

CAIXAS DE LEITE DE DIFERENTES TIPOS: ENSINANDO VOLUME E ÁREA DE SUPERFÍCIE DE UM PRISMA POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.526-544>

Luciane Cristina Joenk Hoffmann¹
Viviane Clotilde da Silva²

Resumo: O objetivo deste estudo é relatar uma experiência desenvolvida por meio da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, de modo a possibilitar o desenvolvimento de uma aprendizagem com compreensão da Matemática em uma prática que envolve o cálculo de medidas de volume e superfície de um prisma, com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental. Ela fez parte de uma pesquisa de mestrado, de modo que foi realizada uma análise qualitativa, com base na observação participante e no diário de campo da professora pesquisadora, registros escritos dos estudantes com a resolução da atividade, seus depoimentos e registros feitos por meio de gravações de áudio e fotografias. Os resultados mostraram que a resolução do problema apresentado por meio dessa metodologia possibilitou que os estudantes compreendessem melhor os conceitos de capacidade, volume e área de superfície de prismas e analisassem qual das formas seria mais vantajosa (lucrativa) considerando apenas a matéria prima utilizada. Além disso, contribuiu para o desenvolvimento da criatividade dos estudantes e, propiciou que a professora pesquisadora analisasse as estratégias de resolução dos estudantes durante o processo e verificasse a compreensão dos conceitos envolvidos e sua importância para essa situação prática.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Aprendizagem com compreensão. Grandezas e medidas. Prática Educativa.

MILK CARTONS OF DIFFERENT TYPES: TEACHING VOLUME AND SURFACE AREA OF A PRISMA THROUGH PROBLEM SOLVING

Abstract: The purpose of this study is to report an experience developed through the methodology of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving, in order to enable the development of learning with understanding of Mathematics in a practice involving the calculation of volume and surface measurements of a prism, with students from the 7th year of elementary school. It was part of a master's research, so a qualitative analysis was carried out, based on participant observation and the researcher teacher's field diary, written records of students with the resolution of the activity, their testimonies and records made through audio recordings and photographs. The results showed that the resolution of the problem presented through this methodology allowed students to better understand the concepts of capacity, volume and surface area of prisms and to analyze which of the forms would be more advantageous (profitable) considering only the raw material used. In addition, it contributed to the development of students' creativity, and allowed the researcher teacher to analyze students' resolution strategies during the process and verify their understanding of the concepts involved and their importance for this practical situation.

Keywords: Problem solving. Learning with understanding. Quantities and measures. Educational Practice.

¹ Mestre em Ensino de Ciências de Matemática pela Universidade Regional de Blumenau/FURB. E-mail: luciane.hoffmann@unidavi.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/00000001-6326-9312>

² Doutora em Educação para Ciência pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/UNESP. Professora do departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau/FURB. E-mail: vcs@furb.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0315-6532>

Introdução

Nós, enquanto professoras de Matemática, acreditamos que devemos proporcionar aos estudantes a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos, assim como o seu letramento, que é definido na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) como

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018, p. 262).

Por esse motivo achamos importante ensinar alguns assuntos explorando a sua relação com situações do dia a dia e, dentre eles citamos os relacionados à unidade temática Grandezas e Medidas. Contudo esse não é um consenso entre os professores que ensinam Matemática. Van de Walle (2009) apresenta que, segundo pesquisa realizada por Thompson e Preston (2004)³, estudos internacionais mostram que as maiores dificuldades dos estudantes em relação aos conteúdos matemáticos se encontram nessa unidade temática, e complementa alegando que essa defasagem talvez esteja na forma como o assunto é ensinado, com muita ênfase em figuras e exercícios, em vez de experiências manipulativas e um enfoque em habilidades que explorem a compreensão dos conceitos de medidas.

Diante desse impasse, analisamos o ensino de assuntos relacionados a unidade temática Grandezas e Medidas em uma pesquisa sobre a importância do espaço da sala ambiente de Matemática e a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, buscando levá-los a compreender os conceitos envolvidos e verificarem sua importância no dia a dia.

Este artigo tem o objetivo de relatar uma das práticas desenvolvidas no estudo supracitado. Buscamos levar os estudantes a relacionar os conhecimentos sobre área de superfície e volume de prismas, com questões do seu cotidiano e discutir de que modo esses conceitos podem interferir em relações de custo na produção de embalagens. Nesse contexto eles tiveram que analisar diferentes caixas de leite de um litro, comparando as áreas das suas superfícies e verificando a capacidade de cada uma. Como esse assunto (definição e cálculo de volume a área de superfície de prismas) já havia sido abordado em um problema anterior, esse

³ Referência retirada do livro de Van de Walle (2009): Thompson, T. D., & Preston, R. V. Measurement in the Middle grades: Insights from NAEP and TIMSS. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 9, p. 514-519, 2004.

se configurou na *proposição de um novo problema sobre o assunto*, Etapa 10 da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas⁴ (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021), metodologia de ensino escolhida para o desenvolvimento da prática.

Na sequência apresentamos uma breve fundamentação teórica sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, justificando a sua escolha; os procedimentos metodológicos de pesquisa utilizados no desenvolvimento dessa prática e; a atividade desenvolvida, analisando-a. Finalizamos com considerações que ressaltam a importância dessa metodologia para a aprendizagem dos estudantes nesse assunto e de um modo geral.

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Ao ler os documentos oficiais relacionados ao ensino da Matemática observamos que a resolução de problemas é uma das competências que devem ser exploradas em toda Educação Básica. Um exemplo é a BNCC (BRASIL, 2018, p. 262), que a apresenta como uma forma privilegiada de “atividade matemática”, sendo “ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental”.

