

## INVESTIGANDO CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E NÍVEIS DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DE PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.22.81-105>

José Edivam Santana<sup>1</sup>  
Andreza Santana da Silva<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo apresenta os resultados de um estudo realizado com cinco professoras dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Afogados da Ingazeira PE, cujo objetivo principal foi verificar a relação existente entre as concepções de álgebra manifestadas e o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico apresentado por essas professoras. Foi desenvolvido em duas etapas: a primeira, por meio de um questionário com o objetivo de identificar as concepções sobre álgebra e o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental; e a segunda, por meio da resolução de uma atividade contendo três problemas de álgebra, cujo objetivo foi de identificar o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico mobilizado por estas professoras no desenvolvimento da atividade. Os resultados apresentados nas respostas apontam para concepções de álgebra ligadas, principalmente, à aritmética generalizada e para níveis incipientes de desenvolvimento do pensamento algébrico apresentado pelas professoras dos anos iniciais do ensino fundamental (nível 1, sobretudo), mostrando certa coerência entre as concepções e os níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico manifestados por elas, para os problemas propostos.

**Palavras-chave:** Concepções de álgebra. Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico. Formação de Professores. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

## INVESTIGATING ALGEBRA CONCEPTIONS AND LEVELS OF DEVELOPMENT OF ALGEBRAIC THINKING OF TEACHERS FROM THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL

**Abstract:** This article presents the results of a study carried out with five teachers from the early years of elementary school in a municipal public school in the city of Afogados da Ingazeira PE, whose main objective was to verify the relationship between the manifested conceptions of algebra and the level of development of the algebraic thinking presented by these teachers. It was developed in two stages: the first, through a questionnaire with the objective of identifying the conceptions about algebra and the teaching of algebra in the early years of elementary school; and the second, through the resolution of an activity containing three algebra problems, whose objective was to identify the level of development of algebraic thinking mobilized by these teachers in the development of the activity. The results presented in the answers point to conceptions of algebra linked mainly to generalized arithmetic and to incipient levels of development of algebraic thinking presented by teachers in the early years of elementary school (level 1, above all), showing some coherence between the conceptions and the levels of development of algebraic thought manifested by them, for the proposed problems.

**Keywords:** Algebra conceptions. Levels of development of algebraic thinking. Teacher training. Early years of elementary school.

<sup>1</sup> Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco/UFPE, E-mail: edivamsantana@hotmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2312-7381>.

<sup>2</sup> Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco/UFPE, E-mail: andreza19@hotmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9675-3557>.

## Introdução

As investigações quanto ao ensino e à aprendizagem da Matemática têm evidenciado cada vez mais, com o passar dos anos, as dificuldades decorrentes do estudo dessa disciplina, por parte dos alunos, fato que tem preocupado professores e pesquisadores. Um dos campos que tem sido fonte de muitas dificuldades, tanto para o ensino, quanto para a aprendizagem, é a Álgebra, por isso tem sido objeto das discussões de estudos nacionais e internacionais (USISKIN, 1995; GIL, 2008; SCHNEIDER, 2013).

A ideia mais atrelada à Álgebra é de que ela é um ramo da Matemática que trabalha com letras. No entanto, os documentos de orientação curricular (PERNAMBUCO, 2019; BRASIL, 2017) têm apontado para outros aspectos que não só o simbolismo algébrico, tais como, o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental por meio de sequências, padrões, noção de equivalência, noções de proporcionalidade, por meio de situações cotidianas.

Assim, este artigo apresenta os resultados de um estudo realizado com cinco professoras dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Afogados da Ingazeira PE, cujo objetivo principal foi verificar a relação existente entre as concepções de álgebra manifestadas e o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico apresentado por essas professoras.

A pesquisa foi desenvolvida durante os meses de novembro e dezembro de 2019; sendo dividida em duas etapas. A primeira etapa consistiu na aplicação de um questionário com o objetivo de identificar as concepções sobre álgebra e o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental e, a segunda, consistiu na resolução de uma atividade contendo três problemas de álgebra: um problema de “quantidades desconhecidas”, um problema de “partilha de quantidades” e um problema de “sequências numéricas”; com o objetivo de identificar o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico apresentado pelas professoras pesquisadas nas resoluções das atividades.

Antes de apresentarmos os resultados, tecemos considerações sobre algumas concepções de álgebra e de educação algébrica discutidas na literatura; sobre os níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico e sobre alguns aspectos inerentes à formação (inicial e continuada) de professores dos anos iniciais para o ensino da Matemática. Para as análises dos dados, utilizamos as ideias de concepções de álgebra categorizadas por Usiskin (1995) e, o modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico proposto por Godino *et al* (2014).

## Concepções de Álgebra e de Educação Algébrica

Uma das ideias mais associadas à álgebra é a de que nesta, as operações não se baseiam apenas em números, com estes estão também as letras, e é isso que a difere da aritmética. Essa maneira de olhar a álgebra não está em conformidade com documentos de orientação curricular mais recentes, como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), já que ela enfatiza o ensino de álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, não por meio da mera manipulação de letras, mas com ênfase no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

Kaput (1995, p. 6-7) enfatiza que no ensino de álgebra “os atos de generalização e formalização gradual da generalidade construída devem preceder o trabalho com formalismos – do contrário os formalismos não têm origem na experiência do estudante”. E a ênfase no formalismo algébrico tem levado, segundo este mesmo pesquisador, à total falência da álgebra escolar.

Kaput (1995) e Oliveira (2002) pontuam que não existe uma definição pronta sobre pensamento algébrico, ou significado fechado para essas concepções, existem concepções e visões diferentes sobre cada uma delas.

Enquanto concepções da álgebra e educação algébrica, existem algumas vertentes ligadas a pesquisadores, como as de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), de Usiskin (1995) e outros. Assim, o estudo de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), estabelece quatro concepções referentes à álgebra que condizem com o processo histórico deste campo da matemática: a concepção processológica, a linguístico-estilística, a linguístico-estático-semântica e a linguístico-postulacional.

A processológica aponta a álgebra como um conjunto de procedimentos que são encarados na resolução de um problema, ou de conjuntos de problemas, são técnicas algorítmicas ou ainda uma sequência para resolver um determinado tipo de problema. Ela não é inteiramente linguística já que não lhe é atribuída a relação com o pensamento algébrico, mas também não é retórica, haja vista que em sua linguagem já se faz uso de simbologias (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

A linguístico-estilística compreende a álgebra como uma linguagem própria e específica, nessa concepção, marca-se o início da transição da linguagem natural – que já é vista como um obstáculo, para uma linguagem algébrica específica, tendo em vista a existência de um pensamento algébrico e a necessidade de representá-lo (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

A linguístico-estático-semântica complementa a anterior, aprimorando a linguagem específica da álgebra. É nessa concepção que os signos se tornam símbolos com características semânticas, ou seja, tornam-se definitivamente conhecidos a partir do que designam (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

A linguístico-postulacional adiciona à terceira o fato de que o caráter simbólico da álgebra se aplica em todos os ramos da Matemática, por exemplo, nas estruturas topológicas, estruturas do espaço vetorial, entre outros (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Todas essas concepções, as quais não se tornaram importantes isoladamente, trazem de forma histórica a evolução da álgebra, mas que além de tudo, acrescentaram e melhoraram com a sua linguagem própria, os outros campos da Matemática que tanto fazem uso da álgebra.

Além, das concepções da álgebra trazerem um aporte histórico que referencia a álgebra em diferentes contextos temporais, também as concepções da Educação Algébrica buscam conceber de forma histórica o ensino da álgebra escolar (elementar). Então, novamente por meio dos estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), são três as concepções predominantes da Educação Algébrica: concepção linguístico-pragmática; concepção fundamentalista-estrutural; e a concepção fundamentalista-analógica.

