

ESTIMANDO AGLOMERAÇÕES: UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA INSPIRADA NA LITERATURA DE MALBA TAHAN

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.21.487-502>

Elenice Josefa Kolancko Setti¹
Rodolfo Eduardo Vertuan²

Resumo: Este relato apresenta uma atividade de Modelagem Matemática inspirada em um contexto literário e desenvolvida sobre um contexto real e atual, com estudantes de um curso técnico integrado ao Ensino Médio que ainda não haviam experienciado um trabalho de caráter mais investigativo. O foco deste trabalho é relatar o desenvolvimento desta atividade de modo a vislumbrar as ações dos alunos e os conceitos matemáticos que emergiram das discussões dos grupos, tecendo reflexões. De modo geral, os alunos tentam elencar possibilidades de ação, recorrendo a conhecimentos que já possuem; legitimam (ou não) o conceito que utilizam no encaminhamento da resolução; recorrem à tecnologia digital quando consideram necessário e, quando os conceitos que conhecem não dão conta de responder ao problema, recorrem aos professores.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Interdisciplinaridade.

ESTIMATING AGGLOMERATIONS: A MATHEMATICAL MODELING ACTIVITY INSPIRED BY MALBA TAHAN LITERATURE

Abstract: This report presents a Mathematical Modeling activity, inspired by a literary context, developed within a real and up-to-date context, with students, from a High School technical course, who had not until then experienced an assignment of investigative nature. The focus of this report is to describe the development of such an activity in order to envision the actions of the students and the mathematical concepts that emerged from the groups' discussions, outlining an analysis. In broad terms: the students try to list possibilities of actions, considering the knowledge they already have. They might justify the concept they use in the resolution; they approach digital technology when they consider it necessary and, when the concepts they know don't seem to solve the problems, they may contact the teachers.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Interdisciplinarity.

Introdução

Ainda nos parece tímido o enfoque dado, no ensino, à relação entre Matemática e Literatura, e para muitas pessoas essa relação parece soar estranha. No entanto, Malba Tahan³ mostrou que é possível ensinar Matemática a partir da literatura e ensinar literatura atentando para aspectos da matemática.

Para Souza e Oliveira (2010, p. 960),

[...] desenvolver um ensino que aborde matemática e literatura é uma

¹ Mestre em Ensino de Matemática. Instituto Federal do Paraná/IFPR. E-mail: elenice.setti@ifpr.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3170-3396>.

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR. E-mail: rodolfovertuan@utfpr.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0695-3086>.

³ Pseudônimo do Professor e escritor Julio Cesar de Mello e Souza.

alternativa metodológica repleta de possibilidades, pois contribui para a formação de alunos leitores que se apropriam da leitura como prática social, capazes de utilizar os elementos necessários para compreender um texto. Contribui ainda para a formação de alunos conhecedores da linguagem, conceitos e ideias matemáticas; que sabem utilizar diferentes estratégias para resolver problemas — elaborando e testando hipóteses — e relacionar suas experiências ao saber matemático.

Neste texto, apresentamos o relato de uma atividade de Modelagem Matemática, que foi inspirada por um contexto da Literatura e caminhou para uma investigação Matemática. De modo geral, a partir da leitura do livro “O Homem que Calculava”, suscitamos entre os alunos de um curso técnico de Informática integrado ao Ensino Médio, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. O enredo inspirador da atividade se passava numa época em que não existiam tecnologias digitais e culminou na exploração de uma situação similar da atualidade, onde estamos amparados por diferentes tecnologias que podem auxiliar na investigação e solução de um problema.

Ao desenvolver atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica, por se caracterizarem como atividades abertas e de investigação, o professor possibilita aos estudantes um espaço de construção do conhecimento não só matemático.

Buscamos relatar o desenvolvimento desta atividade de modo a vislumbrar as ações dos alunos e os conceitos matemáticos que emergiram das discussões dos grupos, assim como tecer reflexões sobre o desenvolvimento de atividades de Modelagem na sala de aula.

Matemática e Literatura: um encontro interdisciplinar

A atividade relatada foi desenvolvida em um contexto diferente das aulas de Matemática habituais, uma vez que partiu de um contexto extra matemático e suscitou a formulação e resolução de um problema real. Este modo de se trabalhar matemática é o que diversos autores denominam de Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, BURAK, 2004; BARBOSA, 2004). De modo geral, não é só o olhar matemático sobre as diversas situações da realidade, mas um olhar interdisciplinar, onde para além de ensinar Matemática, Física, Química, Biologia ou Literatura, visa ensinar o aluno a pensar, a investigar, a resolver problemas, trabalhar em grupo, organizar ideias e matematizar.

Deste modo, entendemos a Modelagem Matemática como “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente

matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 17). Por abordar um problema não essencialmente matemático é que pode haver uma relação entre Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade.

