

AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA: FOCOS E MODOS DE FAZER

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.23.305-327>

Gustavo Granado Magalhães¹
Lourdes Maria Werle de Almeida²

Resumo: Este artigo apresenta uma investigação relativa à avaliação em modelagem matemática. Os resultados decorrem de uma revisão sistemática de artigos publicados no período de 2010 a 2020, considerando tanto publicações brasileiras quanto internacionais. A análise das publicações conduz à identificação dos principais focos e encaminhamentos dados à avaliação em modelagem na última década. Identificamos três focos de avaliação: as etapas identificadas no ciclo de modelagem, avaliação da competência e de sub-competências de modelagem e a avaliação da aprendizagem de conteúdos da Matemática. Relativamente aos encaminhamentos, estes se voltam para duas possibilidades: um viés holístico, em que se busca avaliar a modelagem como um todo; um viés atomístico, em que se avalia, separadamente, partes do desenvolvimento da atividade de modelagem. Com relação aos instrumentos usados para a avaliação, identificamos cinco possibilidades: as rubricas de avaliação, o uso de testes com questões de múltipla-escolha, a estruturação de um *framework* para as ações dos alunos, a atividade de modelagem como um instrumento de avaliação e a elaboração de critérios *a posteriori* para avaliar. A principal lacuna detectada nas práticas de avaliação refere-se à possibilidade de incorporar nos instrumentos de avaliação as diferentes perspectivas com que atividades de modelagem podem ser introduzidas nas aulas de matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Avaliação. Educação Matemática.

ASSESSMENT IN MATHEMATICAL MODELING: FOCUS AND WAYS OF DOING IT

Abstract: This article presents an investigation related to assessment in mathematical modeling. The results are obtained through a systematic review of articles published from 2010 to 2020, considering both Brazilian and international publications. The analysis of publications leads to the identification of the principal focuses and ways to do the assessment in mathematical modeling in the last decade. We have identified three assessment focuses: the steps identified in the modeling cycle, the assessment of modeling competency and of modeling sub-competencies and the assessment of the mathematics content learning. With regard to ways to do it, these turn to two possibilities: a holistic approach, in which one seeks to assess the modeling as a whole; or an atomistic approach, in which parts of the modeling process are evaluated separately. Regarding the instruments used for the assessment, we identified five possibilities: the assessment rubrics, the use of tests with multiple-choice questions, the structuring of a framework to assess students' actions, the modeling activity as an instrument of assessment and the elaboration of a posteriori criteria to assess. The main gap detected in assessment practices refers to the possibility of incorporating in the assessment instruments the different perspectives with which modeling activities can be introduced in mathematics classes.

Keywords: Mathematical Modeling. Assessment. Mathematics Education.

¹Universidade Estadual de Londrina (UEL). Londrina-PR, Brasil. E-mail: gustavo_granado_magalhaes@hotmail.com – Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2696-5487>

²Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina-PR, Brasil. E-mail: lourdes@uel.br - Orcid: <http://orcid.org/0000-0001-8952-1176>

Introdução

Currículos de diferentes países têm indicado a introdução da modelagem matemática de uma situação da realidade nas aulas e, particularmente, nas aulas de Matemática (JULIE, 2020; BLUM, 2015; BORROMEO FERRI, 2018; MUTTI; KLÜBER, 2018; MALHEIROS, 2020).

Quando a temática é a avaliação dos estudantes envolvidos com atividades de modelagem, entretanto, ainda parece haver uma lacuna relativamente ao o que avaliar e como avaliar, conforme sugerem, por exemplo, Veleda e Burak (2020) e Biccard e Wessels (2017).

Buriasco (2000, p. 162) sugere que avaliação, independentemente de quem avalia e do que é avaliado, “envolve, necessariamente, um julgamento, sempre a partir de uma certa concepção explícita ou implícita” daquele que avalia.

Considerando esta ideia de *julgamento* nas avaliações, Niss afirma que:

A avaliação em Educação Matemática diz respeito ao julgamento da capacidade, performance e desempenho matemático – sendo os três aspectos considerados em sentido amplo – dos estudantes enquanto indivíduos ou enquanto participantes de um grupo e a noção de “estudante” iniciando com jardim de infância e se estendendo até estudantes de pós-doutorado. A avaliação evidencia, portanto, o resultado do ensino de matemática para cada classe e tipo de estudante (NISS, 1993a, p.3).

Porém, é preciso também ponderar que avaliar pressupõe considerar, para além de um julgamento, o que se pretende enxergar na avaliação, de modo que Buriasco também argumenta:

Avaliar pressupõe definir princípios em função de objetivos que se pretende alcançar; estabelecer instrumentos para a ação e escolher caminhos para essa ação; verificar constantemente a caminhada, de forma crítica, levando em conta todos os elementos envolvidos no processo. Sendo assim, ela não possui uma finalidade em si, mas sim subsidia o curso de uma ação que visa construir um resultado previamente definido (BURIASCO, 2000, p. 159).

Visando subsidiar e iniciar o curso de uma ação de avaliação, Hadji (1994) pondera que algumas questões técnicas devem ser consideradas visando definir algumas escolhas no processo de avaliação: o quê? (qual é o objeto da avaliação?); por quem? (quais serão a natureza e o estatuto dos avaliadores?); quando?; como? (quais são os principais tipos de avaliação, do ponto de vista metodológico?); para quem? (quem utilizará os dados produzidos e interpretados?); para quê? (quais são as principais funções da avaliação?).

Considerando a premissa de que a avaliação deve ser planejada, conforme já sugerem

as questões enunciadas por Hadji (1994), e que, conforme apontam Buriasco (2000) e Niss (1993a), a avaliação não é desvinculada de algum julgamento, a discussão sobre a avaliação em modelagem matemática merece atenção.

Em uma revisão da literatura sobre teses e dissertações brasileiras que se referem à avaliação em modelagem matemática, Veleda e Burak (2016) concluíram que nenhuma tese de doutorado e apenas uma dissertação de mestrado no portal da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) no período de 2001 a 2013 haviam abordado essa temática.

Em âmbito internacional, Fredj (2013), ao realizar uma ampla revisão da literatura relativa à avaliação em modelagem observou que, na amostra de trabalhos examinados (pesquisas e relatos de experiências), apenas cerca de 10% se referiam à avaliação dos estudantes quando desenvolvem esse tipo de atividades.

O que as pesquisas de Fredj (2013) e de Veleda e Burak (2016) sinalizam é que, embora pouco explorada na pesquisa na área de Modelagem Matemática, a avaliação em atividades de modelagem tem despertado interesse há longa data.

De fato, Niss (1993b) já elencou um conjunto de questões que, na perspectiva desse autor, emergem quando a temática é a avaliação em atividades de modelagem matemática ou atividades de aplicações da matemática. Segundo o autor, ao avaliar, deve-se perguntar: (1) Por que e para qual propósito específico devemos avaliar em aplicações e em modelagem? (2) O que deve ser avaliado relativamente à tríade conteúdo×produto×processo em aplicações e modelagem matemática? (3) Para que tipos de ações ou procedimentos em atividades de modelagem deve ser conduzida a avaliação? (4) Quem deve ser avaliado (estudantes individualmente, grupos, turmas)? (5) Quando a avaliação deve ocorrer (continuamente, discretamente, no fim do curso/atividade)? (6) Como a avaliação deve ser elaborada e organizada considerando seus fins e quais modos de avaliação podem ser usados, quais resultados devem ser registrados e como devem ser relatados? (7) Por quem os vários tipos de avaliação devem ser elaborados, organizados e aplicados?