A concepção linguístico-pragmática esteve predominantemente no Brasil e em outros países do mundo durante todo o século XIX e até a primeira metade do século XX, conferindo à resolução de problemas um papel pedagógico na álgebra, associando-se assim à concepção linguístico-estático-semântica da Álgebra. Nessa concepção, admite-se que a aquisição de técnicas, mesmo as mecânicas, já é o suficiente para que o aluno obtenha a capacidade de resolver problemas. É importante ressaltar que o intuito dos problemas não estava em determinar conteúdos algébricos a serem aprendidos, mas de encontrar uma solução para dado problema de forma que se enquadre nos tópicos abordados e indispensáveis para a utilização (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

A concepção fundamentalista-estrutural se apoia na concepção linguístico-postulacional da Álgebra. Essa concepção da Educação Algébrica torna o papel pedagógico da álgebra, fundamental nos vários ramos da Matemática escolar, sendo assim, denota que a forma de abordagem dos conteúdos algébricos deveriam ser introduzidos a partir de propriedades estruturais das operações, em que se respalda as passagens presentes no transformismo algébrico<sup>3</sup> e confia-se que é dessa forma que o aluno teria a capacidade de

---

<sup>3</sup> “Esse “transformismo algébrico” caracterizava-se, quase invariavelmente, por uma sequência de tópicos que, partindo do estudo das expressões algébricas, passava pelas operações com essas mesmas expressões, chegando

identificar e ampliar essas passagens em diferentes contextos, onde quer que estes estejam subentendidos (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Já em relação à concepção fundamentalista-analógica, esta volta a conceber a resolução de problemas como papel pedagógico da Álgebra e alia-se à concepção linguístico-semântico-sintática da Álgebra, entretanto ela pretende unir as duas concepções anteriores, haja vista que procura manter o caráter fundamentalista da Álgebra, mas também busca recuperar o valor instrumental da mesma. Vale salientar, que nesta concepção a justificativa não se respalda nas passagens presentes no transformismo algébrico, embora, ao justificar na maioria das vezes, utilizam-se os recursos analógicos geométricos, isto é, visuais. Dessa forma, admite-se que uma “álgebra geométrica” seria didaticamente superior às formas de abordagem estritamente lógico-simbólicas, exatamente por tornar visível certas entidades algébricas (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Porém, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) ainda existe uma problemática nas concepções abordadas acima, pois elas praticamente reduzem o ensino da álgebra aos seus aspectos linguísticos, enfatizando a sintaxe da linguagem em detrimento do pensamento algébrico.

Portanto, tais concepções atribuem à manipulação dos aspectos linguísticos da álgebra como fonte primordial a ser dominada pelos alunos, e, não deveria ser vista apenas dessa maneira, como bem aborda Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p. 4) “a álgebra não se reduz a um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos problemas. Ela é, também, uma forma específica de pensamento e de leitura do mundo”.

Já Usiskin (1995) concebe quatro concepções diferentes para a álgebra, levando em consideração os diferentes usos das variáveis. São elas:

- Aritmética generalizada: generalização de propriedades de operações;
- Como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: resolução de problemas em linguagem algébrica e ênfase na resolução;
- Como estudo de relações entre grandezas: variáveis como argumentos e parâmetros;
- Como estudo das estruturas: manipulação algébrica por propriedades.

Existem ainda outras concepções e visões de álgebra, no entanto, o que esses autores enfatizam é que, na álgebra escolar, tem sido muito frisada a manipulação algébrica, o transformismo algébrico, distanciando os alunos do desenvolvimento do pensamento

---

às equações para, finalmente, utilizá-las na resolução de problemas.” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 84). Nesse sentido, entendemos que os tópicos sejam procedimentos válidos para fazer-se equivaler às equações e que a ênfase estava muito mais na capacidade de resolver os problemas.

algébrico, sendo que esse último possibilita a eles construir significados e compreender os conceitos algébricos, muito mais que manipular símbolos.

Diante disso, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87) expõem como situações em que o pensamento algébrico se manifesta: “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema e a presença do processo de generalização”.

Godino *et al* (2014) propõem um modelo que distingue três níveis de “raciocínio algébrico elementar” dos estudantes. Embora os autores utilizem a expressão “raciocínio algébrico”, caracterizada por eles como o tipo de raciocínio que “envolve a representação, generalização e formalização de padrões e regularidades em qualquer aspecto da matemática” (GODINO *et al*, 2014, p. 202), o entendemos como “pensamento algébrico”, justamente por esse sentido mais amplo, indo além do “calcular algebricamente”, como pode ser associado ao “raciocínio algébrico”. Assim, nesse trabalho, sempre que citarmos Godino *et al* (2014) no que se refere a “raciocínio algébrico”, entenda-se “pensamento algébrico”.

Esses autores (GODINO *et al*, 2014) ainda defendem a modelação algébrica, como uma das formas de trabalhar a álgebra escolar pois, segundo eles, quando problemas provenientes da própria matemática, ou problemas aplicados de todo o tipo são expressos em linguagem algébrica, “produzimos um novo sistema no qual a estrutura do problema modelado pode ser explorada e a sua solução obtida” (GODINO *et al*, 2014, p. 203-204). Assim, “a modelação algébrica de problemas proporciona novas capacidades para analisar soluções, generalizá-las e justificar o seu alcance” (IBIDEM) e pode ser utilizada em toda a escolaridade básica, desde os anos iniciais até as etapas mais avançadas, ajudando na construção progressiva do pensamento algébrico.

Contudo, embora estudos sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico tenham sido evidenciados por diversos autores, e que o foco não seja o simbolismo, nos documentos de orientações curriculares nacionais e do estado de Pernambuco, fala-se de maneira mais clara sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico precedendo o simbolismo algébrico, mais recentemente. Em documentos anteriores não fica clara a enunciação do pensamento algébrico, embora traga elementos que remetam a este.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997, p. 74) apontam que, para o ensino da matemática nos anos iniciais “algumas regularidades, presentes nas operações, começam a ser percebidas, tais como: observar que, nas multiplicações por 2, todos os resultados são pares”, embora ainda o foco não seja a álgebra. Em documentos mais atuais como o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) e a Base Nacional Comum

Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), o foco do ensino da álgebra passa a privilegiar o pensamento algébrico, em detrimento do simbolismo algébrico. É preciso desenvolver o pensamento antes de inserir a linguagem, e esse é o principal papel da álgebra nos anos iniciais.

### **Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**

Durante muito tempo, principalmente no advento do Movimento da Matemática Moderna<sup>4</sup>, o ensino da álgebra privilegiou o uso de técnicas e os transformismos algébricos, característicos do ensino da matemática neste movimento, no qual “o ensino da álgebra recebeu um maior rigor e assumiu uma acentuada preocupação com os aspectos lógico-estruturais dos conteúdos e a precisão da linguagem. Em consequência, a álgebra perdeu o seu caráter pragmático, útil para resolver problemas” (ARAÚJO, 2008, p. 333).

Nos dias atuais, estudos e pesquisas (KAPUT, 1999; BRANCO, 2013; ALMEIDA, 2018; ALMEIDA; CÂMARA DOS SANTOS, 2017, 2018) têm apontado para a necessidade de um ensino da álgebra voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, em detrimento do formalismo com que esta costuma ser tratada nas salas de aula.