Nesse estudo concebemos a resolução de problemas não apenas como uma estratégia, mas como uma metodologia de ensino e, para isso utilizamos os pressupostos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHI, 2021). Acreditamos que resolução de problemas se torna, como apresentam Allevato e Onuchic (2021), objeto e estratégia para aprendizagem porque considera o problema como ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos matemáticos, colocando os estudantes no centro das atividades de sala de aula de Matemática, sem ignorar o papel desempenhado pelo professor como organizador e mediador no decurso dessas atividades. Dessa forma tende a estimular os estudantes a buscarem soluções para os problemas propostos (ONUCHIC E MORAIS, 2013; ALLEVATO; ONUCHIC 2021).

Cabe, neste momento, deixarmos claro que assumimos a definição de *Problema* apresentada por Onuchic e Allevato (2011), que o apresentam como uma tarefa que se está

⁴ Neste artigo adotamos Resolução de Problemas iniciando com letra maiúscula quando nos referimos à metodologia e iniciando com letra minúscula quando falamos do ato de resolver problemas.

interessado em realizar, contudo não se tem um caminho, uma resolução pré-definida. As pesquisadoras defendem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, apresentando uma forma de trabalho em sala de aula a partir de problemas geradores, os quais definem como aqueles que visam “à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 52). Essa metodologia propõe que a construção de conhecimentos relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos pode vir a ser mais significativa e efetiva pelos estudantes, se proposta em um ambiente de investigação, onde conceitos matemáticos são aprendidos e habilidades são desenvolvidas no contexto da resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático.

Cardoso e Possamai (2019, p. 170) reforçam esse entendimento ao ressaltar que, essa metodologia propicia a aprendizagem porque

Em atividades de natureza investigativa, os estudantes se deparam com uma situação e, a partir da sua manipulação e estudo, surgem questões para as quais não se conhecem previamente as respostas. É esse processo de pesquisa e validação que possibilita a aprendizagem dos novos conceitos.

Nessa abordagem a resolução de um problema é o ponto de partida do trabalho visando o desenvolvimento da Matemática, de modo que o processo de ensino e aprendizagem leve o estudante a aprender com compreensão. De acordo com Van de Walle (2009) para que a Matemática tenha sentido para o estudante é necessário que ele avance além do saber que já possui e que não se constitua apenas um procedimento ou algoritmo a ser utilizado. Aprender com compreensão significa entender o *porquê* e *para quê*, possibilitando que o conhecimento construído em sala de aula também seja útil além das paredes da escola, possibilitando ao estudante justificar por que uma resposta é correta ou uma regra matemática faz sentido.

O papel do professor é criar esse espírito de pesquisa, de confiança e de expectativa. Nesse ambiente, os estudantes são convidados a fazer matemática. Os problemas são apresentados e os estudantes buscam soluções por eles mesmos. O foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações. Os estudantes trabalham em grupos, em duplas ou individualmente, mas eles estão sempre compartilhando e discutindo suas ideias. O raciocínio é celebrado quando os estudantes defendem seus métodos e justificam suas soluções (VAN DE WALLE, 2009, p. 33).

Para Van de Walle (2014), o papel do professor é fundamental para o desenvolvimento dessa metodologia e descreve que uma aula cujo objetivo seja promover a Matemática com

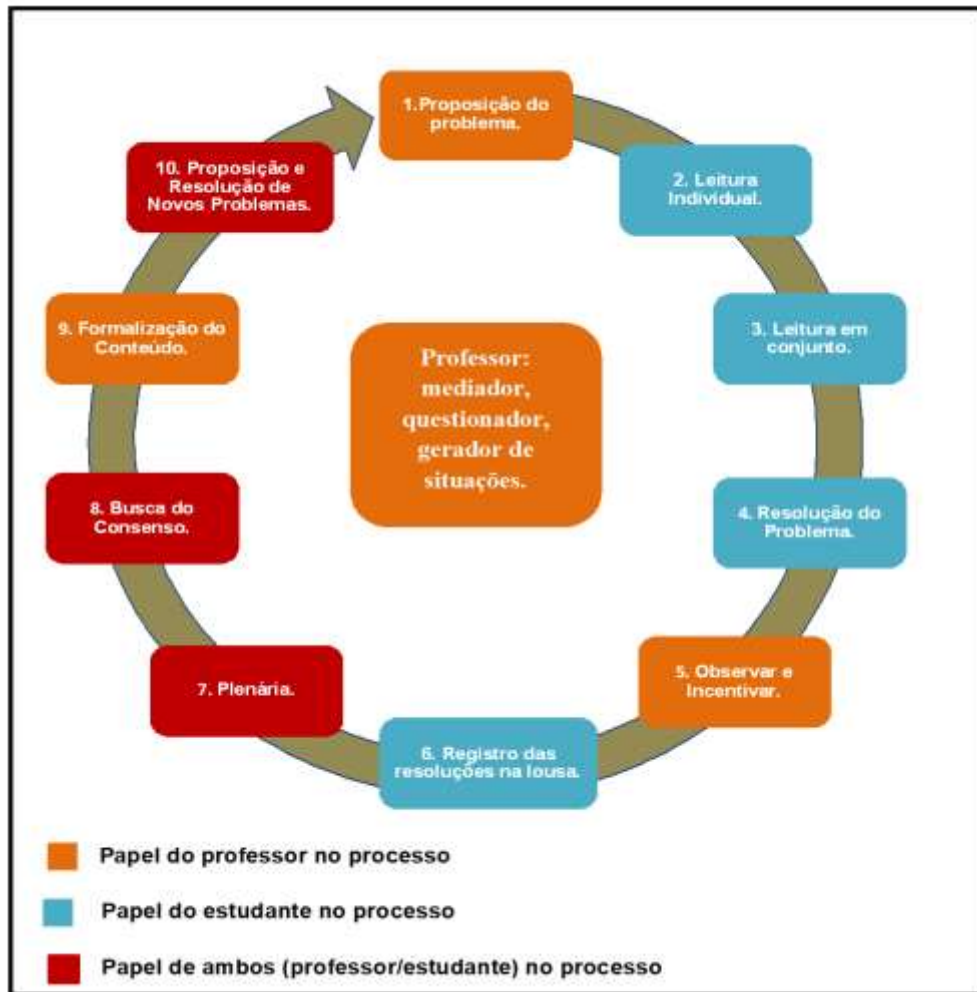
compreensão deve ter as seguintes características:

