos do Maple 12 para armazenagem e o comando display3d plota-se em um único gráfico tridimensional estes planos paralelos, que modelam matematicamente as paredes da estufa.

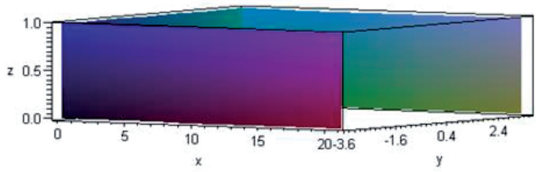

Figura 3: As Paredes da Estufa.

d) O modelo matemático para a estufa com cobertura cilíndrica

O modelo matemático para a estufa com cobertura cilíndrica é descrito pela equação:

$$E = C \cup \pi_1 \cup \pi_2 \cup \pi_3 \qquad (9)$$

Para plotar em um só gráfico tridimensional a cobertura da estufa (a superfície cilíndrica C) e as paredes (os planos) bastam armazenar as equações (5) - (8) em Maple e utilizar o comando display3d, obtendo assim a representação geométrica de uma estufa de 7 metros de largura, 21 de comprimento e 2,5 de altura.

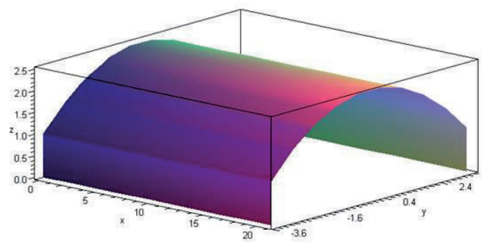

Figura 4: Estufa com Cobertura Cilíndrica.

e) A apresentação do modelo matemático para a estufa de cobertura cilíndrica

Para finalização do projeto o grupo apresentou em seminário a sequência de passos descritos anteriormente e evidenciaram a importância da representação algébrica para o manejo computacional de um objeto geométrico e, por sua vez a importância deste manejo na possibilidade de simulações: testes como aquecimento, entrada e saída de ar, altura, comprimento e largura da estufa e cálculo de volume e área podem ser realizados computacionalmente ainda na fase de projeto; e a partir destas simulações o projeto final pode então ser executado, o que minimiza gastos com mão de obra e material.

Filtro cilíndrico para retenção do solvente utilizado na lavagem de telas de silkscreen

Um problema ambiental muito comum existente no setor de silkscreen (estamparia) de empresas atuantes na área de confecções é a necessidade do uso de solvente e água para a limpeza de telas serigráficas.

O solvente é um produto tóxico, e o processo de lavagem das telas ocorre em um tanque com escoamento na rede de esgoto, e se este for jogado diretamente na rede, pode contaminar o solo e lençóis freáticos, acarretando danos ao meio-ambiente.

Muitas dessas empresas não possuem um sistema de filtragem e escorrem essa solução diretamente à rede de esgoto, agindo de forma agressiva ao meio ambiente, como indicado nas figuras abaixo:

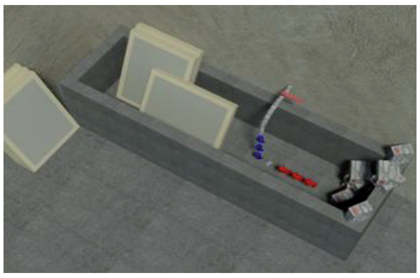

Figura 5: Imagem superior do tanque de lavagem das telas de silkscreen.

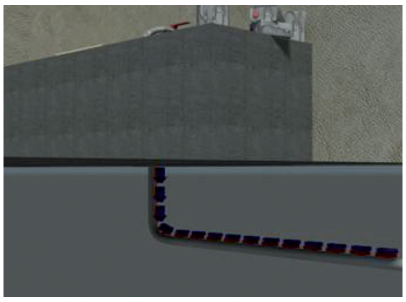

Figura 6: Imagem inferior do tanque de lavagem das telas, onde a água e solvente escorrem diretamente na rede de esgoto.

Uma solução proposta para esse problema foi um sistema de filtragem nas estamparias, para que o solvente não acarrete mais danos ao meio ambiente.

Esse sistema de filtragem seria possível fazendo uso de um filtro cilíndrico (um cilindro reto horizontal) fabricado com material antioxidante evitando assim, corrosões causadas pelo solvente, ou outro produto corrosivo.

A filtragem ocorrerá por conta de carvão ativado e areia contido no cilindro, onde o primeiro retém o solvente, e o segundo filtra o restante de pequenos detritos que o carvão ativado não conseguir reter, fazendo assim que o líquido que será despejado no esgoto não seja tóxico e não venha contaminar o meio ambiente.