Niss (1993b), na elaboração dessas questões, buscou evidenciar que a avaliação em atividades de modelagem matemática, considerando a tríade conteúdo×produto×processo, pode sugerir e captar encaminhamentos para a avaliação em modelagem que englobam, de forma articulada, a avaliação dos *conteúdos* matemáticos que emergem no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, a avaliação do *produto* desta modelagem, associado ao modelo matemático desenvolvido e os resultados dele decorrentes, bem como a avaliação dos *processos* realizados pelos alunos no decorrer da atividade. Conforme sugere Niss

(1993b), uma avaliação em modelagem matemática subsidiada pelo teor destas questões, requer olhar para os procedimentos dos alunos bem como para os interesses do professor.

No presente artigo temos como propósito elucidar como a avaliação em modelagem matemática vem sendo realizada, ou seja, visamos buscar na literatura indicativos de como as práticas avaliativas em modelagem matemática vêm se caracterizando.

Com esta finalidade, realizamos uma pesquisa inventariante, mediada por uma revisão sistemática de pesquisas relativas à avaliação em modelagem matemática, visando identificar um campo teórico relativo a práticas de avaliação em modelagem matemática. Particularmente, nossa análise do material selecionado vem pautada em elementos das questões enunciadas por Niss (1993b), visando, identificar o quê está sendo avaliado e como vem se avaliando em atividades de modelagem matemática.

Método

O percurso metodológico do artigo segue encaminhamentos de uma revisão sistemática. Para Bryman (2012), a revisão sistemática é uma abordagem para a revisão de literatura em que se caracterizam procedimentos explícitos que, embora possam apresentar alguma variabilidade, incluem quatro etapas: (1) Definição do propósito da revisão sistemática de literatura relativa a um assunto; (2) Busca por estudos relevantes para delimitar o escopo da pesquisa; (3) Análise preliminar do material selecionado; (4) Análise detalhada do material selecionado e uma síntese das ideias.

Segundo Bowen (2009, p.27), a análise documental do material selecionado relativo a um assunto “requer que dados sejam examinados e interpretados a fim de extrair um significado, obter compreensão e gerar conhecimento”. Segundo esse autor, a análise deve incluir uma análise preliminar (um exame superficial), uma análise detalhada (exame detalhado) e uma interpretação face ao obtido dessas análises.

Considerando esta caracterização metodológica e o propósito da pesquisa, seguindo as etapas referidas por Bryman (2012), a estrutura do nosso artigo passa a incluir: a delimitação do escopo da pesquisa; a análise inicial do material selecionado; a análise detalhada de cada artigo e a realização da síntese que conduz aos agrupamentos em relação ao que está sendo pesquisado; a caracterização das práticas em relação à avaliação em modelagem matemática no material examinado.

O escopo da pesquisa

Para delimitar a região de inquérito relativa às pesquisas a serem examinadas

utilizamos como método de seleção a amostragem intencional. Segundo Bryman (2012, p. 418) “o objetivo da amostragem intencional é selecionar de forma estratégica a amostra a ser examinada de modo que ela seja relevante frente às questões de pesquisa definidas”.

Para Bryman (2012), com a utilização da amostragem intencional, é necessário que o pesquisador defina critérios de seleção dos materiais, conduzindo a uma amostra variada a fim de proporcionar um panorama de como a temática investigada se apresenta na literatura.

A fim de obter uma amostra variada e, considerando o propósito da nossa pesquisa, foi definido que estudos relevantes para nossa revisão englobariam trabalhos publicados na última década, período entre 2010 e 2020, seguindo quatro critérios para a inclusão/seleção dos materiais: (1) Incluir publicações dos livros resultantes dos eventos ICTMA (Conferências da International Conference on Teaching Mathematical Modelling and Applications) no período de 2009 a 2017 (ICTMA14 até o ICTMA18 – última versão disponível), buscando nos títulos, palavras-chave e abstract destes textos os termos: *assessment*, *assesment*, *assessing* ou *assessed*. (2) Buscar em revistas de Qualis A1 da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), quadriênio de 2013 a 2016, da área de Ensino e que publiquem artigos envolvendo Educação Matemática, combinando as palavras: *assessment* e *modelling*; *assessment* e *mathematical modelling*; *avaliação* e *modelagem*; *avaliação* e *modelagem matemática*. (3) Buscar livremente na internet, usando as palavras *avaliação* e *modelagem matemática*, visando selecionar em periódicos científicos textos de autores brasileiros com a temática *avaliação em modelagem matemática*. (4) Incluir artigos sobre avaliação em modelagem matemática que não foram selecionados pelos critérios anteriores, mas que já eram de conhecimento prévio dos autores em etapa anterior ao levantamento.

Seguindo estes critérios de seleção dos materiais, foi possível selecionar um total de 44 artigos, sendo eles: 22 artigos dos livros de eventos do ICTMA; 14 artigos de revistas de Qualis A1; 5 artigos de autores brasileiros; 3 artigos que eram de conhecimento prévio dos autores do presente artigo.

Análise Inicial

A fase da análise documental denominada *análise inicial* consiste em uma leitura preliminar dos 44 artigos, dando ênfase para os aspectos relativos à avaliação em modelagem. Esta leitura nos permitiu selecionar para a fase seguinte de análise os artigos em que se aborda o que é a avaliação em modelagem matemática e nos quais há um detalhamento de como se dá essa avaliação. Ou seja, selecionamos os artigos em que havia indícios de como a avaliação

em modelagem matemática foi entendida e realizada.

Mediante essa análise inicial, a amostra que se apresentava com 44 artigos, passou a conter 11 artigos, sendo 2 artigos dos livros dos eventos ICTMA, 4 artigos de revistas Qualis A1, 3 artigos de autores brasileiros e 2 artigos de conhecimento prévio dos autores. A cada artigo foi atribuído um código C_{ij} em que $i=1, 2, 3, 4$ se refere ao critério mediante o qual o artigo foi selecionado e $j=1, 2, 3, 4$, indica a numeração do artigo selecionado em cada critério. Assim, por exemplo, C_{11} refere-se ao primeiro artigo selecionado pelo critério 1, ou seja, o primeiro artigo selecionado de livros resultantes do ICTMA. No Quadro 1 identificamos os onze artigos resultantes da análise inicial.