O pensamento algébrico pode ser entendido como uma forma de pensar, segundo a qual o aluno consegue construir significado para os objetos algébricos e a linguagem algébrica. De acordo com Almeida e Câmara dos Santos (2017), o pensamento algébrico é revelado por meio das seguintes características: i) estabelecer relações; ii) generalizar; iii) modelar; iv) construir significado e v) operar com o desconhecido. Para estes autores, no centro dessas características está a capacidade de estabelecer relações, e, subjacentes a ela, porém, não menos importantes, estão as demais.

Segundo eles, ao iniciar a resolução de um problema de estrutura algébrica, o aluno tem que estabelecer as relações entre as informações do enunciado, revelando a característica central dessa forma de pensar (a capacidade de estabelecer relações); em seguida, ele tende a construir um modelo matemático para representar o problema apresentado em linguagem natural, revelando outra característica do pensamento algébrico, que é a “capacidade de modelar”, isto é, a capacidade de construir um modelo matemático que revele as relações propostas nas informações do enunciado do problema; concomitante a esse processo de modelação, geralmente surge outra característica do pensar algebricamente, que é a

---

<sup>4</sup> O Movimento da Matemática Moderna foi um movimento internacional do ensino da Matemática que surgiu na década de 60 e se baseava na formalização e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos e da álgebra para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

“capacidade de generalizar”, a qual surge quando o aluno consegue representar o geral a partir do particular; quando o aluno passa a “descobrir o valor de  $x$ ” (o valor desconhecido), o mesmo mobiliza, a “capacidade de operar com o desconhecido como se fosse conhecido” (ALMEIDA; CÂMARA DOS SANTOS, 2017).

Ao mesmo tempo em que o aluno mobiliza estas características do pensamento algébrico, ou algumas delas, ele também está lidando com a quinta característica dessa forma de pensar, que é a “capacidade de construir significado para a linguagem e os objetos algébricos” (ALMEIDA; CÂMARA DOS SANTOS, 2017). Os autores ressaltam ainda que, embora apresentem as quatro características subjacentes à central seguindo uma sequência, “isso não significa que elas sejam reveladas pelo sujeito nessa ordem, muito pelo contrário, acreditamos que elas surgem e se desenvolvem de forma concomitante, e que o desenvolvimento de uma dessas características leva, conseqüentemente, ao desenvolvimento de outras” (ALMEIDA; CÂMARA DOS SANTOS, 2017, p. 58).

Nesta perspectiva, alguns autores (BLANTON; KAPUT, 2005; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007; KAPUT, 1999; KIERAN, 2004) defendem a importância de se promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, proporcionando experiências de aprendizagem que recorram a contextos matemáticos e não matemáticos, que contribuam para uma aprendizagem com compreensão no estudo posterior formal da Álgebra (ARAÚJO, 2008).

Branco (2013) identifica três situações essenciais, segundo ela, propícias ao início do pensamento algébrico com crianças do primeiro ano do sistema escolar português: i) o contexto aritmético; ii) situações que envolvem o pensamento funcional, sequências e funções, e iii) a resolução de problemas e modelação matemática. De acordo com esta autora, a aritmética pode fomentar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos dos primeiros anos; o pensamento funcional é também uma vertente do pensamento algébrico que deve ser considerada desde os primeiros anos e, a resolução de problemas pode contribuir para desenvolver diversos aspectos da Álgebra, quer como introdução e progressiva formalização, quer como consolidação dos conceitos (BRANCO, 2013).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017, p. 270, **grifo nosso**), o ensino da álgebra,

[...] tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – **pensamento algébrico** – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é

necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados.

Desta forma, o ensino da álgebra deve levar o aluno ao desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de atividades que o levem a dar significado aos objetos e linguagem algébricos. Nesta perspectiva, “é recomendável que o ensino de álgebra seja desenvolvido desde os anos iniciais do ensino fundamental com o cuidado de não o reduzir a simples manipulação simbólica, mas estimulando o desenvolvimento do pensamento algébrico” (PERNAMBUCO, 2019, p. 79). Assim, o trabalho do professor não deve dar ênfase aos símbolos (principalmente nas etapas iniciais de ensino), mas buscar, favorecer ao aluno identificar regularidades em sequências, sejam elas numéricas, de figuras ou de outro tipo; identificar os elementos e as regras de formação dessas sequências; descrever o padrão em uma sequência recursiva ou não recursiva; determinar o elemento desconhecido em uma igualdade matemática (PERNAMBUCO, 2019).

Fazer com que o aluno desenvolva o seu pensamento algébrico não é tarefa fácil para o professor pois, além de este ter que apresentar o domínio das situações que leva para a sala de aula, alguns autores acreditam e defendem que é necessário que este tenha conhecimento do nível de desenvolvimento do pensamento algébrico em que o aluno se encontra, pois,

[...] se o professor propuser situações que necessitem de um nível de desenvolvimento muito avançado para alunos que estejam em um nível básico, essas situações, provavelmente, não ajudarão no desenvolvimento do pensamento algébrico desses alunos, já que eles não conseguirão respondê-las (ALMEIDA; CÂMARA DOS SANTOS, 2017, p. 547).

A existência de níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico foi proposta por algumas pesquisas, dentre elas as de: Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005); Godino *et al* (2014); Almeida e Câmara dos Santos (2017). De acordo com Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p. 21) o estudo por eles desenvolvidos “apresenta indícios de que o desenvolvimento de Investigações Matemáticas em sala de aula representa um contexto rico e desafiador de aprendizagem tanto para o aluno quanto para o professor”.

Godino *et al* (2014) propõem um modelo, segundo eles, útil para orientar a ação do professor da escola primária no sentido de tentar impulsionar a progressão do pensamento matemático dos alunos em direção a níveis progressivos de generalização e eficiência representacional e operacional. Segundo estes autores, “é necessário reconhecer que as

fronteiras entre os níveis às vezes podem ser difusas, e que dentro de cada nível é possível fazer distinções que possam levar a propor novos níveis” (GODINO *et al*, 2014, p. 214).

Almeida e Câmara dos Santos (2017) também apresentam um modelo que possibilita a identificação de níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico, em estudo desenvolvido com alunos do 6º ano do ensino fundamental quando estes resolvem problemas de partilha. Estes autores propõem um modelo de níveis de pensamento algébrico que vai desde o nível 0, caracterizado pela ausência de pensamento algébrico, passando pelo nível 1, considerado como um nível incipiente de pensamento algébrico; nível 2, nível intermediário e pelo nível 3, nível consolidado de pensamento algébrico. Para cada nível, a partir do nível 1, estes ainda propõem três subníveis, denominados de subníveis A, B e C.

Neste trabalho, adotaremos os níveis propostos por Godino *et al* (2014), os quais podem ser caracterizados a partir dos processos de particularização-generalização das atividades algébricas. De acordo com estes autores, para análise dos níveis de algebrização da atividade matemática, é necessário focar a atenção nos objetos resultantes dos processos de generalização e do duplo processo de particularização. Desses processos resultam os objetos matemáticos intensivos e os extensivos. Ao processo no qual identificamos a regra que gera uma classe de objetos, o tipo ou a generalidade envolvida, ou seja, partimos do particular para o geral, chamaremos de objetos intensivos. Por outro lado, ao processo inverso de particularização, isto é, partimos de uma generalização para objetos particulares, chamamos de extensivos (GODINO *et al*, 2014).