- Considerar as ideias dos estudantes durante a resolução de um problema como o centro da explicação, visto que constituem o caminho de solução e podem contribuir para o aprendizado do grupo.
- Oportunizar o diálogo entre os estudantes, uma vez que ele é fundamental para que a aprendizagem aconteça. A comunicação que ocorre quando o grupo justifica e argumenta sobre suas ideias matemáticas e questiona as ideias dos demais, precisa ser incentivada.
- Encorajar o desenvolvimento de diferentes estratégias de resolução para que haja um entendimento dos conceitos matemáticos. Os estudantes devem reconhecer que muitas vezes há uma variedade de métodos que levarão a uma solução, sendo assim, o respeito pelas ideias compartilhadas é fundamental.
- Entender os erros como oportunidades de aprendizagem, desenvolvendo um senso de confiança de que as ideias precisam ser compartilhadas, mesmo que não estejam corretas, pois podem constituir uma fonte importante para conduzir à um caminho de solução.
- Permitir a reflexão dos estudantes, dado que a Matemática tem que fazer sentido aos estudantes, não sendo entendida como algo pronto e acabado. A aprendizagem precisa estar pautada na compreensão e não na simples repetição de regras e técnicas indicadas pelo professor. O professor, por sua vez, precisa conduzir para uma problematização, ouvindo atentamente as discussões dos estudantes e fazendo perguntas criativas que ativem suas ideias, sem direcionar para respostas rotineiras como “sim, está certo” ou “não, está errado”.

Com base em outras pesquisas Onuchic e Allevato (2011) destacam que nessa metodologia o estudante se concentra nas ideias matemáticas exploradas, de forma que a sua compreensão dos conteúdos aumenta e a formalização dos conceitos começa a fazer sentido. Dessa forma, a resolução de problemas possibilita ao estudante o desenvolvimento da sua confiança e autoestima, uma vez que ele verifica que é capaz de compreender e fazer Matemática.

Como forma de implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em práticas de sala de aula, buscando organizar orientações para auxiliar os professores, Onuchic e Allevato (2011) dividiram a metodologia em algumas etapas. A Figura 1 apresenta uma adaptação de um ciclo representando essas etapas.

Figura 1: Ciclo representando as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2011)

De acordo com a proposta, ao iniciar um tema de estudo o professor seleciona ou elabora um problema (problema gerador) e propõe aos estudantes (Etapa 1). Também é possível se adaptar um problema proposto por eles, quando há possibilidade de se formular um novo conteúdo, conceito ou procedimento, que ainda não foi trabalhado em sala de aula.

Ao receber o problema cada estudante faz a leitura individual (Etapa 2) tentando entender o que está sendo pedido. Nessa etapa ele tem possibilidade de refletir, de se colocar em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto. Esse momento corresponde a uma preparação para a etapa seguinte (Etapa 3), em que são formados pequenos grupos para que façam uma nova leitura e discussão do problema.

No grupo, os estudantes iniciam a resolução do problema propriamente dita (Etapa 4), utilizando seus conhecimentos prévios, as estratégias que conhecem e que consideram ser mais adequadas. Essa etapa os conduzirá a construção de conhecimento sobre o conteúdo planejado

pelo professor para aquela aula.

A Etapa 5, identificada como “Observar e Incentivar” refere-se ao trabalho do professor durante toda a prática. Cabe a ele observar o trabalho dos grupos, incentivando a participação de cada estudante e os auxiliando na compreensão do problema e superação de obstáculos que possam impedi-los de encontrar a resolução (notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias). É importante que não se forneça respostas prontas ou processos definitivos para a resolução do problema gerador, pois as ações que acontecem dever ser realizadas essencialmente pelos estudantes.

Após a discussão nos grupos e encontrada uma solução inicial, os representantes registram na lousa suas resoluções, feitas por diferentes processos, ou por idênticos (é importante que todos os grupos registem os que fizeram), certas ou erradas (Etapa 6). Diante das estratégias de resolução faz-se a sessão plenária (Etapa 7), momento em que todos os estudantes são convidados a observar, analisar e discutir as diferentes resoluções registradas.

Nesse processo, o professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando os estudantes a compartilharem e justificarem suas ideias, defenderem pontos de vista, compararem e discutirem as diferentes resoluções, ou seja, avaliar suas próprias estratégias de modo a aprimorar os seus entendimentos. Esse talvez seja o momento mais rico para a aprendizagem, em que ocorre grande aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemática e relevante construção de conhecimento acerca do conteúdo.

Mediados pelo professor, todos tentam chegar a um consenso sobre a resolução do problema (Etapa 8), sendo então formalizado o conhecimento (Etapa 9) pelo professor, por meio do registro na lousa de uma apresentação “formal”, organizada e estruturada em linguagem matemática. Neste momento se padroniza os conceitos, princípios e procedimentos construídos através da Resolução de Problemas, destacando diferentes técnicas operatórias e demonstrações, se for o caso.