Quadro 1: Resultado da análise inicial da amostra

Local de publicação do	Título	Código
Livro do <i>ICTMA 14</i> (2011)	Assessing modelling competencies using a multidimensional IRT approach (Avaliação de competências de modelagem usando uma abordagem de TRI-Teoria de Resposta ao Item- multidimensional (tradução nossa))	C_{11}
Livro do <i>ICTMA 17</i> (2017)	Six principles to assess modelling abilities of students working in groups (Seis princípios para avaliar habilidades de modelagem de alunos que trabalham em grupos (tradução nossa))	C_{12}
Revista <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> (2020)	Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of a secondary school mathematics (Competências de modelagem de alunos no início e no último ano do ensino secundário em matemática (tradução nossa))	C_{21}
Revista <i>Teaching Mathematics and its Applications</i> (2018)	Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies (Avaliação do ambiente de aprendizagem projetado para desenvolver as competências de modelagem matemática de futuros professores de matemática (tradução nossa))	C_{22}
Revista <i>ZDM</i> (2018)	Towards a professional development framework for mathematical modelling: the case of Singapore teachers (Em busca de uma estrutura para o desenvolvimento profissional para a modelagem matemática: o caso de professores de Singapura (tradução nossa))	C_{23}
	Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with	C_{24}

	dynamic geometry software (Modelagem matemática com ferramentas digitais - um estudo quantitativo relativo à matematização usando software dinâmico de geometria (tradução nossa))	
Revista <i>Acta Scientiae</i> (2012)	Uma proposta de avaliação de aprendizagem em atividades de modelagem matemática na sala de aula	C_{31}
Revista <i>Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias</i> (2017)	Uma estratégia de avaliação de atividades de modelagem matemática.	C_{32}
Revista <i>Educação Matemática em Revista</i> (2018)	Atividade de modelagem matemática como estratégia de avaliação da aprendizagem	C_{33}
Revista <i>Journal of Mathematics Education at Teachers College</i> (2013)	Assessment of mathematical modeling (Avaliação em modelagem matemática (tradução nossa))	C_{41}
Capítulo do livro <i>Calculadoras Gráficas e Educação Matemática</i> (1999)	Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas	C_{42}

Fonte: os autores.

Análise Detalhada

Nesta seção apresentamos aspectos decorrentes da análise detalhada de cada um dos onze artigos selecionados na etapa anterior. Optamos por apresentar as análises dando início com os textos de autores brasileiros, seguidos pelo texto C_{41} e dos textos de revistas Qualis A1 e por fim, os textos resultantes dos eventos ICTMA. Vale ressaltar que o texto C_{42} , apesar de não fazer parte das publicações da última década, foi incluído no escopo desta revisão uma vez que há indicativos de que se trata de um texto propulsor de trabalhos nacionais em relação à relevância de discutir a avaliação em modelagem matemática.

Vale esclarecer que, nos materiais selecionados, encontramos abordagens de avaliação em modelagem matemática seguindo um viés holístico, ou seja, a avaliação se refere às ações dos alunos na atividade como um todo, bem como abordagens em que a atenção é para partes específicas do desenvolvimento de uma atividade de modelagem, reconhecido como viés atomístico.

O artigo C_{42} (Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas) é a publicação mais antiga incluída nos materiais mediante o critério 4. Neste capítulo de livro, os autores definem critérios de avaliação considerando um exemplo de atividade de modelagem matemática, que

segundo os autores “não deu certo”. A atividade foi desenvolvida por alunos de uma disciplina de Matemática Aplicada de um curso de Ciências Biológicas. A falta de sucesso dos alunos foi associada a cinco critérios de avaliação: (1) Os alunos não estabeleceram relação entre matemática e o problema, mesmo quando a ligação havia sido sugerida pelo professor ou por colegas. Neste caso, na atividade de modelagem, a matemática e o tema investigado permaneceram desconexos. (2) Os alunos não associaram conceitos desenvolvidos durante o curso com o tema eleito por eles para ser investigado. (3) Os alunos não conseguiram, a partir do seu projeto de modelagem, desenvolver ou tornar mais específicos conceitos matemáticos ou de outra natureza relacionados com a temática investigada. (4) O professor não conseguiu detectar em tempo que, por algum motivo, o trabalho desenvolvido pelo grupo era deficiente; (5) O professor, enquanto liderança, se mostrou incapaz de propor rumos para o trabalho, embora ele tenha percebido inconsistências nesse trabalho. Segundo os autores, o procedimento realizado para elaboração destes critérios pode ser visto como um primeiro movimento para a geração de critérios de avaliação em atividades de modelagem matemática. Para esta elaboração foram considerados aspectos do uso da matemática, a interdisciplinaridade e a ação do professor.

O artigo C₃₁ (Uma proposta de avaliação de aprendizagem em atividades de modelagem matemática na mala de aula) refere-se a uma pesquisa em que os três primeiros critérios definidos no artigo C₄₂ são relacionados com conceitos da teoria da Aprendizagem Significativa³ a fim de propor parâmetros para a avaliação de aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática. Os parâmetros definidos pelos autores deste artigo são: (1) O aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe; (2) Após o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, o aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação nesse contexto. Mais ainda, o aluno deve compreender que a utilização desse conteúdo extrapola aquele mobilizado na atividade; (3) O aluno deve perceber a atividade de modelagem matemática como parte da realidade, relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e repensar a situação nos seus vários aspectos. Para exemplificar a aplicabilidade desses parâmetros, foi desenvolvida uma atividade de modelagem e um questionário após o término da atividade com uma turma do 3º ano do Ensino Médio, em que a aprendizagem

³ A Teoria da Aprendizagem Significativa trata de uma “teoria psicológica e cognitiva de aprendizagem, proposta por David Ausubel, para explicar os mecanismos por meio dos quais ocorrem a aquisição, a assimilação e a retenção dos grandes corpos de significados do conhecimento escolar” (FIGUEIREDO; KATO, 2012, p. 278).

significativa do conceito de função afim foi quantificada em forma de porcentagem, considerando a ocorrência dos três parâmetros.

No artigo C₃₂ (Uma estratégia de avaliação de atividades de modelagem matemática), entendendo que os parâmetros propostos no artigo C₃₁ avaliam os efeitos da atividade de modelagem para a aprendizagem significativa dos alunos, considerando especificidades desta aprendizagem caracterizadas na Teoria da Aprendizagem Significativa, os autores propõem uma escala de avaliação para os alunos em atividades de modelagem matemática considerando especificidades da modelagem matemática. Assim, em C₃₂ foi proposta uma escala a partir da elaboração de critérios de avaliação voltados para as fases de uma atividade de modelagem matemática caracterizadas em Almeida, Silva e Vertuan (2012) com a utilização de uma escala holística focada⁴. Assim, em cada uma das quatro fases da modelagem matemática (inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação) foi atribuída uma pontuação de acordo com os critérios elaborados para as ações dos alunos. A escala foi usada para avaliar alunos ao desenvolver atividades de modelagem matemática em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I de um curso de Licenciatura em Química, podendo essa nota corresponder a 20% da nota total do aluno em um determinado bimestre.