Segundo Godino *et al* (2014) os tipos de objetos e processos algébricos podem ser expressos em diferentes linguagens, preferencialmente com símbolos alfanuméricos nos níveis superiores de algebrização. Entretanto, os alunos dos níveis educacionais mais elementares podem usar outros meios de expressão para representar objetos e processos de natureza algébrica, em particular linguagem natural, gráfica, tabular e até gestual (RADFORD, 2003). Para estes autores (GODINO *et al*, 2014, p. 206),

[...] o caráter algébrico está essencialmente ligado ao reconhecimento, pelo sujeito que executa a atividade, da regra que forma o objeto intensivo, a consideração da generalização como uma nova entidade unitária e sua materialização através de qualquer registro semiótico para tratamento analítico subsequente. Este triplo processo (reconhecimento ou inferência de generalização, unitarização e materialização) permitirá definir dois níveis primários de pensamento algébrico, distinguível de um nível mais avançado em que o objeto intensivo é visto como uma nova entidade representada com linguagem alfanumérica.

Desta forma, é importante percebermos que, para “classificar” o aluno (em nosso caso,

as professoras dos anos iniciais do ensino fundamental) em um determinado nível de desenvolvimento do pensamento algébrico é essencial que identifiquemos os objetos matemáticos extensivos e intensivos mobilizados pelos mesmos no momento de realização da atividade proposta. Cabe ainda ressaltar que estes níveis não são estanques, mas dependem do nível de desenvolvimento cognitivo dos sujeitos e do tipo de atividade, envolvendo conhecimentos algébricos, utilizada.

O Quadro 1 abaixo, proposto por Godino *et al* (2014) sintetiza as características essenciais de cada nível de desenvolvimento do pensamento algébrico:

**Quadro 1:** Características dos níveis de raciocínio algébrico elementar

Nível	Tipos de objetos	Transformações	Linguagens
0	Nenhum objeto intensivo envolvido. Em tarefas estruturais, podem intervir dados desconhecidos.	Se opera com objetos extensivos.	Natural, numérico, icônico, gestual; podem intervir símbolos que resultem em objetos extensivos ou dados desconhecidos.
1	Em tarefas estruturais, podem intervir dados desconhecidos. Nas tarefas funcionais, se reconhecem os intensivos.	Nas tarefas estruturais, se aplicam relações e propriedades das operações. Nas tarefas funcionais, se calcula com objetos extensos.	Natural, numérico, icônico, gestual; podem intervir símbolos que se referem aos intensivos reconhecidos.
2	Intervêm incógnitas ou variáveis	Nas tarefas estruturais, as equações são da forma $Ax \pm B = C$ . Nas tarefas funcionais, reconhece a generalização, entretanto não se opera com as variáveis para obter formas canônicas de expressão.	Simbólico-litera, usada para se referir aos intensivos reconhecidos, embora vinculados a informações do contexto espacial e temporal.
3	Intervêm incógnitas ou variáveis	Nas tarefas estruturais, as equações são da forma $Ax \pm B = Cx \pm D$ . Opera com incógnitas ou variáveis.	Simbólico-litera; os símbolos são utilizados de maneira analítica, sem se referir a informação de contexto.

Fonte: Godino *et al* (2014, p. 215 – tradução nossa)

Assim, na classificação do nível de pensamento algébrico levamos em consideração os tipos de objetos e processos que os indivíduos mobilizam no momento de resolver a(s) situação(ões) proposta(s), ou seja, observamos a presença de “objetos algébricos” intensivos, o tratamento dado a esses objetos e os tipos de linguagens utilizadas.

## **A Formação do Professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para o Ensino da Matemática**

Temos notado atualmente uma crescente preocupação tanto das políticas públicas brasileiras quanto de pesquisas, sejam elas nacionais ou internacionais, no que se refere à formação de professores (inicial e/ou continuada). No que tange à formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental temos percebido uma certa fragilidade no sentido de que, não há nos cursos de Pedagogia disciplinas ligadas a esta área de conhecimento, exceto, na grande maioria dos cursos, alguma disciplina de metodologia do ensino da matemática, que lida com aspectos ligados à didática ou às metodologias de ensino desta disciplina e não especificamente com conteúdos matemáticos.

Esta realidade, tem deixado a matemática “em segundo plano” nas salas de aula dos anos iniciais do ensino fundamental pelo fato de os(as) professores(as) não dominarem conteúdos mínimos importantes para a formação matemática dos alunos. Souza e Borges (2016, p. 05) ao analisarem as ementas de um curso de Pedagogia de uma universidade pública brasileira, observaram “que elas apresentam uma formação metodológica que é um aspecto positivo e que segue as diretrizes [curriculares nacionais para o curso de graduação em Pedagogia, licenciatura]. Por outro lado, contempla o conhecimento sobre o “como” ensinar, mas, dá pouca ênfase sobre o “que” ensinar, ou seja, ao saber disciplinar [...]”. Nesta perspectiva,

É possível considerar que os futuros professores concluem cursos de formação sem conhecimentos de conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar tanto no que concerne a conceitos quanto a procedimentos, como também da própria linguagem matemática que utilizarão em sua prática docente (CURI, 2004, p. 76-77).

Segundo Ponte (1999), os professores não podem exercer o seu papel com competência e qualidade sem uma formação adequada que os “preparem” para lecionar as disciplinas ou saberes de que estão incumbidos, pressupondo que o professor, em sua formação, deve “adquirir” um conjunto básico de conhecimentos e capacidades que serão necessários à sua prática profissional.

Assim, identificar as concepções desses professores, bem como o seu nível de desenvolvimento do pensamento algébrico pode, de forma particular, apontar para a forma como estes professores têm lidado com a álgebra nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental.

## **Percurso Metodológico**

Esta pesquisa foi desenvolvida numa escola pública municipal da cidade de Afogados da Ingazeira PE, durante os meses de novembro e dezembro de 2019.

Foi realizada em duas etapas. Na primeira, foi entregue um questionário com o objetivo de identificar as concepções sobre álgebra e o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental, a um total de dez professoras da escola campo de pesquisa, para que respondessem de acordo com a sua disponibilidade. Destas, apenas sete devolveram os questionários devidamente respondidos. Dentre os sete questionários recebidos, um foi descartado por conter respostas confusas ou em desacordo com as perguntas realizadas e outro foi desconsiderado porque a professora respondente, no ínterim entre as respostas ao questionário e a etapa seguinte (resolução de questões de álgebra, conforme explicitado em seguida) entrou de licença maternidade, não podendo assim, participar da segunda etapa da pesquisa.

Desta forma, nossa pesquisa foi desenvolvida com um grupo de cinco professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, sendo quatro delas licenciadas em Pedagogia, com experiência profissional entre 5 e 15 anos; destas, três possuem especialização em psicopedagogia; e, uma licenciada em Letras, com especialização em psicopedagogia e experiência profissional de mais de 15 anos.

Na segunda etapa, as professoras foram levadas a responder uma atividade contendo três problemas de álgebra: um problema de “quantidades desconhecidas”, um problema de “partilha de quantidades” e um problema de “sequências numéricas”; com o objetivo de identificarmos o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico apresentado por estas professoras na realização dessas atividades.

Utilizar problemas de quantidades desconhecidas, “pode constituir uma primeira abordagem aos conceitos algébricos nos primeiros ciclos de escolaridade que mais tarde são tratados de um modo mais formal” (BRANCO, 2013, p. 67), promovendo “a compreensão da utilização de símbolos para representar quantidades desconhecidas e a realização de ações sobre as generalizações estabelecidas” (BRANCO, 2013, p. 66). Os problemas de partilha de quantidades, são problemas caracterizados por apresentar uma quantidade total conhecida que é repartida em partes desiguais e desconhecidas. Esse tipo de problema é sugerido na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) para ser vivenciado com alunos a partir do 5º ano do ensino fundamental. O trabalho com sequências favorece o estabelecimento de relações (geralmente entre a ordem de um termo e a sua constituição), para o desenvolvimento

do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade e para o surgimento de generalizações algébricas (as quais costumam ser expressas em linguagem natural, nesta etapa de escolaridade e, em etapas posteriores, de modo mais formal – algebricamente).