Como finalização há possibilidade de proposição de novos problemas, tanto pelo professor como pelos estudantes (Etapa 10), a fim de avaliar as compreensões construídas e consolidar a aprendizagem. Essa etapa dará origem a formulação de novos problemas que possam ser utilizados para aprofundamento do conteúdo ou até mesmo para estudar outros assuntos relacionados.

Este artigo se concentra na apresentação e análise de uma prática relacionada a essa etapa, buscando mostrar a sua importância na análise da compreensão matemática dos estudantes pelo professor e no desenvolvimento da criatividade em matemática do estudante.

Ao se desenvolver um problema, aprofundando um assunto estudado e/ou relacionando-o a outros contextos é possível verificar se ele foi realmente compreendido pelos estudantes uma vez que eles terão que generalizar o conhecimento que supostamente já foi abstraído o que, segundo Vigotski (2001) pressupõe a verdadeira aprendizagem. Além disso, ele possibilita que o letramento matemático seja evidenciado, visto que os estudantes têm oportunidade de continuar realizando o trabalho de investigação, levantamento de hipóteses e análises relacionadas a esse assunto, assim como refletir sobre a sua importância no contexto explorado.

Em relação à criatividade, nós a concebemos, assim como Silver (1994), Gontijo, *et al.* (2019) e Bicer (2021), como resultado de um trabalho longo e reflexivo, associado a um conhecimento flexível em uma determinada área. Por esse motivo entendemos ser necessário um trabalho em sala de aula que leve os estudantes a se tornarem pessoas mais criativas.

Nesse contexto, a resolução de problemas, associada a processos de investigação, constitui-se como uma estratégia de ensino que pode auxiliar os estudantes a desenvolverem habilidades criativas em Matemática (BICER, 2021).

Isso acontece porque, como já afirmava Silver na década de 1990, o processo de resolução de problemas ao qual os estudantes são envolvidos abrange formas de atividade cognitiva que estão relacionadas à criatividade como fluência, flexibilidade e novidade. “A *fluência* refere-se ao número de ideias geradas em resposta a uma solicitação; *flexibilidade* para mudanças aparentes nas abordagens adotadas ao gerar respostas a um prompt; e *novidade* à originalidade das ideias geradas em resposta a uma solicitação” (SILVER, 1994, p. 76, grifo nosso).

A possibilidade de resolução de um novo problema, realizada em um grupo, pode levar os estudantes desenvolverem a criatividade, produzindo diferentes estratégias de resolução, além de construir o conhecimento matemático, caso o assunto ainda não tenha sido compreendido ou o consolidarem, compreendendo a interconectividade entre ideias matemática (BICER, 2021).

Percurso Metodológico

O estudo⁵ do qual essa prática fez parte se constituiu uma pesquisa de mestrado⁶, desenvolvida pela primeira autora e orientada pela segunda, que teve como objetivo analisar a

⁵ HOFFMANN, Luciane Cristina Joenk. **Interfaces entre Sala Ambiente e metodologia de ensino através da Resolução de Problemas: aprendizagem com compreensão da Matemática.** 2022. 120 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau. Blumenau. 2022.

⁶ Essa pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética de Humanos, parecer nº CAAE 42905521.4.0000.5370.

potencialidade do uso da sala ambiente nas aulas de Matemática. Como concebemos que, somente o uso de um espaço diferenciado não é suficiente para que a aprendizagem seja desenvolvida, é necessário relacioná-lo a uma metodologia que propicie que os estudantes tenham um papel ativo no processo, trabalhamos com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

As práticas foram desenvolvidas em uma escola privada do município de Rio do Sul, Santa Catarina, em um 7º ano do Ensino Fundamental, com 27 estudantes que possuíam idades entre 12 e 13 anos. Essa turma foi escolhida pelo fato de a professora pesquisadora conhecer bem os estudantes dado que lecionava para eles desde o 3º ano do Ensino Fundamental, e esse assunto fazer parte do currículo de Matemática nesse ano escolar.

A pesquisa teve caráter qualitativo, sendo um estudo de intervenção, visto que as autoras deste artigo elaboraram todos os problemas que foram aplicados pela primeira autora com os estudantes. Quanto ao procedimento, ele se classificou como do tipo investigação-ação uma vez que a atividade foi desenvolvida em um processo de planejamento, implementação, descrição e avaliação, buscando uma constante melhoria da prática e aprendendo durante a sua realização, tanto a seu respeito, quanto em relação a própria investigação (TRIPP, 2005).

Nesse contexto foram realizadas quatro práticas, todas relacionadas ao ensino de assuntos vinculados à unidade temática Grandezas e Medidas. O problema apresentado e analisado nesse artigo foi escolhido pelo fato de explorar as potencialidades da Etapa 10 da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Ele foi elaborado levando em consideração a possibilidade de aprofundar o conhecimento dos estudantes em um assunto já estudado e levá-los a associá-lo a outras áreas. Para isso buscou-se relacionar e discutir os conhecimentos sobre área de superfície e volume de prismas, com questões do cotidiano e que podem interferir em relações de custo na produção de embalagens, utilizando diferentes caixas de leite de um litro, comparando suas áreas de superfície e verificando a capacidade. A Figura 2 apresenta o problema apresentado aos estudantes para ser resolvido.

Figura 2: Problema Proposto

PROBLEMA:

Caixas diferentes com o mesmo volume. Qual teria menor custo de fabricação?