O artigo C₃₃ (Atividade de modelagem matemática como estratégia de avaliação da aprendizagem) visa evidenciar como uma atividade de modelagem matemática pode ser utilizada como estratégia de avaliação da aprendizagem dos estudantes. Cada atividade é tomada como um instrumento para a avaliação da aprendizagem de alunos do 1º período de um curso de Licenciatura em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. O desenvolvimento da atividade seguiu os princípios da prova em fases⁵, de modo que numa primeira fase ocorreu o desenvolvimento da atividade na sala de aula e, em outras três fases seguintes, a professora realizava intervenções por meio de questionamentos que eram respondidos pelos grupos de alunos. Levando em consideração os registros do desenvolvimento da atividade e as respostas aos questionamentos, uma nota de até 1,5 ponto foi atribuída aos alunos a partir de um juízo de valores expresso pela professora.

A partir de uma discussão relativa à diferenciação entre resolução de problemas e

⁴ Uma forma de transformar o desempenho dos alunos na atividade de modelagem em uma nota ou conceito, atribuindo uma pontuação às diferentes ações dos alunos. (SILVA; DALTO, 2017).

⁵ Prova em fases como caracterizada em Lange (1999). Na primeira fase, em geral, os alunos respondem, em um tempo limitado, questões discursivas que abordam conhecimentos que deveriam ter aprendido, de modo que a prova revela mais o que os alunos não sabem, do que aquilo que sabem. Na segunda fase ocorre, após uma correção preliminar do professor, uma complementação do que não foi feito na primeira. Partindo da ideia de De Lange (1999), alguns pesquisadores ampliaram o número de fases, de modo a não estabelecer um limite para elas. (DALTO; SILVA, 2018, p. 36)

modelagem matemática, especificamente sobre a introdução dessas abordagens em currículos de diferentes países, o artigo C₄₁ (Assessment of mathematical modeling) propõe duas ferramentas de avaliação em modelagem matemática. A primeira constitui uma rubrica⁶ de avaliação para atividades de modelagem que leva em consideração seis etapas do ciclo de modelagem apresentada nos Padrões Estaduais de Núcleo Comum para Matemática (CCSSM, 2010)⁷. Uma escala de pontuação variando de 0 a 4 (0: não realizada, 1: abaixo do aceitável, 2: média, 3: bom, e 4: excelente) é utilizada para avaliar as seis etapas consideradas. Além disso, é sugerido que seja atribuído um peso para a nota em cada etapa de acordo com sua importância. O autor considerou que as etapas: *formular um modelo* e *interpretar os resultados* devem possuir um peso maior, dada a sua importância no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. A segunda ferramenta visa avaliar o domínio afetivo dos estudantes ao resolver problemas de modelagem, que segundo o autor, pode ser dividido em quatro sub-domínios: prazer, auto-confiança, valor e motivação. A ferramenta consiste em doze itens sobre a apreciação da modelagem, três itens em cada sub-domínio. Por exemplo, no sub-domínio prazer, os itens são: (1) gosto de resolver problemas de modelagem; (2) em atividades de modelagem matemática posso ver como a matemática funciona; e (3) problemas de modelagem são difíceis e chatos. É sugerido que, para avaliar as atitudes dos estudantes em atividades de modelagem, os doze itens podem ser utilizados em conjunto com uma escala Likert de 5-pontos, que permite a atribuição, para cada um dos doze itens, um valor de 0 a 4 que varia entre: discordo fortemente (0 ponto) até concordo fortemente (4 pontos).

No artigo C₂₁ (Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics), partindo do entendimento de que a avaliação em modelagem matemática se refere à identificação e mensuração da competência de modelagem e de sub-competências associadas a esta, os autores investigam se existem diferenças nas competências de modelagem matemática apresentadas entre os alunos sul-africanos do 10º e do 12º ano. É construído e aplicado um teste com questões já existentes na literatura em que participaram alunos do 10º ano e do 12º ano. O teste compreende questões de múltipla escolha, em que cada uma é direcionada para sub-competências de modelagem: (1) fazer suposições simplificadoras; (2) esclarecer o objetivo do modelo; (3) formular um problema; (4) atribuir variáveis, parâmetros e constantes em um modelo com base na compreensão do modelo e da situação; (5) formular afirmações matemáticas relevantes que descrevem o

⁶ Segundo Tekin-Dede e Bukova-Guzel (2018), uma rubrica de avaliação pode ser definida como uma ferramenta de pontuação que articula as expectativas para uma tarefa, listando critérios e descrevendo níveis de qualidade.

⁷ Disponível em: <http://www.corestandards.org/the-standards>. Acesso em: 13/04/2021

problema; (6) relacionar a solução matemática com o contexto do mundo real; e (7) desafiar soluções. A avaliação foi conduzida a partir de créditos parciais, em que não é atribuída pontuação quando nenhuma alternativa correta foi assinalada, 1 ponto quando apenas uma alternativa correta foi assinalada e 2 pontos quando todas as alternativas corretas foram assinaladas.

No artigo C₂₂ (Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies) a avaliação em modelagem foi baseada no desenvolvimento da competência de modelagem e sub-competências associadas. Partiu-se do princípio que uma abordagem holística contribuiria com o desenvolvimento da competência de modelar matematicamente e, para isso, foi construída uma unidade de ensino estruturada com atividades de modelagem. Para avaliar o desenvolvimento das competências foi construída uma rubrica de avaliação considerando que a competência de modelagem envolve sub-competências. Para cada sub-competência foi atribuído um critério de 0 a 3, correspondente à expectativa de seu cumprimento, sendo 0 não aceitável e 3 a performance perfeita. Com isso, a avaliação se deu mediada por excertos de falas e registros da resolução dos alunos, evidenciando as potencialidades bem como as dificuldades dos alunos em cada sub-competência.

O artigo C₂₃ (Towards a professional development framework for mathematical modelling: the case of Singapore teachers) refere-se a um programa de desenvolvimento profissional para professores experientes do ensino secundário de matemática de Singapura. A questão de pesquisa do artigo consiste em investigar quais as tensões enfrentadas por professores na avaliação em modelagem matemática. No programa de formação, os professores tiveram oportunidades de trabalhar com atividades de modelagem participando de todas as etapas de um ciclo de modelagem, além de refletir sobre as intervenções da pesquisadora no decorrer do desenvolvimento das atividades. Os professores também foram solicitados a elaborar rubricas de avaliação para avaliar a atividade que cada grupo propôs para outro grupo. As rubricas criadas pelos professores consideram as etapas de um ciclo de modelagem matemática e as competências associadas a estas. Apesar de não gerar uma nota, a elaboração das rubricas permitiu uma análise qualitativa das performances dos alunos nas atividades de modelagem.

Também pensando a avaliação em modelagem matemática em termos de competências, o artigo C₂₄ (Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software) investiga as influências do uso de ferramentas tecnológicas para o desenvolvimento da sub-competência de matematização. O

estudo foi realizado com estudantes do 9º ano de uma cidade da Alemanha. As turmas foram divididas aleatoriamente em dois grupos, sendo que um dos grupos era formado por turmas que usavam “ferramentas tecnológicas” e o outro de turmas em que se usava “papel-e-caneta” para desenvolver as mesmas atividades de modelagem matemática. Para medir a sub-competência de matematização, foi desenvolvido um instrumento composto por tarefas de resposta curta e de múltipla escolha. O instrumento, composto por 32 itens, foi discutido e examinado por profissionais experientes da área de modelagem e sua avaliação seguiu o seguinte esquema de classificação: 13 questões foram avaliadas considerando as alternativas correta (1 ponto) ou incorreta (0 ponto) e 19 questões foram avaliadas considerando correta (2 pontos), parcialmente correta (1 ponto) ou falsa (0 ponto). Testes estatísticos foram utilizados sobre o resultado da avaliação, apontando que nenhuma influência significativa foi encontrada relativamente a sub-competência de matematização realizada pelos dois grupos.