Optamos por estes tipos de problemas por serem os mais comumente utilizados nesta etapa de ensino e que, tecnicamente, as professoras pesquisadas deveriam ter um certo domínio sobre os mesmos.

Como critérios de análise utilizamos, para as concepções de álgebra, as categorias propostas por Usiskin (1995) e, para os níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico, o modelo proposto por Godino *et al* (2014). As diferentes concepções de álgebra relacionam-se, segundo Usiskin (1995), com os diferentes usos das variáveis e podem ser classificadas em: Aritmética generalizada (traduzir, generalizar), Meio de resolver certos tipos de problemas (resolver, simplificar), Estudo das relações (relacionar grandezas) e Estrutural (manipular, justificar). O modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico de Godino *et al* (2014), compreende um modelo composto por 4 níveis, do nível 0 ao nível 3, conforme já descritos neste artigo.

## **Análise dos Resultados**

Iniciaremos as discussões dos resultados pelos questionários (I Etapa) respondidos pelas professoras os quais, conforme já referido, buscaram identificar as suas concepções de álgebra e de educação algébrica. Em seguida, faremos a análise das atividades (II Etapa) desenvolvidas com as mesmas, buscando identificar o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico mobilizado pelas professoras naquelas atividades.

### **I Etapa:** Identificando as Concepções de Álgebra e de Educação Algébrica

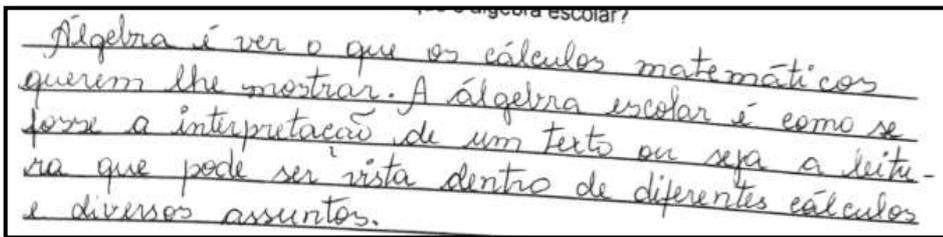
Como mencionado anteriormente, cinco professoras responderam e devolveram o questionário, sendo assim, nomeamos os questionários da seguinte forma: P1, P2, P3, P4 e P5.

Com base nas respostas obtidas, identificamos as concepções apresentadas pelas professoras, em cada questão e após isso uma visão geral da(s) concepção(ões) mais evidenciada(s) por essas profissionais, sob o olhar das concepções de álgebra de Usiskin (1995).

A primeira questão teve por objetivo verificar o que as professoras concebem por Álgebra e Álgebra escolar. Para esse questionamento, P1 respondeu em conformidade a duas diferentes concepções, quando enfatiza que a álgebra é “ver o que os cálculos matemáticos

querem mostrar” (Extrato do Questionário de P1) remetendo à concepção de aritmética generalizada (USISKIN, 1995) já que relaciona a álgebra às operações matemáticas, assim como, remete à concepção de estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas quando se refere à álgebra escolar como uma “interpretação de texto” (Extrato do Questionário de P1), já que esta concepção está atrelada à resolução de problemas algébricos (conforme Figura 1, a seguir).

**Figura 1:** Excerto da resposta de P1 no questionamento 1



Fonte: Dados da Pesquisa

A concepção ligada ao pensamento de P2, de acordo com as concepções apresentadas por Usiskin (1995) é o Estudo das estruturas, já que esta profissional enfatiza que a álgebra “estuda equações, operações matemáticas, polinômios etc. Álgebra escolar é aquela que trabalha as operações formais” (Extrato do Questionário de P2) expondo a manipulação algébrica com suas propriedades.

P3 relata que a álgebra é “um campo da matemática que desencadeia variáveis que recorre a números, letras e sinais (símbolos)” (Extrato do Questionário de P3) e isso reflete a concepção de aritmética generalizada, já que coloca a álgebra generalizando a aritmética, isto é, ela envolve letras além de números. Ao mesmo tempo que coloca a álgebra escolar como “uma linguagem matemática composta por medida, ordem e padrões” (Extrato do Questionário de P3), e como os padrões refletem a noção de regularidade e assim uma relação. Portanto, essa forma de expressão de P3 também se enquadra na concepção “Estudo de relação entre grandezas” (USISKIN, 1995).

A concepção Estudo de procedimentos para realizar certos tipos de problemas também aparece na fala de P4 quando ela expressa que a álgebra escolar é a “linguagem usada para expressar valores desconhecidos” (Extrato do Questionário de P4).

P5 menciona a “exploração de sequências numéricas e seus padrões” (Extrato do Questionário de P5) já que é por meio delas que “os alunos podem identificar regularidades específicas do sistema de numeração decimal” (Extrato do Questionário de P5), nesse caso, a concepção estabelecida por essa professora, de acordo com Usiskin (1995) é o estudo de

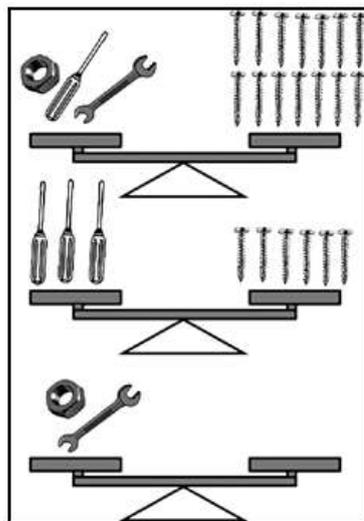
relações entre grandezas, já que a mesma ressalta na relação que está intimamente presente nos padrões e nas sequências.

No que tange às outras três questões desse mesmo questionário, o foco é vislumbrar junto às professoras quando, como e porque ensinar álgebra desde os anos iniciais. Essas questões também foram analisadas e as concepções que mais se destacaram se relacionam às três primeiras concepções de Usiskin (1995): aritmética generalizada, estudo dos procedimentos para resolver certos tipos de problemas e estudo de relações entre grandezas, já que a ênfase na álgebra para os anos iniciais, segundo essas cinco professoras, acontece por meio de padrões, sequências numéricas ou de imagens, noções de proporcionalidade, compreender o conceito de equivalência, o trabalho com valores desconhecidos e operações inversas.

## II Etapa: Identificando os Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Algébrico

Para a análise da atividade realizada com as professoras, apresentamos abaixo os três problemas propostos, seguidos de comentários acerca das resoluções apresentadas pelas professoras e proposição do nível identificado (de acordo com os tipos de objetos e processos mobilizados pelas professoras para cada resolução).

**Problema 1<sup>5</sup>:** De acordo com a figura abaixo, quantos parafusos devem ser colocados na terceira balança para que se mantenha equilibrada?