Uma das coisas que afeta o custo de um produto é a matéria prima da sua embalagem.

Ao irmos ao supermercado verificamos que vários produtos de marcas diferentes têm a mesma capacidade, porém as embalagens têm formatos ou medidas diferentes.

Tomando como base o leite, verificamos que há dois tipos de caixas que, apesar de terem o formato de blocos retangulares, se diferem nas dimensões.



1. Meçam as caixas que vocês dispõem e verifiquem a capacidade delas.
2. Vamos verificar se as diferentes medidas geram custos diferentes para o fabricante, já que a matéria prima é a mesma.

Fonte: Hoffmann e Silva (2022, p. 31)

Especificamente em relação a esse problema, os dados foram coletados a partir dos seguintes registros: escritos (diário de campo da professora, registros escritos da resolução da atividade realizados pelos estudantes); orais (depoimentos e gravações de áudio realizadas durante as aulas) e visuais (fotografias). A análise foi realizada com base nos referentes teóricos elaborados na pesquisa feita para desenvolvimento dessa prática e que se constituíram na possibilidade dela: aprofundar os conceitos estudados, levando os estudantes a verificarem sua importância e desenvolver a criatividade.

A prática e sua análise

O problema desenvolvido na prática apresentada e analisada na sequência fez parte do

estudo de cálculo de volume e área de superfície de um prisma, porém não foi utilizado como gerador, mas surgiu como um problema relacionado, buscando aprofundar o assunto e associá-lo a outras áreas que não a Matemática. Dessa forma, configurou como a Etapa 10 da metodologia apresentada por Allevato e Onuchic (2021). Essa prática teve a duração de três aulas de 45 minutos cada.

No início da primeira aula, o problema apresentado na Figura 2 foi projetado na lousa e entregue aos estudantes em uma folha, para que eles o lessem individualmente, buscando compreendê-lo e pensar na sua resolução (Etapa 2).

Mesmo sendo esse um problema que se configurava na Etapa 10 da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, agimos com os estudantes em um processo investigação, reiniciando o ciclo apresentado na Figura 1.

Após a leitura individual os grupos de trabalho, com dois ou três estudantes, foram definidos por meio de sorteio. O sorteio dos grupos é importante para que os estudantes aprendam a trabalhar com diferentes colegas, formando grupos heterogêneos. Van de Walle (2009, p. 86) ressalta que “é muito mais proveitoso apostar na diversidade em sua sala de aula usando duplas ou grupos cooperativos que sejam heterogêneos”, isso porque se possibilita que um estudante que tenha compreensão maior sobre o assunto auxilie outro que tenha dificuldade.

Definidos os grupos eles se sentaram juntos e discutiram o que haviam pensado, buscando entrar em acordo sobre a melhor estratégia de resolução (Etapa 3).

Para solucionar a situação apresentada os estudantes deveriam medir as caixas, verificando a sua capacidade e analisar se as diferentes medidas podem gerar custos diferentes para o fabricante, considerando que a matéria prima é a mesma.

Como essa prática havia sido planejada com antecedência, havíamos solicitado que fossem trazidas caixas de leite vazias, que foram deixadas sobre o balcão da sala. Fomos acompanhando esse processo a fim de verificar se as caixas eram todas de um litro e se havia tamanhos diferentes.

Para podermos acompanhar o trabalho dos grupos, anteriormente havíamos medido duas caixas diferentes para termos um parâmetro, visto que as caixas não continham as suas medidas. A caixa mais alta analisada por nós teve as medidas: 7,2 cm x 7,2 cm x 20,2 cm; e a mais baixa media: 9 cm x 6,3 cm x 18 cm. Esses valores foram tomados como base, pois entendemos que vários fatores interveem para que haja diferenças como os instrumentos utilizados para realizar a medição e o processo de fabricação da caixa de leite de diferentes marcas. Também ignoramos, nesse momento, a quantidade de papel a mais necessária para fazer as dobras e os

fechamentos.

Para iniciar a análise os estudantes pegaram duas caixas de leite com o formato de um bloco retangular, com medidas diferentes, e começaram a fazer as medições (Etapa 4), conforme apresenta a Figura 3.

Nesse momento não foi necessário que fizéssemos intervenção, pois como os estudantes já estavam acostumados com essa metodologia, eles sabiam que tinham a liberdade para pegar o material necessário para fazer as investigações e realizar as análises. Por esse motivo ficamos observando o trabalho sendo realizado e as discussões entre eles.

Figura 3: Grupo fazendo as medições de uma das caixas



Fonte: Acervo da Pesquisa (2021)

A Figura 3 mostra os estudantes calculando as medidas das caixas fechadas para que pudessem encontrar o volume de cada uma. Em seguida optaram por abrir as caixas, bem na parte colada para que não desperdiçassem qualquer pedacinho de papelão (matéria prima da qual as caixas são formadas). Após planificar a caixa de papelão no formato de um prisma cada estudante iniciou as medições de área da superfície.

À medida que as discussões sobre o tema aconteciam, circulávamos pela sala orientando os estudantes e ouvindo as diferentes estratégias que surgiam para solucionar o problema proposto (Etapa 5). Observamos que todos os estudantes se envolveram, medindo as caixas, registrando, analisando os resultados e discutindo sobre o que observavam. Esse procedimento de “pensar ativamente”, segundo Van de Walle (2009, p. 43) é essencial para a construção do conhecimento, pois esse processo “requer pensamento reflexivo, pensar ativamente sobre ou trabalhar mentalmente em uma ideia. O pensamento reflexivo significa peneirar as ideias já existentes para encontrar aquelas que pareçam ser as mais úteis ao dar significado às novas”.