No artigo C₁₁ (Assessing modelling competencies using a multidimensional IRT approach) os autores também se direcionam para a avaliação em modelagem matemática a partir da ideia de competências. A fim de investigar se a competência de modelar matematicamente pode ser melhor avaliada de forma global, considerando o conjunto de todas as ações dos alunos, ou avaliar mediante ao que os autores denominaram de diferentes dimensões dessa competência, foram usados testes probabilísticos e o modelo Rasch⁸ unidimensional e sub-dimensional. Para a elaboração do instrumento de avaliação, os autores se basearam nas sub-competências de modelagem extraídas do ciclo de modelagem, tanto como no modelo 3D proposto por Niss e Jensen (2007), em que o nível de competência é descrito por três aspectos: grau de cobertura, relacionado com a extensão em que uma pessoa é capaz de perpassar autonomamente os sub-processos de modelagem; raio de ação, que descreve o alcance das situações em que uma pessoa consegue ativar sua competência de modelagem; e o nível técnico, que descreve a qualidade do uso da matemática. Os autores se referem a quatro níveis para as tarefas realizadas. Nos níveis 1, 2 e 3, tarefas atomísticas associadas à modelagem avaliam, respectivamente, as sub-competências: construir um modelo matemático; operações intra-matemáticas; interpretação do resultado matemático e validação da solução. As tarefas do nível 4 compreendem ações dos alunos relativas a todas as etapas de um ciclo de modelagem, em consonância com uma avaliação holística. O instrumento

⁸ O modelo Rasch, representa uma técnica de análise dentro da Teoria da Resposta ao Item, e é utilizado para medir traços latentes como atitudes e habilidades. No artigo C₃₁, o modelo Rasch unidimensional, considera que todos os itens do teste, independente de sua classe, avaliam uma única competência, a de modelagem matemática. Já o modelo Rasch sub-dimensional, considera que as diferentes classes de itens construídos medem a competência de modelagem matemática, que é composta pelas sub-competências associadas aos sub-processos considerados em cada classe de item.

foi usado com estudantes e foram realizadas três avaliações (pré-teste, pós-teste e teste de acompanhamento). A avaliação foi feita dicotomicamente, ou seja, a questão está certa ou errada, sem meio termo, e com a utilização do modelo Rasch, um parâmetro pessoal é associado aos estudantes indicando a competência individual para os sub-processos de modelagem considerados.

A ideia de avaliação em modelagem mediante princípios criados para as atividades de elicitação de modelos (MEA's) é o foco do artigo C₁₂ (Six principles to assess modelling abilities of students working in groups). Foram definidos seis princípios: o princípio da realidade, da construção do modelo, da auto-avaliação, da documentação do modelo, do protótipo simples e da generalização. Esses princípios foram utilizados para transformar ou elaborar problemas em MEA's. Para avaliar os estudantes foi desenvolvido um *framework* a partir destes princípios como um guia para a avaliação de grupos trabalhando com modelagem. Este guia para avaliar os grupos de alunos considerava os seguintes aspectos: até que ponto o grupo dá sentido à situação da vida real?; até que ponto o grupo constrói um modelo?; até que ponto o grupo julga que suas ideias, respostas e modelos são suficientemente bons?; qual a qualidade das representações que o grupo produz quando modela?; em que medida o grupo produz uma solução que é um protótipo para interpretar outras situações?; em que medida o grupo desenvolve um modelo compartilhável e generalizável?. A pesquisa foi desenvolvida com os alunos em três etapas, sendo que as atividades eram complementadas em cada etapa a partir das ponderações do professor. Os encontros foram gravados e transcritos, de modo que, no texto, são apresentados excertos das falas e registros das resoluções dos alunos a fim de discutir cada princípio elaborado em relação às competências de modelagem envolvidas e, com isso, foi viabilizada uma avaliação qualitativa dos alunos.

A síntese construída a partir da análise detalhada

Levando em consideração o detalhamento da avaliação realizada em cada artigo, construímos uma síntese da avaliação apontada nas onze publicações analisadas considerando dois aspectos relevantes decorrentes das questões propostas em Niss (1993b): (1) os focos da avaliação: o que é avaliado em cada artigo; (2) o encaminhamento da avaliação (como é avaliado em cada artigo). Desta síntese decorre como a avaliação é realizada na amostra analisada. No Quadro 2, o que é avaliado em atividades de modelagem matemática nos artigos, ou seja, o foco da avaliação, é apresentado na coluna um enquanto os encaminhamentos de como se dá essa avaliação são detalhados na coluna dois.

Quadro 2: Síntese em relação a dois aspectos considerados por Mogens Niss

Focos da avaliação: o que é avaliado	Encaminhamento da avaliação (como é avaliado)	Artigos
A identificação e adequação das ações dos alunos nas etapas de um ciclo de modelagem matemática	Avaliação holística em modelagem mediante a construção de um instrumento de avaliação que atribui até 20 pontos ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.	C ₃₂
	Avaliação holística em modelagem mediante a construção de uma rubrica para a avaliação que resulta em uma nota para os alunos.	C ₄₁
Competências e sub-competências de modelagem matemática	Avaliação atomística em modelagem dirigindo-se à sub-competências específicas avaliadas por meio de questões de múltipla escolha. Os créditos são parciais (0,1,2) e não geram uma nota.	C ₂₁ C ₂₄
	Avaliação holística em modelagem mediante a construção de uma rubrica para a avaliação que não resulta em uma nota para os alunos.	C ₂₂ C ₂₃
	Associa avaliação holística e atomística em modelagem mediante a construção de um instrumento de avaliação que não gera uma nota para os alunos.	C ₁₁
	Avaliação holística em atividades de elicitação de modelos (MEAs) considerando os princípios: de dar sentido à realidade, da construção do modelo, da auto-avaliação quanto à adequação do modelo, das representações usadas para o modelo, da possibilidade de o modelo servir para outras situações, da generalização do modelo. Estes princípios constituem o framework para avaliar em cada atividade desenvolvida. Não é gerada uma nota.	C ₁₂
A aprendizagem de conteúdos da matemática usados na atividade	Avaliação holística em modelagem dirigida à avaliação da aprendizagem significativa do conteúdo matemático. São definidos parâmetros para a avaliação e é gerada uma nota considerando o percentual de atendimento aos parâmetros definidos.	C ₃₁
	Avaliação holística em modelagem. Seguindo princípios da prova em fase, as atividades de modelagem matemática são desenvolvidas e são elas próprias o instrumento para avaliar o conteúdo matemático emergente. É gerada uma nota de até 1,5 pontos.	C ₃₃
	Avaliação holística em modelagem. São elaborados critérios a posteriori para avaliar as ações dos alunos. Não é gerada uma nota.	C ₄₂

Fonte: os autores.