Embora pareça consenso que toda atividade de Modelagem Matemática apresenta um caráter interdisciplinar, visto que se inicia a partir de uma situação extra matemática, autores (JAPIASSU, 1976; FAZENDA, 2011) afirmam que não há um único entendimento sobre interdisciplinaridade. No contexto da Educação Matemática, a interdisciplinaridade pode ser entendida como “diferentes propostas, com diferentes perspectivas, entre elas, aquelas que defendem um ensino aberto para inter-relações entre Matemática e outras áreas do saber científico ou tecnológico, bem como com as outras disciplinas escolares” (TOMAZ; DAVID, 2008, p.14).

Acreditamos na relevância da relação entre Matemática e Literatura, pois, concordamos com Menezes (2011, p.71), quando afirma que “o sucesso dessa combinação resulta de a literatura criar condições para o desenvolvimento do conhecimento e das capacidades matemáticas dos alunos, reforçando as ligações afetivas à disciplina”.

O autor afirma, ainda, que “[...] a aprendizagem depende da capacidade de o aluno estabelecer conexões entre o seu conhecimento e as diferentes matérias que está a estudar e igualmente entre elas” (MENEZES, 2011, p. 68).

Deste modo, acreditamos que o trabalho que envolve Modelagem Matemática e Literatura tem potencialidades de, além de desenvolver conceitos relacionados às ambas disciplinas, Matemática e Língua Portuguesa, contribuir com o desenvolvimento integral do aluno.

“Os estudantes que calculavam”

A atividade intitulada “Qual é o público?” foi desenvolvida com uma turma do primeiro ano do curso técnico de Informática integrado ao Ensino Médio de um campus do Instituto Federal do Paraná, composta por 46 alunos.

Para a coleta de dados, utilizamos gravações de áudio e vídeo e as anotações dos alunos. As gravações foram transcritas na íntegra e a partir destas transcrições selecionaram-se episódios que manifestaram ações dos alunos no desenvolvimento da atividade e os conteúdos que emergiram das discussões dos grupos.

Tudo começou com a proposta da leitura do livro “O homem que calculava” de

Malba Tahan⁴. Os feitos de Beremiz, personagem principal do livro, causaram admiração aos alunos e, neste contexto, pensou-se em aproveitar o ensejo de “Malba Tahan”, para iniciar, pela primeira vez, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática com a turma.

A atividade foi desenvolvida nas aulas regulares de Matemática, totalizando seis horas aulas. Inicialmente, realizou-se um *feedback* do contexto da história com uma atenção maior ao trecho do livro que trata da contagem de folhas de uma árvore.

Passou-se a discutir e a levantar hipóteses acerca de como Beremiz, o homem que calculava, havia realizado os cálculos e como hoje poderíamos utilizar a mesma estratégia para determinar a quantidade de pessoas em um show, passeata, palestra ou manifestação, por exemplo. Uma aluna sugeriu que Beremiz contava inicialmente a quantidade de folhas em um galho, depois contava a quantidade de galhos e multiplicava os valores. Comparativamente, depois de algumas discussões, chegaram à conclusão que para estimar a quantidade de pessoas em certo local, primeiramente devemos saber quantas pessoas estão presentes em uma região de área igual a $1m^2$, calcular a área do local e, por fim, multiplicar essa quantidade de pessoas pela área do local.

A1⁵: Profe, eu vi que ele fazia tipo assim, um galho tinha tantas folhas e tantos galhos e fazia mais ou menos assim, quanto que dava em folhas. Tipo assim.

P: Como que a gente pode chamar isso? Será que a quantidade de folhas era exatamente a quantidade?

A1: Aproximadamente!

P: Aproximadamente né. Será que hoje a gente utiliza a mesma estratégia que Beremiz utilizava, para contar folhas de árvores, para alguma coisa?

A2: Não... não... claro que não... nunca. Hoje é tudo na tecnologia. Hoje você já tira foto da árvore lá e já fala o tanto de folha que tem.

[...]

P: Por exemplo, quando a gente vai em uma festa, aí você chega em casa e sua mãe pergunta: Quantas pessoas tinha lá na festa?

[...]

A1: Ah... e fala tem umas 30.

P: Mas o que você usa como parâmetro pra dizer quantas pessoas tinha na festa?

A2: Lógica, volume.

A1: O tamanho do lugar.

P: tamanho do lugar, isso é importante.

A1: Se está muito tumultuado.

A3: eu calculo a área.

A2: eu calculo o volume, e dentro desse volume, quantas pessoas.

[...]

⁴ A atividade foi desenvolvida no ano de 2016.

⁵ A1: Aluno 1; A2: Aluno 2... e assim por diante. P: professora.

A4: Se vender ingresso, conta.

P: Ah se vender ingresso, conta a quantidade de ingresso. E se você não tem acesso a isso? À venda de ingressos?