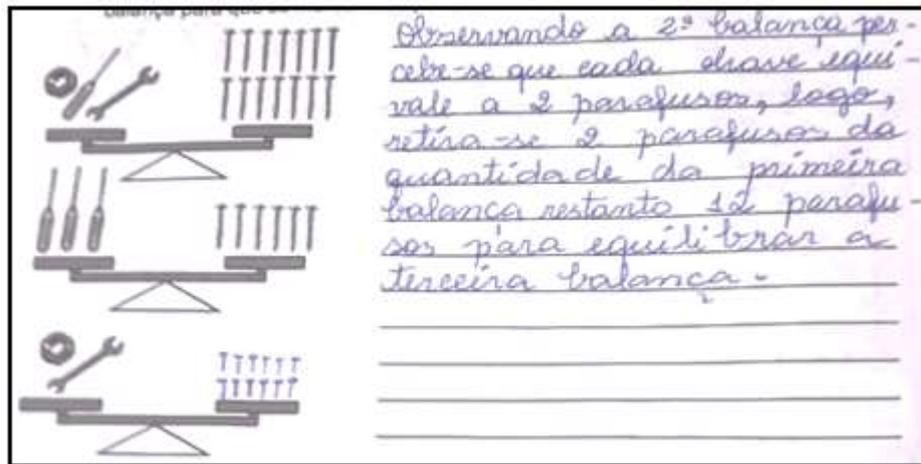


De maneira geral, as cinco professoras resolveram este problema corretamente e, de forma semelhante. Elas não utilizaram símbolos algébricos, mas “descreveram o raciocínio” utilizado, ou seja, utilizaram a linguagem natural. A Figura 2, seguinte, ilustra a resolução

<sup>5</sup> Extraído de Godino *et al* (2014)

proposta pela professora P1.

**Figura 2:** Resolução proposta por P1 ao problema 1



Fonte: Dados da pesquisa

Conforme podemos ver, a professora utiliza as propriedades da equivalência (igualdade suposta pelos dois pratos das balanças) para encontrar o termo desconhecido, embora utilize uma linguagem natural para expressar sua forma de pensar ao resolver o problema. Mesmo esta professora (assim como as demais) conseguindo expressar um pensamento algébrico, o fazem utilizando a linguagem natural e não o simbolismo algébrico que implicaria em um nível mais avançado desse pensamento. Assim, podemos dizer que a resposta dada por esta professora, e pelas demais pesquisadas, se enquadra no nível 1 de desenvolvimento do pensamento algébrico.

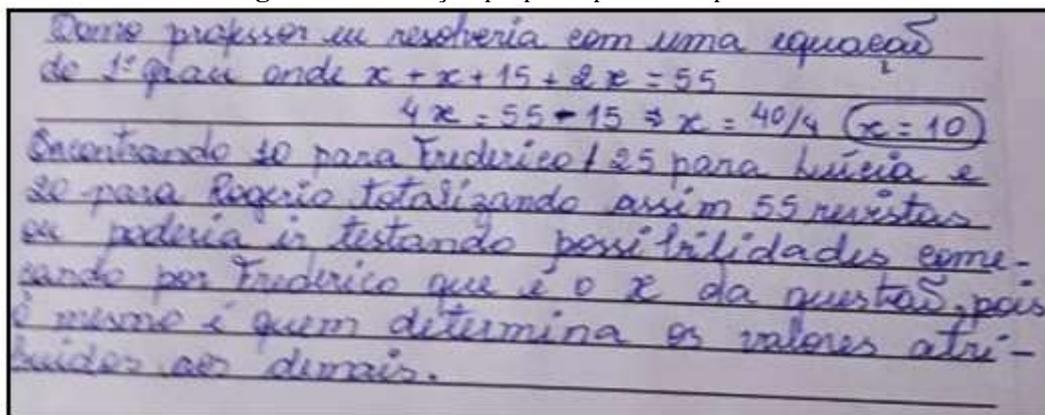
**Problema 2<sup>6</sup>:** Frederico, Lúcia e Rogério têm, juntos, 55 revistas em quadrinhos. Lúcia tem 15 revistas a mais que Frederico e Rogério tem o dobro de revistas de Frederico. Quantas revistas tem cada um?

As cinco professoras participantes da pesquisa chegaram à resposta tida como correta para este problema, no entanto, com distintas estratégias utilizadas por elas:

- P1 propôs a solução de duas maneiras: uma por meio de equação do primeiro grau (deixando claro que assim resolveria enquanto professora) e a outra por tentativa e erro (chamado por ela de uso de possibilidades) quando se tratasse do trabalho com seus alunos (do 3º ano do ensino fundamental). A Figura 3 abaixo ilustra a resolução proposta por P1:

<sup>6</sup> Extraído de Almeida e Câmara dos Santos (2018).

**Figura 3:** Resolução proposta por P1 ao problema 2

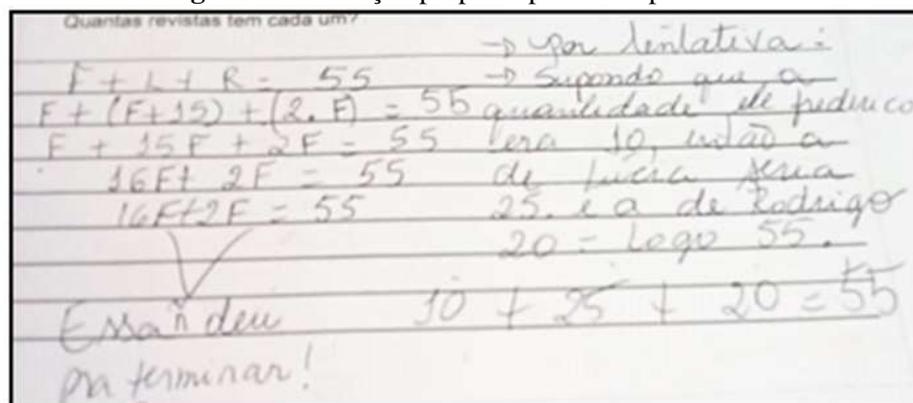


Fonte: Dados da pesquisa

Percebemos que P1 reconhece o modelo matemático esperado para a resolução do problema, ou seja, a equação polinomial do 1º grau, revelando, que a mesma consegue estabelecer as relações entre as “variáveis” do problema, sendo capaz de propor uma equação que relaciona estas “variáveis”. Percebemos ainda que a mesma consegue resolver corretamente a equação por ela proposta, utilizando procedimentos algorítmicos próprios para esta resolução (propriedades das operações inversas). Desta forma, podemos dizer que P1 utiliza “uma modelagem claramente algébrica” (GODINO *et al.*, 2014) podendo ser classificada como nível 3 em desenvolvimento do pensamento algébrico.

- P2, P3 e P4 encontraram a resposta correta para o problema, de forma semelhante, utilizando tentativas para encontrar o valor desconhecido. P4 até conseguiu montar corretamente a equação que ilustra o problema, entretanto, não conseguiu resolvê-la, mudando a estratégia de resolução. A Figura 4 mostra a resolução proposta por P4 que, exceto pela tentativa de resolução por meio de equação do 1º grau, é semelhante às propostas por P2 e P3.

**Figura 4:** Resolução proposta por P4 ao problema 2

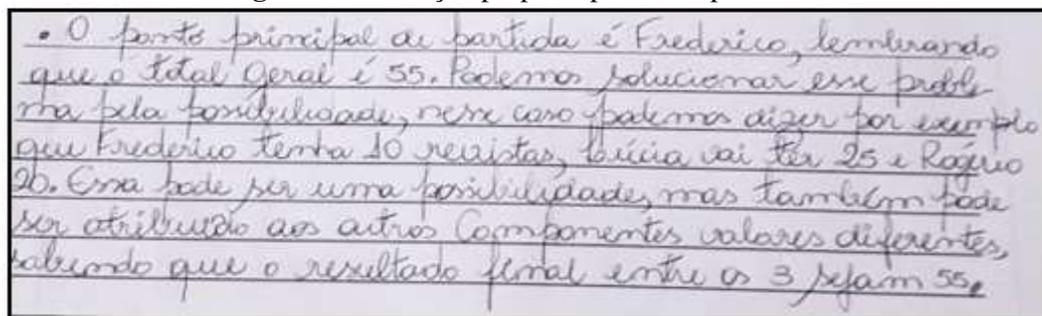


Fonte: Dados da pesquisa

Conforme percebemos, P4 consegue estabelecer a correta relação entre a linguagem escrita e a linguagem algébrica, a qual foi expressa por meio da equação do 1º grau, no entanto, percebemos também que a mesma não consegue operar com os termos algébricos, efetuando incorretamente uma adição entre termos “não semelhantes” ( $F + 15 = 15F$ ) e acabando por desistir de continuar com a resolução utilizando tal estratégia. Esse fato sugere que P4 não tem consolidada a capacidade de operar com símbolos algébricos, uma vez que ela não consegue manipular, na resolução da equação, a incógnita, no caso em questão “F”, de acordo com as regras da aritmética em relação a uma igualdade.