Agrupando ideias relativas à avaliação em modelagem matemática

A partir da síntese apresentada no Quadro 2 retomamos as ideias centrais dos onze artigos visando, em consonância com o que propõe Bryman (2012), a efetivação de uma análise que, embora interpretativa e imersa na subjetividade decorrente do entendimento dos

que analisam, nos permite elucidar e trazer à tona como a avaliação em modelagem matemática vem sendo realizada dentro do escopo de pesquisas incluídas no presente artigo.

Não perdendo de vista que as questões de Niss (1993b) que, em alguma medida, perguntam o que é avaliado em atividades de modelagem e como se dá essa avaliação, fazemos aqui uma síntese de como esses aspectos foram abordados nos artigos analisados. Ou seja, o caminho escolhido no presente artigo para discutir os questionamentos de Mogens Niss foi olhar para os diferentes instrumentos e estratégias desenvolvidas para a avaliação em atividades de modelagem matemática nos artigos analisados.

Relativamente ao como se dá a avaliação ou, mais especificamente que meios são usados para avaliar, identificamos nas pesquisas cinco possibilidades: o uso de rubricas; por meio de questões de múltipla escolha; pela estruturação de um *framework* para as ações dos alunos; tomando a atividade de modelagem como o instrumento de avaliação; e por meio da elaboração de critérios *a posteriori* para avaliar.

A ferramenta de avaliação usada com maior frequência nos artigos analisados é a *rubrica*. Segundo Tekin-Dede e Bukova-Guzel (2018), uma rubrica de avaliação pode ser definida como uma ferramenta de pontuação que articula as expectativas para uma tarefa, listando critérios e descrevendo níveis de qualidade. Segundo esse autor, uma rubrica deve possuir três características essenciais: critérios de avaliação, definições de qualidade e estratégia de pontuação. Levando em consideração esta definição, podemos afirmar que as estratégias de avaliação em atividades de modelagem matemática apresentados nos artigos C₃₁, C₃₂, C₂₂, C₂₃ e C₄₁ constituem rubricas.

Nos artigos C₃₁, C₃₂, C₂₂ e C₄₁ as rubricas foram elaboradas por pesquisadores da área de Modelagem Matemática e no artigo C₂₃ por professores de Matemática participantes de um curso de formação de professores. Em todos os artigos, as rubricas consideram uma abordagem holística para a avaliação em atividades de modelagem matemática, ou seja, todas as rubricas elaboradas e/ou aplicadas avaliam a atividade de modelagem como um todo, buscando englobar todos os procedimentos realizados pelos alunos ao desenvolver este tipo de atividade. No artigo C₃₁ a rubrica foi usada para revelar o desempenho de todos os alunos de uma turma sem, entretanto, atribuir nota a cada aluno em particular. Nos artigos C₃₂, C₂₂ e C₂₃ buscou-se avaliar os alunos que desenvolveram as atividades de modelagem em grupos. Em C₄₁ o autor propõe a rubrica, mas não apresenta no texto sua aplicação. Assim, nos artigos se esclarece quem foi avaliado, como e por quem a avaliação foi elaborada. Neste sentido, as questões 5, 6, e 7 levantadas por Niss (1993b) parecem ser vislumbradas nestas pesquisas que analisamos.

Apesar da abordagem holística para a avaliação em atividades de modelagem matemática, três focos distintos de avaliação foram identificados. Nos artigos C₃₂ e C₄₁ o foco da avaliação são os processos e etapas identificadas em um ciclo de modelagem segundo diferentes perspectivas teóricas. Nos artigos C₂₂ e C₂₃ o foco da avaliação são as competências e sub-competências de modelagem matemática e no artigo C₃₁ o foco da avaliação é a aprendizagem significativa dos alunos em relação a um conteúdo matemático.

Nos artigos C₃₂ e C₄₁, embora os autores considerassem bases teóricas distintas em relação às etapas associadas ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e utilizassem esquemas de pontuação distintos, as rubricas buscam avaliar a atividade de modelagem como um todo. Neste sentido, considerando a possibilidade de buscar elementos na tríade conteúdo×produto×processo sugerida por Niss (1993b), podemos dizer que ambas as ferramentas dão ênfase ao processo e ao produto no desenvolvimento da atividade de modelagem.

Em relação às rubricas elaboradas nos artigos C₂₂ e C₂₃, apesar de levarem em consideração as etapas da modelagem, colocam o foco da avaliação nas competências dos alunos associadas a estas etapas. Neste sentido, a rubrica elaborada no artigo C₂₂, leva em consideração que a competência de modelagem matemática é composta por sub-competências. Assim, a rubrica construída atribui valores para cada sub-competência, de acordo com as expectativas de cumprimento de cada uma. A avaliação geral em relação à competência de modelagem é qualitativa e, em vez de atribuir uma nota, visa identificar fragilidades e potencialidades dos alunos.

Já no artigo C₂₃ a rubrica foi elaborada após o término da atividade de modelagem e levou em consideração os processos de modelagem e as competências associadas a estes processos descritos no ciclo de modelagem. Neste artigo, o foco da elaboração da rubrica é a experimentação de professores em um programa de formação continuada com a avaliação em modelagem. Neste sentido, com a elaboração da rubrica foi possível realizar uma análise qualitativa das competências mobilizadas no desenvolvimento da atividade.

Mesmo que em ambos os artigos (C₂₂ e C₂₃) as rubricas não gerem uma nota elas viabilizam realizar um julgamento implícito em relação às competências dos estudantes. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que ambas as ferramentas valorizam mais o processo e o conteúdo da modelagem matemática, dando menos ênfase ao produto.

Por fim, a rubrica elaborada no artigo C₃₁, cujo foco de avaliação é a aprendizagem significativa de um conteúdo matemático, levou em consideração três parâmetros para a

avaliação em modelagem. De modo geral, o primeiro parâmetro engloba características do pensamento criativo, o segundo parâmetro busca avaliar o domínio de conteúdo matemático e, o terceiro parâmetro, leva em consideração as ações dos estudantes envolvidas na atividade de modelar. Esta rubrica foi elaborada antes do desenvolvimento de atividades de modelagem e, apesar de não apresentar um esquema formal de pontuação, é exemplificado pelas autoras, que a partir de um julgamento implícito, em forma de porcentagem, sobre as expectativas de cumprimento dos parâmetros, é possível gerar uma nota para a turma, grupo ou alunos específicos. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que esta rubrica engloba na avaliação, principalmente, o conteúdo e o produto da modelagem.