Durante a resolução desse problema praticamente não realizamos interferências, os estudantes discutiam nos grupos, chegavam em um acordo e registravam como estavam pensando fazer os cálculos.

Observamos que, em todos os grupos os estudantes calcularam as medidas da altura, a largura e a profundidade das caixas e depois as abriram, utilizando as marcas e dobras das caixas, verificando que ao serem planificadas ambas tinham o formato de um retângulo, como apresenta a Figura 4.

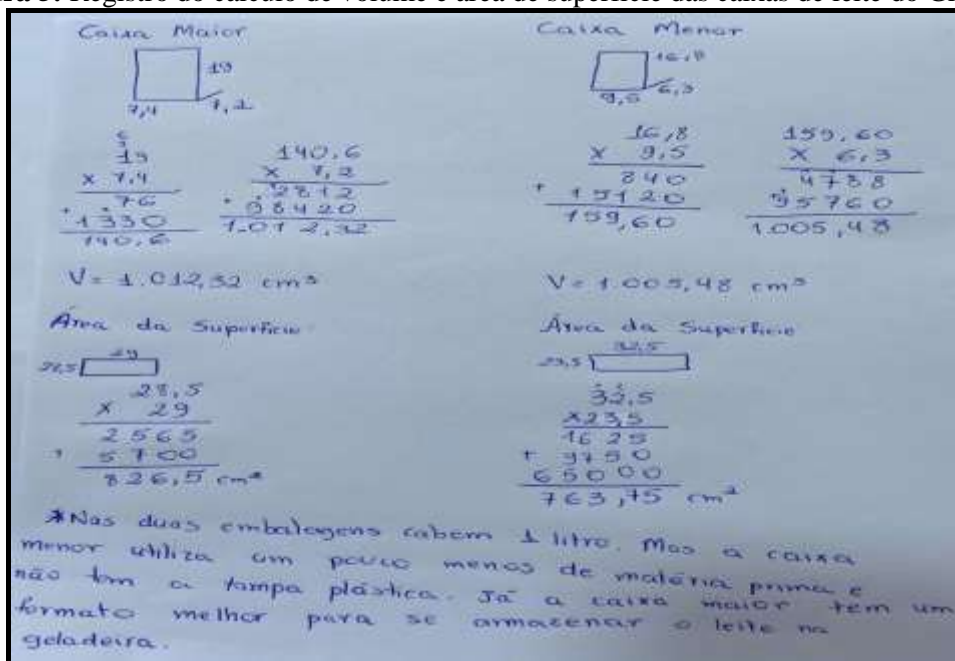
Figura 4: Imagem de duas caixas de leites “abertas”



Fonte: Acervo da Pesquisa (2021)

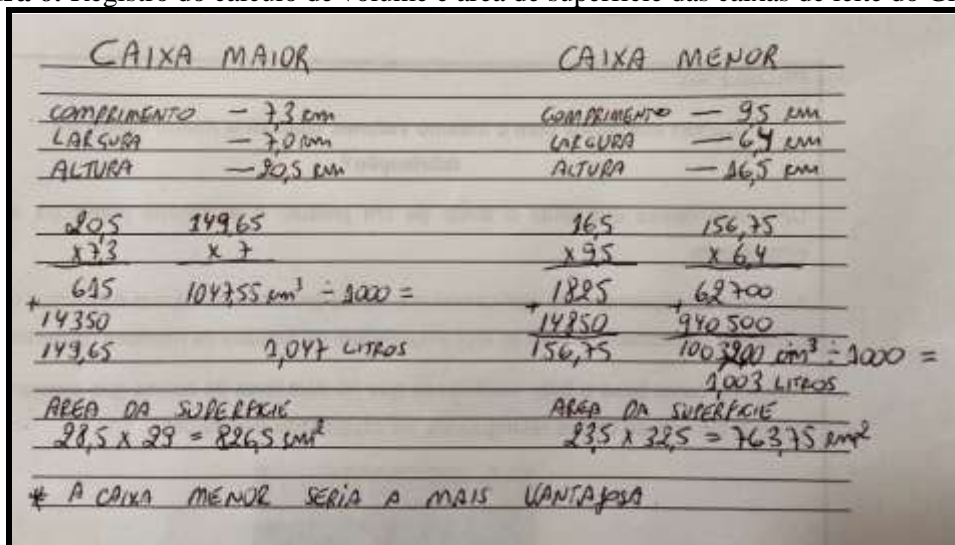
Para encontrarem o volume todos os alunos multiplicaram os valores que haviam obtido, mesmo sem termos comentado sobre a fórmula, mostrando já ter conhecimento do assunto. Mesmo sem ter o registro de fórmulas prontas a respeito do volume de um prisma de bloco retangular eles chegaram a uma medida que representou o volume das caixas compreendidas em cm^3 . Já para encontrar a medida da área da superfície utilizaram a fórmula do cálculo da área de um retângulo. As Figuras 5 e 6 apresentam os registros de dois grupos.

Figura 5: Registro do cálculo de volume e área de superfície das caixas de leite do Grupo A



Fonte: Acervo da Pesquisa (2021)

Figura 6: Registro do cálculo de volume e área de superfície das caixas de leite do Grupo B



Fonte: Acervo da Pesquisa (2021)

Observando o registro do Grupo A (Figura 4), podemos perceber que após os cálculos os estudantes fizeram conjecturas sobre a vantagem de se utilizar um tipo de embalagem em detrimento a outra. Na Figura 5, percebemos que os estudantes desse grupo fizeram a conversão das medidas em cm^3 para litros, apresentando a capacidade de cada caixa e mostrando que na maior caberia 1,047 litros, enquanto a menor comporta 1,003 litros, o que mostra pouca diferença entre as duas.