De maneira geral, embora reconheçam a existência do valor desconhecido, e consigam estabelecer as relações necessárias para encontrá-lo; P2, P3 e P4, fazem uso da estratégia de tentativa e erro, o que pode ser moroso a depender da complexidade do problema a resolver. Percebemos que as mesmas (porque, embora a Figura 4 seja ilustrativa da resolução proposta por P4; P2 e P3 procederam quase que exatamente igual) não chegam à resposta na primeira tentativa porque já sabiam que 10 era a quantidade de revistas de Frederico, mas porque o primeiro valor escolhido foi o correto, conforme podemos ver no excerto da resolução de P2 (Figura 5, abaixo) a qual sugere que “também podem ser atribuídos outros valores diferentes”.

**Figura 5:** Resolução proposta por P2 ao problema 2



Fonte: Dados da pesquisa

Assim, temos que, na perspectiva desses processos de resolução, “a incógnita [pode ser considerada] como um espaço vazio que deve ser preenchido por um valor conhecido” (ALMEIDA; CÂMARA DOS SANTOS, 2017, p. 556) o que acaba por caracterizar a respostas destas professoras (P2, P3 e P4) para essa atividade, no nível 1.

- P5 utiliza um processo análogo às professoras anteriores, entretanto, utiliza um esquema que sugere uma tabela de valores (ver Figura 6).

**Figura 6:** Resolução proposta por P5 ao problema 2

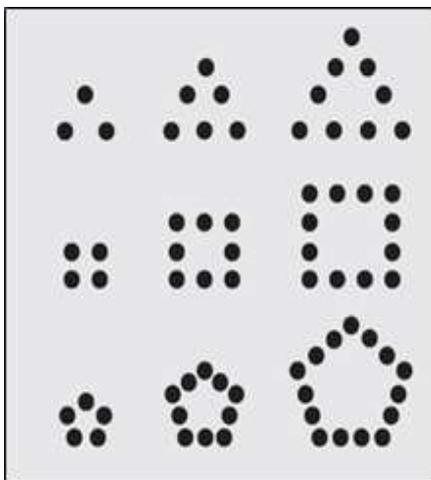
F	L	R	=
1	16	2	= 19
3	18	6	= 27
5	20	10	= 35
7	22	14	= 44
9	24	18	= 54
10	25	20	= 55

Fonte: Dados da pesquisa

Logo, pelas mesmas razões apresentadas para P2, P3 e P4, podemos considerar que P5 também se enquadra no nível 1.

**Problema 3<sup>7</sup>:** Números Geométricos. Observe as sequências de figuras e para cada uma...

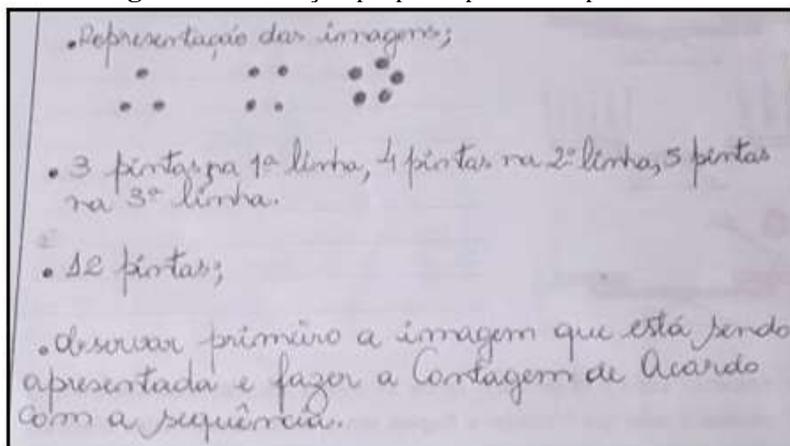
- Desenhe o termo seguinte;
- Determine quantas pintas ele tem;
- Determine o número de pintas do 10.<sup>o</sup> termo;
- Como determinar o número de pintas de qualquer termo?



No caso deste problema, P2 não conseguiu resolvê-lo corretamente, conforme podemos observar na Figura 7 abaixo:

<sup>7</sup> Extraído de: CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na Aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Quadrante, Évora, v.16, n.2, p. 81-118, 2009.

**Figura 7:** Resolução proposta por P2 ao problema 3

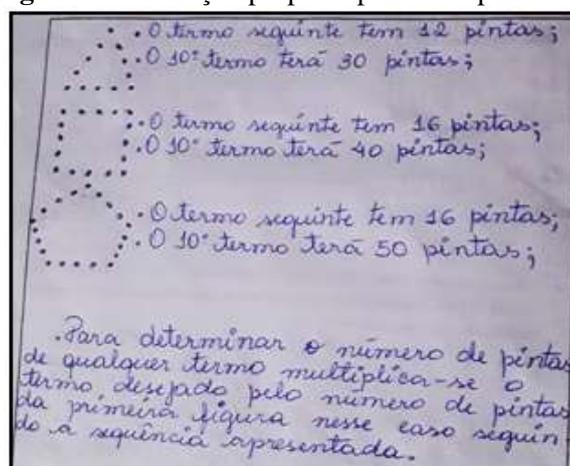


Fonte: Dados da pesquisa

Conforme podemos perceber, P2 não compreendeu a questão corretamente, apresentando uma solução incorreta para a mesma. A solução apresentada sugere que P2 compreendeu a sequência como uma sequência infinita e periódica fato depreendido da resposta dada ao primeiro item (percebam que a solução apresentada sugere que o próximo termo de cada sequência recaia no primeiro). Em decorrência deste erro, a solução dos próximos itens também é proposta incorretamente.

As demais professoras (P1, P3, P4 e P5) resolveram o problema de maneira bastante semelhante, embora, nenhuma delas tenha conseguido generalizar a solução para o último item do problema. A Figura 8, abaixo, traz a resposta proposta por P1 e que ilustra os procedimentos adotados por esta e pelas outras professoras (P3, P4 e P5), a exceção de P2, que o fez conforme a figura 7.

**Figura 8:** Resolução proposta por P1 ao problema 3



Fonte: Dados da pesquisa

Logo, a partir das Figuras 7 e 8, que ilustram as soluções apresentadas por P2 e por P1

(equivalente a P3, P4 e P5) respectivamente, podemos dizer que P2 não conseguiu raciocinar de maneira a reconhecer uma regra geral compatível com um conjunto finito de determinados elementos (itens 1, 2 e 3 do problema 3), o que poderia levá-la à generalização requerida no item 4 (do problema 3). Podemos assim, considerar que a resposta dada por P2 é de nível 0 para este tipo de problema. P1, P3, P4 e P5, ao contrário de P2, conseguem raciocinar de forma a reconhecer uma regra geral compatível com o conjunto finito de determinados elementos, permitindo assim gerar sucessivamente os termos da sequência. Embora não consigam expressar a generalização requerida para o item 4 da forma habitual (por meio de símbolos algébricos), conseguem expressá-la por meio de uma linguagem contextual o que pode sugerir uma generalização, fato pelo qual podemos dizer que as respostas dessas professoras para a atividade foram de nível 2 de pensamento algébrico.