Sendo necessário periodicamente checar o filtro e se necessário trocar o carvão ativado e areia, para que continuem a filtrar.

Baseados na pesquisa exploratória inicial utilizaram-se as seguintes propriedades:

Material antioxidante do filtro: Alumínio;

Espessura do cilindro: 1 cm;

Raio: 10 cm;

Diâmetro: 20 cm;

Comprimento: 100 cm;

Volume total: $3{,}14 \times 10^2 \times 100 = 31400\ cm^3 = 31{,}4$ litros;

Para modelagem tridimensional do cilindro utiliza-se a equação de superfície cilíndrica circular centrada na origem do sistema, definida em Steinbruhch (1987), adotando como diretriz a circunferência dada por:

$$x^2 + z^2 = 100 \qquad (10)$$

Desta forma, o filtro cilíndrico pode ser modelado pelo conjunto:

$$F = \{(x,y,z):\ x^2 + z^2 = 100, \quad -10 \le x,y \le 10 \ \text{ e } -50 \le y \le 50\} \qquad (11)$$

Para visualização geométrica do projeto do filtro cilíndrico foi utilizado o software Maple 12.

Figura 7: Filtro Cilíndrico.

Obtêm-se desta análise o modelo matemático para o filtro cilíndrico horizontal que utilizado nas empresas de confecções, acoplado ao sistema de encanamento próximo à saída de água onde as telas são lavadas, filtra quaisquer substancias tóxicas que seriam atiradas à rede de esgoto, principalmente a solução usada na lavagem das telas, o principal agente poluente destas indústrias, fazendo com que estas empresas não agridam mais o meio ambiente desta forma.

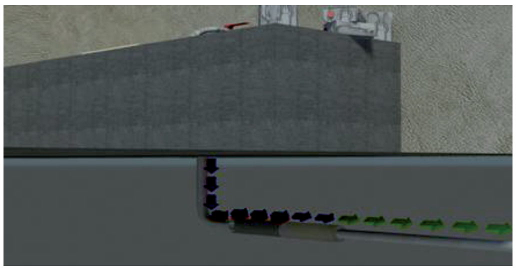

Figura 8: Imagem inferior do tanque após a implantação do filtro, onde escorre para o esgoto somente a solução filtrada.

Para finalização do projeto o grupo apresentou em seminário a proposta descrita anteriormente, inclusive um membro do grupo sendo filho de proprietário de uma empresa de silkscreen adaptou esta ideia para empresa de seu pai, pois eles estavam tendo uma série de problemas com a liberação do solvente diretamente na rede de esgoto. Nota-se assim que, embora o objetivo do desafio proposto fosse somente relacionar o conteúdo matemático com a realidade dos alunos, atingimos uma maior conscientização dos alunos quanto aos aspectos ambientais.

Triturador hiperbólico de resíduos para uso em pequenas e médias indústrias

Na pesquisa exploratória inicial sobre armazenagem de resíduos e reciclagem, os alunos observaram que a trituração facilita tanto a armazenagem quanto a manipulação de resíduos.

O objetivo então era criar um triturador de resíduos para uso em pequenas e médias indústrias para facilitar não só a armazenagem e manipulação como também para possibilitar a reciclagem. Para tanto escolheram a estrutura "afunilada" de um hiperboloide, justificando que os resíduos seriam despejados na boca larga superior do triturador; seriam triturados na parte afunilada e despejados pela boca larga inferior em um recipiente. Com isso os resíduos ocupariam menor espaço e evitariam o recolhimento frequente destes.

Segundo Steinbruch (1987), a equação: $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \quad (12)$$

define o hiperboloide centrado na origem do sistema, de semi - eixos positivos a,b,c , ao longo do eixo z.

Para este triturador de pequeno porte foram adotadas as seguintes medidas:

Altura: 2m $(-1 \leq z \leq 1)$

Diâmetro Mediano: 1m, ou seja, em z=0 em (12) têm-se a=b=0,5;

Diâmetro Superior e Inferior: 2m, ou seja, para z=1, a=b=0,5 obtêm-se em (12), o valor $c = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Assim, o triturador hiperbólico pode ser modelado pelo conjunto:

$$H = \left\{ (x,y,z) : \frac{x^2}{[0{,}5]^2} \quad \frac{y^2}{[0{,}5]^2} \quad \frac{z^2}{\left[\frac{\sqrt{3}}{3}\right]^2} = 1,\ -1 \leq x, y,\ z \leq 1 \right\} \qquad (13)$$

Plotando a equação (13) no Maple 12 obtemos o seguinte hiperboloide:

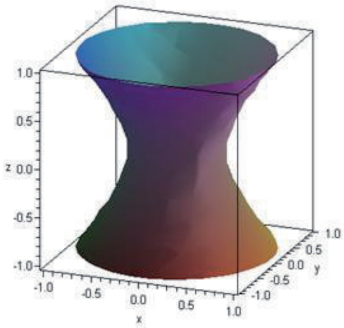

Figura 9: Triturador Hiperbólico de Resíduos.