A segunda ferramenta de avaliação identificada nos onze artigos analisados diz respeito aos testes com questões de múltipla escolha que foram utilizadas nos artigos C₂₁, C₂₄ e C₁₁. Nos artigos C₂₁ e C₂₄ a construção do teste levou em consideração questões de múltipla escolha já existentes e utilizadas na literatura, realizando adaptações a fim de considerar o diferente contexto dos alunos. Já no artigo C₁₁ as questões foram elaboradas pelos próprios autores. Nos três artigos busca-se avaliar as sub-competências de modelagem matemática separadamente, observando os procedimentos relativos a etapas específicas do ciclo de modelagem. Com questões de múltipla escolha, a avaliação nos artigos C₂₁ e C₂₄ segue um processo de crédito parcial; já no artigo C₁₁, a avaliação foi feita dicotomicamente, ou seja, pontuando como certo ou errado. Apesar de apresentarem um esquema de pontuação, os três artigos envolvem pesquisas em larga escala, aplicando o teste com um grande número de alunos e se interessando mais pelas leituras estatísticas sobre os resultados da avaliação. Com isso, a intenção do teste não é gerar uma nota, mas estudar o desenvolvimento das sub-competências dos alunos. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que as questões de múltipla escolha englobam, para a avaliação, principalmente, o conteúdo e o produto da modelagem.

As estratégias de avaliação que tiveram menor frequência nos artigos analisados correspondem: à definição de um *framework* em relação às características das ações dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática que foi usado no artigo C₁₂; à elaboração de critérios *a posteriori* para avaliar sugerida no artigo C₄₂; à mensuração dos procedimentos dos alunos em cada etapa da atividade de modelagem para avaliar no artigo C₃₃.

No artigo C₁₂ é proposto um *framework* para a avaliação de grupos trabalhando em atividades de modelagem matemática. Os autores consideraram na avaliação as habilidades e processos envolvidos na atividade de modelar. O *framework* foi construído a partir da

reformulação dos seis princípios de *design instrucional* proposto por Lesh et al. (2000) como um guia para avaliar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. A avaliação não gera uma nota, mas utiliza os registros e falas dos alunos durante o desenvolvimento da atividade para responder as seis questões colocadas.

Já no artigo C₃₃, a própria atividade de modelagem é tomada como o instrumento para realizar a avaliação da aprendizagem matemática dos estudantes. Neste artigo, o desenvolvimento da atividade de modelagem seguiu o formato de uma prova em fases, ou seja, após o desenvolvimento da atividade ou de parte dela, a professora corrigia, realizava questionamentos e devolvia a atividade para os alunos, repetindo o processo quantas vezes necessário. Como um instrumento de avaliação, foi gerada uma nota de até 1,5 pontos a partir de um julgamento implícito da professora, considerando a resolução e as respostas aos questionamentos dos alunos.

Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que o *framework* engloba, principalmente, o processo e o produto da modelagem, enquanto que a avaliação usando a atividade de modelagem engloba, principalmente, o conteúdo e o processo de modelagem.

Por fim, a elaboração de critérios *a posteriori* para avaliar em modelagem, apresentada em C₄₂, representa um esforço de avaliação em atividades de modelagem matemática, pois após o desenvolvimento da atividade pelos alunos, foram elaborados critérios de avaliação para esta atividade a fim de julgar explicitamente se a atividade desenvolvida pelo grupo “deu certo” ou não. De modo geral, os critérios elaborados englobam aspectos do uso da matemática na atividade e da ação do professor enquanto guia da turma. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que a elaboração de critérios, engloba, principalmente, o conteúdo e o produto da modelagem.

No Quadro 3, apresentamos uma síntese relativa às possibilidades para a avaliação em modelagem matemática identificadas nos artigos analisados.

Quadro 3: Possibilidades para a avaliação em modelagem matemática identificadas

Como é avaliado	O foco: o que é avaliado	Encaminhamentos	Artigos
Mediante o uso de rubricas	Ações dos alunos nas etapas e processos da modelagem matemática (processo×produto)	Avaliação holística Gera uma nota	C ₃₂ C ₄₁
	Competência e sub-competências desenvolvidas (processo×conteúdo)	Avaliação holística Não gera nota	C ₂₂ C ₂₃

	A aprendizagem significativa de conteúdo matemático (conteúdo×processo)	Avaliação holística Gera uma nota	C ₃₁
Por meio de testes com questões de múltipla escolha	Sub-competências de modelagem desenvolvidas (conteúdo×produto)	Avaliação atomística Gera uma nota	C ₂₁ C ₂₄ C ₁₁
Estruturando um <i>framework</i> para as ações dos alunos	Competência e sub-competências desenvolvidas (processo×produto)	Avaliação holística Não gera nota	C ₁₂
A atividade de modelagem como instrumento para avaliar	Aprendizagem da matemática (processo×conteúdo)	Avaliação holística Gera uma nota	C ₃₃
Por meio da elaboração de critérios a <i>posteriori</i>	Uso da matemática (conteúdo×produto)	Avaliação holística Não gera nota	C ₄₂

Fonte: os autores.

Considerando as estratégias apresentadas nos artigos para subsidiar a avaliação em atividades de modelagem matemática, podemos inferir que os focos (o quê) e os procedimentos (como) da avaliação vêm sendo esclarecidos, em consonância com o que já questionava Mogens Niss em 1993.

De modo geral, na amostra considerada, a avaliação em modelagem matemática tem visado à elaboração de caminhos e escolhas para subsidiar a avaliação voltada para os objetivos pretendidos, em que julgamentos quantitativos ou qualitativos são esclarecidos em consonância com ideias apontadas por Niss (1993b) para a avaliação em modelagem matemática.

Considerações finais

Neste artigo apresentamos uma pesquisa de caráter inventariante visando buscar, na literatura, indicativos de como práticas avaliativas em modelagem matemática vêm se caracterizando e como elas envolvem aspectos relativos aos questionamentos propostos por Mogens Niss buscando, particularmente, identificar o foco da avaliação e os encaminhamentos usados para efetivá-la.

Para isto nos apoiamos no referencial metodológico de revisão sistemática, apontado por Bryman (2012), e utilizamos como métodos auxiliares a revisão sistemática, a amostragem intencional para a seleção do material e a análise documental do material

selecionado.

Identificamos nos textos analisados três focos da avaliação em atividades de modelagem matemática: a avaliação das etapas identificadas no ciclo de modelagem, a avaliação da competência e de sub-competências de modelagem e a avaliação da aprendizagem de conteúdos da matemática.

Relativamente aos encaminhamentos da avaliação, podemos dizer que nos textos analisados, duas possibilidades ocorreram: um viés holístico, em que se busca avaliar a modelagem como um todo; um viés atomístico, em que se avalia separadamente partes do processo da modelagem. De modo geral, é possível afirmar que a avaliação foi elaborada por professores e pesquisadores da área de Modelagem Matemática e que, no viés holístico, busca-se avaliar o grupo de alunos que trabalhou na atividade de modelagem com ênfase na avaliação do processo e do conteúdo da modelagem, ou seja, dá-se maior importância para a avaliação das etapas da modelagem e dos conteúdos matemáticos que emergiram nessas atividades. Já no viés atomístico, busca-se avaliar os alunos individualmente com ênfase na avaliação do conteúdo e do produto da modelagem, ou seja, dá-se maior ênfase à avaliação dos conteúdos matemáticos utilizados e ao modelo matemático desenvolvido.