### **Considerações Finais**

A análise realizada, tanto por meio dos questionários, quanto da atividade proposta às professoras sugere certa relação entre as concepções manifestadas e o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico demonstrado pelas mesmas. Conforme discutido anteriormente, pudemos perceber uma predominância em relação à concepção de álgebra classificada como “aritmética generalizada” (USISKIN, 1995) marcada pelo uso da aritmética na resolução de problemas de estrutura algébrica.

Paralelo a isso, identificamos, por meio da análise da atividade proposta, que as respostas apresentadas pela maioria das professoras são de nível 1 de desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme o que é enfatizado por Godino *et al* (2014), ou seja, observa-se o início do trabalho com os objetos intensivos cuja generalidade é reconhecida por meio das linguagens natural, numérica, icônica ou gestual; em alguns casos, reconhecem-se os intensivos, sem, no entanto, operar com esses objetos; relações e propriedades das operações são aplicadas e dados desconhecidos expressos simbolicamente, reconhecendo-se, também, a generalização de atividades propostas, embora expressa de forma distinta da linguagem simbólico-literar (geralmente utilizando-se a linguagem natural).

O que podemos perceber ao classificar as respostas escritas dessas professoras seja em relação à concepção que elas têm de álgebra, ou do nível de desenvolvimento do pensamento algébrico que as resoluções refletem, poderia ser mais explorado por meio de um experimento como uma oficina, ou mesmo uma entrevista de explicitação – onde elas explicariam o pensamento utilizado na proposição das respostas dadas, por exemplo. É possível que elas

tenham outras concepções que não apenas as expostas no questionário, assim como poderiam responder de outras formas uma mesma questão da atividade e demonstrar até outros níveis de pensamento algébrico mais avançados, conforme aqueles expostos por Godino *et al* (2014).

Cabe aqui destacar a importância da formação continuada de professores, tanto no aspecto conceitual do conteúdo (aqui considerados aspectos algébricos enfatizados nos anos iniciais), quanto nos aspectos didáticos relacionados ao como lidar com esses conteúdos em sala de aula de acordo com cada etapa de escolaridade, haja vista o que é destacado em algumas pesquisas, como a de Curi (2004, p. 76-77) de que “os futuros professores concluem cursos de formação sem conhecimentos de conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar”.

Por fim, percebe-se que os documentos de orientação curricular propõem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos desde os anos iniciais do ensino fundamental, sendo salutar (re)pensar a formação dos professores para que estes possam conduzir um ensino que favoreça tal proposição de forma “adequada”.

## Referências

ALMEIDA, J. R. Características do pensamento algébrico reveladas por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental na resolução de um problema de partilha. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**. Mossoró, v. 4, n. 12, p. 700-713, 2018. Disponível em: <http://natal.uern.br/periodicos/index.php/RECEI/article/view/1721>. Data do acesso: 30/09/2019.

ALMEIDA, J. R.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.26, n.3, p.546-568, 2018. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650717>. Data do acesso: 30/09/2019.

ALMEIDA, J. R.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v.6, n.10, p.34-60, 2017. Disponível em: [http://rpem.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1124/pdf\\_207](http://rpem.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1124/pdf_207). Data do acesso: 20/09/2019.

ARAÚJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740>. Data do acesso: 20/02/2020.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n.5, p. 412-446, 2005. Disponível em: <https://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library>.

Data/PDF/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning-1974150144/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning.pdf. Data do acesso: 10/09/2019.

BRANCO, N. C. V. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Formação Inicial de Professores dos Primeiros Anos**. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2013, 530 f. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/8860>. Data do acesso: 05/03/2020.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum- BNCC**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 1º e 2º ciclos. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and algebraic reasoning. In: LESTER, F. (Ed.), **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**, Charlotte, USA: NCTM e IAP, p. 669-705, 2007.

CURI, E. **Formação de Professores Polivalentes: uma análise dos conhecimentos para ensinar Matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC/SP. São Paulo. 2004. 278 f. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Tese\\_curi.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_curi.pdf). Data do acesso: 30/03/2020.

FIORENTINI, D; FERNANDES, F. L. P; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Faculdade de Educação, Universidade de Campinas. Campinas, 2005.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A; MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-posições**, Campinas, v.4, n.1, p. 78-91, 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384>. Data do acesso: 25/10/2019.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. Dissertação. Pontifícia Universidade Católica Do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física. Porto Alegre, 2008. Disponível em: <https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto+Completo-0.pdf>. Data do acesso: 25/10/2019.

GODINO, J. D., AKÉ, L. P., GONZATO, M.; WILHELMI, M. R. Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar: implicaciones para la formación de maestros. **Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas**, Espanha, v.32, n.1, 199-219, 2014. Disponível em: <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/issue/view/21903/showToc>. Data de Acesso: 30/08/2019

KAPUT, J. J. A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform? In: **Annual Meeting**

of North American Chapter of the international group for the psychology of mathematics education, 17., Columbus, 1995. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED389539.pdf>. Data do acesso: 02/12/2019.

KAPUT, J. J. Teaching and Learning a New Algebra With Understanding. **National Center For Improving Student Learning & Achievement In Mathematics & Science**. 1999. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=ED441662>. Data do acesso: 02/12/2019.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, Vol.8, n.1, p. 139 – 151, 2004. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/228526202\\_Algebraic\\_thinking\\_in\\_the\\_early\\_grade\\_s\\_What\\_is\\_it](https://www.researchgate.net/publication/228526202_Algebraic_thinking_in_the_early_grade_s_What_is_it). Data do acesso: 01/12/2019.

OLIVEIRA, A.T. C. C. de. Reflexões sobre a Aprendizagem da Álgebra. **Educação Matemática em Revista**. SBEM, nº. 12, Ano 9, p.35-39, 2002. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1100>. Data do acesso: 02/12/2019.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco: ensino fundamental – Matemática**. Secretaria de Educação e Esportes, Recife, PE, 2019.

PONTE, J.P. Didáticas Específicas e Construção do Conhecimento Profissional. In: TAVARES, J.; PEREIRA, A.; PEDRO, A.P.; SÁ, H.A. (Eds.). Investigar e formar em educação. **Actas do IV Congresso da SPCE**, p. 59 – 72, Porto: SPCE. 1999. Disponível em: [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2984/1/99-Ponte\\_SPCE-Aveiro.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2984/1/99-Ponte_SPCE-Aveiro.pdf). Data do acesso: 30/03/2020.

RADFORD, L. Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. **Mathematical Thinking and Learning**, v.5, n.1, p. 37–70, 2003. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/228553085\\_Gestures\\_Speech\\_and\\_the\\_Sprouting\\_of\\_Signs\\_A\\_Semiotic-Cultural\\_Approach\\_to\\_Students'\\_Types\\_of\\_Generalization](https://www.researchgate.net/publication/228553085_Gestures_Speech_and_the_Sprouting_of_Signs_A_Semiotic-Cultural_Approach_to_Students'_Types_of_Generalization). Data do acesso: 01/12/2019.

SCHNEIDER, A. **A Aprendizagem da Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

SOUZA, K. C. S.; BORGES, M. F. A Formação Matemática dos Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental Para a Docência. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. 2016. Disponível em: [http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5627\\_2384\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5627_2384_ID.pdf). Data do Acesso: 07/12/2019.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

Recebido em: 21 de março de 2021  
Aprovado em: 03 de julho de 2021