Constata-se também, ao comparar as Figuras 4 e 5 que, apesar das caixas serem de leite

das mesmas marcas, as medidas se diferem nos dois registros. Como eles utilizaram réguas como instrumento de medidas, a diferença se justifica no fato de talvez não a terem colocado na posição correta na hora de medir o que gerou alguns milímetros de diferença.

Ao final, as soluções foram apresentadas pelos grupos e registradas na lousa (Etapa 6), sendo discutidas em plenária na sala (Etapa 7). Os grupos notaram que as caixas tinham capacidade para um pouco mais de um litro. Durante a discussão um dos grupos apresentou uma justificativa para isso: “[...] nós paramos para pensar que nenhuma caixa é cheia até o final, pois se não houver ar na caixa, quando ela for transportada ela vai explodir. Para tirar a prova nós enchemos as caixas de água resultando realmente em 1 litro em cada uma.”

Refletindo sobre isso, outro grupo logo se manifestou: “Deve ser isso que acontece também com os pacotes de salgadinhos... se estivessem cheios poderiam quebrar com maior facilidade.” Estas contribuições mostram que os estudantes conseguiam relacionar o assunto estudado com questões do dia a dia, apontando a importância de, em alguns ingredientes, o recipiente ser um pouco maior para que não haja problemas durante o transporte.

Como as medidas foram diferentes das que havíamos obtido e entre os grupos, questionamos os estudantes durante a plenária sobre o motivo de isso ter ocorrido. Eles afirmaram que a régua não era o instrumento ideal para realizar essas medições, mas como eles não tinham outros era necessário ter maior cuidado ao realizar esse ato.

Desde o início dos trabalhos os grupos se referiam a caixa mais baixa como “menor” e a mais alta como “maior”, simplesmente como uma forma de distingui-las, sem levar em consideração a quantidade de material utilizada para construção de cada uma. Após os cálculos eles verificaram que os valores encontrados eram muito próximos, ou seja, a quantidade de papel utilizada para a produção das duas caixas era quase a mesma, e confirmaram que a mais baixa era realmente menor. Isso fez com que eles entrassem em consenso (Etapa 8) de que, levando em consideração apenas o custo da matéria prima, a confecção dessa seria mais vantajosa por utilizar menos matéria prima para a sua confecção. Apesar de, inicialmente, um grupo ter sugerido que a mais alta ser melhor por se acomodar melhor na geladeira (Figura 5). Para Van de Walle (2009, p. 74) essas etapas são muito importantes no processo e não podem ser desconsideradas pois,

Enquanto os estudantes descrevem e avaliam as resoluções para as tarefas, compartilham abordagens e fazem conjecturas como membros de uma comunidade de aprendizes, alcançando modos de aprendizagens possíveis de ocorrerem de outra maneira. Os alunos começam a ser autores de ideias e a desenvolver uma sensação de poder dar significado às ideias matemáticas.

Durante as discussões, fazíamos intervenções sempre que necessário, de modo a ampliar o entendimento dos conceitos envolvidos. Ao final, validamos as estratégias utilizadas e, em conjunto estruturamos as ideias, verificando a importância do conhecimento matemático, que nesse caso envolvia saber calcular a capacidade necessária para armazenar o produto e a quantidade de material necessária para a produção da embalagem, ou seja, o cálculo da área da superfície, para a análise de custo (Etapa 9).

Em relação ao fato de eles calcularem a quantidade de papel utilizando a fórmula de um retângulo e não a da área da superfície de um prisma, questionamos se eles achavam que todo prisma ao ser planificado tinha esse formato. Eles afirmaram que não, que estavam considerando o papel utilizado também nas dobras, por isso ficou um retângulo perfeito. Perguntamos então se eles sabiam como fariam para calcular a área da superfície de um prisma qualquer. Após essa pergunta eles pensaram um pouco, voltaram aos grupos, pegaram uma caixa de leite que ainda não havia sido aberta para analisar novamente e chegaram à conclusão de que deveriam medir a área de cada parte e depois somar tudo.

Nesta prática foi possível perceber a importância de se ter em mãos materiais que permitam a visualização, a manipulação e a reflexão. Grandó (2015) frisa a necessidade de levar os estudantes a utilizarem os processos envolvidos produzindo significados a partir da manipulação, pois é por meio da interação que a compreensão matemática se realiza.

Van de Walle (2009) corrobora com essa ideia ao afirmar que:

Os instrumentos que usamos para construir a compreensão são as nossas ideias já existentes, o conhecimento que já possuímos. Os materiais sobre os quais atuamos para construir compreensão podem ser as coisas que vemos, ouvimos ou tocamos – os elementos de nosso ambiente físico. Às vezes os materiais são os nossos próprios pensamentos e ideias. O esforço que deve ser fornecido é o de pensamento ativo e reflexivo. Se as mentes não estiverem pensando ativamente, nada acontece (VAN DE WALLE, 2009, p. 42)

Percebemos que, quando se desenvolve a resolução de novos problemas a partir da teoria estudada, Etapa 10 do ciclo da metodologia, é importante novamente seguir as etapas apresentadas para o trabalho com problemas geradores. Verificamos nessa prática que era importante ao final das discussões reforçar a formalização do conteúdo explorado (Etapa 9) para os estudantes compreenderem as relações realizadas e como o conhecimento desses assuntos os auxiliou na resolução desse problema que trata da quantidade de material para fabricação de caixas e seu volume.