Com relação aos instrumentos usados nos encaminhamentos para a avaliação em modelagem, no material analisado identificamos cinco possibilidades: as rubricas de avaliação, o uso de testes com questões de múltipla-escolha, a estruturação de um *framework* para as ações dos alunos, a atividade de modelagem como um instrumento de avaliação e a elaboração de critérios *a posteriori* para avaliar. De forma geral, estes instrumentos se vinculam a três funções: *certificar* a aprendizagem de um conteúdo da matemática; *certificar/regular* o desenvolvimento das etapas, processos e/ou competência de modelagem matemática; *orientar* o desenvolvimento da formação de alunos e professores para a modelagem matemática.

Neste sentido, algumas das questões colocadas por Hadji (1994) para a avaliação foram, direta ou indiretamente, contempladas na amostra analisada relativamente à elaboração de uma forma para avaliar em modelagem uma vez que o quê avaliar e para quê avaliar são aspectos que, de alguma maneira, foram apontados nos artigos que analisamos.

Os resultados dessa pesquisa sugerem que os propósitos e procedimentos utilizados na avaliação em modelagem matemática vêm sendo esclarecidos, mas não descarta a necessidade de mais pesquisas envolvendo a temática. Vale ressaltar que esses resultados levam em consideração a concepção dos autores de cada artigo relativamente ao que é modelagem matemática e o que é avaliação e, com isso, outras possibilidades e procedimentos para a

avaliação em modelagem são possíveis.

Assim, os resultados aqui apresentados sugerem caminhos para fomentar questionamentos e resultados de pesquisas futuras e traz novos focos e encaminhamentos para a avaliação em relação ao que se conclui na revisão de literatura sobre a temática apresentada em Fredj (2013).

O que não se pode ignorar, entretanto, é que nas práticas de avaliação caracterizadas na amostra analisada no presente artigo, não identificamos esclarecimentos dos autores em relação à proposição ou uso de instrumentos de avaliação que levem em consideração as diferentes perspectivas de modelagem matemática caracterizadas em Kaiser e Sriraman (2006) e complementadas em Blum (2015) e Galbraith (2012), por exemplo. Assim, esta lacuna pode ser superada em pesquisas futuras relativas à avaliação em modelagem matemática.

Referências

- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- AYDIN-GUC, F.; BAKI, A. Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. **Teaching Mathematics and its Applications**, v. 38, n. 4, p. 191-215, 2018.
- BICCARD, P.; WESSELS, D. Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups. In: G. A. Stillman. (Ed.), **Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education**, p. 589–599, 2017.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas. In: BORBA, M. C. et al. **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: MEM/USU, p. 95-114, 1999.
- BLUM, W. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? S.J. Cho (ed.), **Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes**, (p. 73–96), New York: Springer, 2015.
- BORROMEO FERRI, R. **Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education**. Springer International Publishing, 2018.
- BOWEN, G. A. Document analysis as a qualitative research method. **Qualitative Research Journal**, v. 9, n. 2, p. 27–40, 2009.
- BRYMAN, A. **Social research methods**: 4º ed. Oxford: Oxford University Press, 2012.
- BURIASCO, R. L. C. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Avaliação**
- RPEM, Campo Mourão, PR, Brasil, v.10, n.23, p.305-327, set.-dez. 2021.

Educacional, v. 22, p. 155-178, 2000.

DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. Atividade de Modelagem Matemática como Estratégia de Avaliação da Aprendizagem. **Educação Matemática em Revista**, v. 23, n.57, p. 34-45, 2018.

DAWN, N. K. E. Towards a professional development framework for mathematical modeling: The case of Singapore teachers. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 287-300, 2018.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999.

DJEPAXHIJA, B.; VOS, P.; FUGLESTAD, A. B. Assessing mathematizing competences through multiple-choice tasks: Using students' response processes to investigate task validity. In: G. A. Stillman (Ed), **Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education**, p. 601–611, 2017.

FIGUEIREDO, D. F.; KATO, L. A. Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 276-294, 2012.

FREJD, P. Modes of modelling assessment – A literature review. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n.3, p. 413–438, 2013.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Applications**, Blumenau, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H. S. Mathematical modelling with digital tools—A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. **ZDM**, v. 50, n. 1–2, p. 233–244, 2018.

HAINES, C.; CROUCH, R.; DAVIS, J. **Mathematical modelling skills: A research instrument**. Hertfordshire: Department of Mathematics, 2000.

JENSEN, T. H. Assessing mathematical modelling competencies. In: HAINES et al. (Eds.), **Mathematical modelling: Education, engineering and economics**, p. 141–148, 2007.

JULIE, C. Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, p. 1-15, 2020.

LEONG, K. E. Assessment of Mathematical Modeling. **Journal of Mathematics Education at Teachers College**, v. 3, n. 1, 61-65, 2012.

LESH, R. A.; HOOVER, M.; HOLE, B.; KELLY, A.; POST, T. Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In: A. Kelly; R. Lesh (Eds.), **Handbook of research design in mathematics and science education**, p. 591–645, 2000.

MALHEIROS, A. P. S.; FORNER, R.; SOUZA, L. B. S. Formação de professores em modelagem e a escola: que caminhos perseguir? **Revista Brasileira de Educação em**

Ciências, Cascavel, (PR), v.4, n.1, abr. 2020, p. 01-22.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Aspectos que constituem práticas pedagógicas e a formação de professores em modelagem matemática. **Alexandria**, v. 11, p. 85-107, 2018.

NISS, M. Assessment in mathematics education and its effects: An introduction. In: M. Niss (Ed). **Investigations into assessment in mathematics education: An ICMI Study**. p. 1–30, 1993a.

NISS, M. Assessment of mathematical applications and modeling in mathematics teaching. In: J. de Lange et al. (Eds.), **Innovation in mathematics education by modeling and applications**, p. 41–51, 1993b.

SCHUKAJLOW, S.; KOLTER, J.; BLUM, W. Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. **ZDM**, v. 47, n. 7, p. 1241–1254, 2015.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 12, n. 2, p. 1-17, 2017.

TEKIN-DEDE, A.; BUKOVA-GUZEL, E. A Rubric Development Study for the Assessment of Modeling Skills. **The Mathematics Educator**, v. 27, n. 2, p. 33-72, 2018.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Avaliação em práticas com modelagem matemática na educação matemática: uma proposta de instrumento. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 25-54, 2020.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Modelagem Matemática e o Desafio da Avaliação: revisitando as propostas nacionais e internacionais. In: L. M. W. Almeida, A. H. Borssoi, E. Tortola, K. A. P. Silva (Eds.). **Modelagem Matemática em debate: diálogos, reflexões e desafios**. EPMEM 7. Londrina: UEL, UTFPR, p. 339-352, 2016.

VOS, P. Assessment of Modelling in Mathematics Examination Papers: Ready-Made Models and Reproductive Mathematizing. In: G. Stillman. (Ed.), **Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice**, p. 479-488, 2013.

ZOTTLE, L.; UFER, S.; REISS, K. Assessing Modelling Competencies Using a Multidimensional IRT Approach. In: G. Kaiser (Ed.), **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**, p. 427-437, 2011.

Recebido em: 07 de Agosto de 2021
Aprovado em: 04 de outubro de 2021