Para finalização do projeto o grupo também apresentou em seminário a proposta descrita anteriormente ressaltando não só o caráter matemático (a determinação das dimensões e a plotagem gráfica) como também o caráter prático/ambiental do projeto que era a redução do acúmulo de lixo através da trituração dos resíduos. A possibilidade da reciclagem destes resíduos triturados também foi comentada.

Observou-se que o uso do software Maple para plotagem desta superfície levaram os alunos a manipular as equações e as adaptações necessárias nas dimensões x, y e z foram enriquecedoras na aprendizagem e, o objetivo de relacionar o conteúdo com a realidade deles foi atingido quando estabeleceram como triturador de “boca larga” e “acinturado” o hiperboloide descrito pela equação (13).

Considerações finais

Através desta metodologia diferenciada podem-se observar alguns fatores importantes. Os alunos se sentiram bem mais motivados para criar estas aplicações do que ao resolverem uma “lista clássica” de exercícios. O envolvimento dos alunos é bem maior quando a disciplina é levada para seu ambiente de atuação, para sua área.

E este envolvimento também é fruto da apresentação dos alunos em seminários. Pode-se observar que quando o aluno apresenta seu projeto há um maior envolvimento do apresentador e do grupo na discussão deste projeto. Essas discussões são também muito proveitosas na aprendizagem significativa.

No entanto, um projeto envolvendo modelagem matemática exige um tempo maior para pesquisa e orientação, sem este fator os resultados poderiam ser prejudicados, pois os alunos poderiam perder o foco se não recebessem uma orientação satisfatória. Faz-se necessário um tempo maior de dedicação do professor à pesquisa e orientação. O professor deve ter consciência de sua função de condutor, ele deve induzir o aluno à construção de seu conhecimento, deixando-o criar, mas apoiando teoricamente na sua construção.

Durante todo o processo da modelagem, a postura do professor é primordial, pois assume o papel de mediador, orientador e problematizador. (BRANDT et al., 2010).

Considera-se ainda que, quando os alunos manipulam dados reais ou funções e superfícies que se adequavam a dados reais, os alunos se apropriam do conhecimento teórico de forma natural. Eles saem do nível passivo de mera aceitação (de uma fórmula ou de uma equação) para o nível ativo de construção de seu conhecimento, através da adaptação da situação real ao modelo matemático em questão. Só assim, a aprendizagem se torna significativa.

Notas

* Mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (2002). Docente titular da UTFPR, Câmpus Campo Mourão. E-mail: sarasilva@utfpr.edu.br

** Doutorando pela Universidade Federal do Paraná no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos para Engenharia. Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. E-mail: alobeiro@utfpr.edu.br

*** Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia pela Universidade Federal do Paraná (2007). Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus de Campo Mourão. E-mail: dmacowski@utfpr.edu.br

**** Doutorando em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá. Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Campo Mourão. E-mail: wcorrea@utfpr.edu.br

Referências

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra linear com aplicações.** 8 ed. Porto Alegre: Bookmam, 2001.

BASSANEZI, Rodney Carlos; MEYER, João Frederico da Costa Azevedo. **Modelo alternativo para exploração de recursos renováveis:** relatório IMECC. Campinas: Unicamp, 1983.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem como metodologia de**

ensino de matemática. In: CIAEM, 7, 1987, Santiago. **Anais...** Santiago, 1987.

_______. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelon. **Modelagem matemática no ensino.** 4 ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BURAK, Dionisio. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1992.

BRANDT, Célia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. (orgs.). **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica.** Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.

D' AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e matemática. 2 ed. São Paulo: Summus; Campinas: Unicamp, 1986.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido.** 17 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2004.

MARCHI, Giuliane. **Cultivo Comercial em Estufa.** Guaíba: Agropecuária, 2000.

PINTO, Mario da Silva. **A coleta e disposição do lixo no Brasil.** Rio de Janeiro: FGV- Fundação Getúlio Vargas, 1979.

SANTOS, Nathan Moreira dos. **Vetores e matrizes:** uma introdução à álgebra linear. [colaboradores: Doherty Andrade, Nelson Martins Garcia]. São Paulo: Thomson Learning. 2007.

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria Analítica**. São Paulo: Pearson Books, 1987.

Recebido em: junho de 2010.
Aprovado em: agosto de 2012.