Ao utilizar a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas na resolução desse problema podemos perceber que ela auxiliou os

estudantes a aprenderem Matemática com compreensão. Isso aconteceu porque as experiências vivenciadas em sala de aula estavam relacionadas com situações que podiam vir a fazer parte do seu dia a dia e eles estavam ativos, pensando, discutindo e resolvendo a situação proposta o tempo todo. Observou-se que a aprendizagem foi se constituindo de maneira diferenciada para cada indivíduo, por meio dos significados por eles elaborados uma vez que construir conhecimento requer um esforço por parte do aprendiz, pois necessita pensar ativamente.

Considerações Finais

Neste estudo nos propusemos a relatar e analisar uma prática desenvolvida por meio da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, defendida por Allevato e Onuchic (2021), de modo a possibilitar o desenvolvimento de uma aprendizagem com compreensão de conceitos e procedimentos relacionados a medidas de cálculo de volume e medidas de superfície, com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental. Nesse contexto buscou-se analisar as contribuições da metodologia para os processos de ensinar e aprender Matemática.

Esta prática se caracteriza como sendo a Etapa 10 da metodologia de ensino acima citada pelo fato de não se constituir em um problema gerador, mas como um problema elaborado para investigar indícios de aprendizagens e evidenciar a importância desse conteúdo no dia a dia. Observamos a importância da resolução desse problema no fato de ele explorar o conteúdo em um outro contexto, estando relacionado a habilidade de “Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada”, apresentada na BNCC (BRASIL, 2018, p. 305). Ela também contribuiu para o letramento matemático dos estudantes, uma vez que eles puderam utilizar o conhecimento matemático para resolver e interpretar um problema relacionado à vida, permitindo que eles fizessem relação com suas vivências. Além disso eles refletiram sobre um conhecimento necessário para a resolução desse problema que, de acordo com o currículo escolar é formalmente explorado somente no Ensino Médio, área da superfície de um prisma.

Tudo isso mostra que a realização da aula por meio metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas contribuiu para a aprendizagem com compreensão. Os momentos de análise individual, as discussões e resoluções das nos grupos, a plenária e discussão das estratégias e, finalmente a sistematização

das conclusões, foram essenciais para a construção desse saber matemático. Também nos auxiliaram na detecção de erros conceituais e estratégicos.

Ao possibilitar que os estudantes discutam e busquem soluções em conjunto, essa metodologia faz com que os estudantes aprendam a trabalhar em grupo, a escolher os materiais necessários para as análises e formas diferenciadas de resolução, o que também auxilia no desenvolvimento da criatividade.

Terminamos esse artigo afirmando que, com base nos estudos realizados e no observado nesta e em outras práticas, a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas se constituiu um caminho para o desenvolvimento da aprendizagem com compreensão.

Podemos concluir também que a criatividade em matemática foi desenvolvida nos estudantes. O fato de eles terem um papel ativo em todo processo possibilitou que apresentassem diferentes abordagens ao problema, buscando analisar e justificar seus resultados, realizando conversões de unidades e buscando novos caminhos para chegar à resposta quando surgiam novos conhecimentos. Essas atitudes mostram *fluência* nas ideias, *flexibilidade* na busca de resoluções e *originalidade* nas respostas, características do pensamento criativo.

Agradecimento: Ao Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior – FUMDES -, de Santa Catarina que, pela bolsa de pesquisa destinada à Luciane Cristina Hoffmann, por meio do programa de bolsas UNIEDU.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In: ONUCHIC, L. de la R. et al.* (org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2021 (ebook). p. 40-63.

BICER, A. A systematic literature review: Discipline-specific and general instructional practices fostering the mathematical creativity of students. **International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology**, v. 9, n. 2, p. 252-281, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.46328/ijemst.1254>. Acesso em: 20 abr. 2023

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC**. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018, versão completa. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 abr. 2023.

CARDOZO, D., POSSAMAI, J. P. As dimensões do making sense: a compreensão de funções exponenciais a partir de uma atividade investigativa. **Acta Scientiae**, Canoas, vol 21,

n. 4, p. 2-19, jul/ago 2019. Disponível em:
<http://funes.uniandes.edu.co/28583/1/Cardozo2019The.pdf> . Acesso em: 20 abr. 2021.

GONTIJO, C. H.; *et al.* **Criatividade em Matemática**: conceitos, metodologias e avaliação. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2019.

GRANDO, R.C. Recursos Didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 05, n. 02, p. 393-416, Outubro, 2015. Disponível em:
<https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/117>. Acesso em: 16 nov. 2022.

HOFFMANN, L. C. J.; SILVA, V. C. da. **Práticas de Ensino sobre Grandezas e Medidas nos anos finais do Ensino Fundamental**: a potencialidade do uso da Sala Ambiente. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau. 2022. Disponível em: furb.br/bibliotecadigital. Acesso em: 10 nov. 2022.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problema: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática. UNESP. Rio Claro, v. 25, p. 73-98, 2011. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/72994>. Acesso em: 15 jun. 2021.

ONUCHIC, L. R.; MORAIS, R. S. Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.15, n.3, p.671-691, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/16951> . Acesso em: 20 jun. 2021.

SILVER, Edward A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. **ZDM: the international journal on mathematics education**. p. 75-80, January 1994

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005. Disponível em:
<http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2020.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6.ed. Porto Alegre: Penso, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. Teaching Mathematics for Understanding. *In*: VAN DE WALLE, J. A; KARP, K.; WILLIAMS, J. M. B.; LOVIN L. **Teaching Student-Centered Mathematics**. Person, 2014, p. 1-12.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

Recebido em: 20 de dezembro de 2022
Aprovado em: 01 de abril de 2023