Neste episódio, os alunos observaram que Beremiz utilizava alguma estratégia, ou seja, não contava um a um os objetos. De todo modo, ao serem questionados se hoje utilizamos alguma estratégia parecida, apontam o uso da tecnologia como recurso para determinar grandes quantidades. Neste sentido, é interessante observar que o livro foi escrito por Malba Tahan no ano de 1938, quando a tecnologia digital ainda não existia, e ainda, o enredo do livro se passa na região da cidade de Bagdá por volta do ano 1300. Deste modo, a partir da fala dos alunos, podemos inferir que, para eles, as estratégias matemáticas desenvolvidas nestas épocas já não são viáveis nos dias de hoje frente às tecnologias digitais disponíveis. Ainda assim, partindo dos feitos do personagem, podemos investigar, com o auxílio da tecnologia, como determinar grandes quantidades de objetos e pessoas. Este movimento caracteriza-se como um início da fase de inteiração de uma atividade de Modelagem Matemática, onde os estudantes estão conhecendo o tema, buscando informações. “A inteiração conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15).

Os alunos, afirmam, ainda, que a quantidade encontrada não é exata e sim aproximada, suscitando o conceito de estimativa e desmistificando a ideia de que Matemática é uma disciplina rígida que só trabalha com resultados exatos. Logo, para estimar a quantidade de pessoas presentes em um determinado local consideraram aspectos como: lógica e volume, o tamanho do lugar, a aglomeração, a venda (ou não) de ingressos e o tipo físico das pessoas.

Os conceitos matemáticos que emergiram foram multiplicação, área, volume e estimativa. No entanto, neste momento da atividade, eles foram elencados apenas como indicativos de possíveis estratégias de resolução do problema, quando os alunos dizem que precisam saber o tamanho do local e se este local está tumultuado.

Eles foram questionados então sobre quantas pessoas caberiam em $1m^2$. Alguns disseram oito, outros seis. Em seguida, questionou-se se em qualquer situação a quantidade de pessoas por metro quadrado seria sempre a mesma.

P: Pessoal, como que vocês acham que as pessoas responsáveis por festas, shows, as pessoas da administração da cidade, como que eles estimam a quantidade de pessoas em um show que é gratuito, por exemplo. Que não tem ingresso.

A2: ingresso... quantidade de alimento.

A5: Drone.

P: Por exemplo, vamos ter um show aqui no parque de exposição.

A5: tem que saber o tamanho.

A3: calcular o volume.

A2: Mas se você calcular o volume, véio, não vai dá pra descobrir, tem que calcular os metros quadrados.

A6: quantidade de pessoas por metro, sei lá. E contar quantos metros tem o local.

P: Isso, e quantas pessoas cabem em média em $1m^2$?

A4: oito.

A6: mais ou menos oito.

A7: É dez.

A4: É mais ou menos a média. É oito.

P: como você sabe?

A4: ah eu tinha visto em algum lugar, agora se for só eu e o Vítor cabe dois.

A8: Professora, depende da pessoa, é cinco. Se tiver mais volume é cinco.

A4: Olha o A5, cabe 24.

A9: depende.

Chegaram a um acordo de que necessitariam saber a área do local e quantas pessoas ocupam cada metro quadrado desta área. Desse modo, experimentalmente, os alunos passaram a investigar a capacidade de pessoas em um metro quadrado. Neste episódio, os conceitos que emergiram foram área e volume. Contudo, nesta parte da atividade, os alunos apenas afirmam que precisam descobrir a área do local e citam volume, talvez devido aos tipos físicos dos alunos e a influência disso no preenchimento do espaço.

Passaram, então, a investigar, a partir da construção de uma região quadrada de área $1m^2$ no chão da sala, quantas pessoas caberiam nela. Deste modo, cada grupo de alunos construiu o seu quadrado cuja área era de $1m^2$ utilizando fita métrica ou régua e fita crepe. Eles mesmos, por experimentação, determinaram quantas pessoas caberiam em uma área de $1m^2$ em várias situações, de pequenas, médias e grandes aglomerações (Figuras 1 e 2).

Figura 1: Alunos medindo os segmentos para formar o quadrado de 1 metro de lado



Fonte: Arquivo dos autores (2016).

Figura 2: Grupo de alunos determinando experimentalmente a quantidade de pessoas que cabem em 1 m^2



Fonte: Arquivo dos autores (2016).

Após a experimentação, os alunos passaram a socializar os valores que definiram. Os alunos pensaram em quantidades de pessoas por metro quadrado em diferentes locais e em diferentes situações. Após a socialização de todos os grupos, os estudantes definiram, em consenso, um parâmetro para a quantidade de pessoas por metro quadrado. Essa definição se deu levando em conta que quando há aglomeração de pessoas, ela dificilmente é homogênea. Neste sentido, os alunos pensaram nestes quatro parâmetros: pequena concentração (2 pessoas), média concentração (5 pessoas), grande concentração (8 pessoas) e “muito grande” concentração (10 pessoas), para poder pensar e modelar diferentes situações.

A maioria dos grupos pensou em um parâmetro para festas ou shows. Por isso, a partir dos parâmetros determinados, os alunos passaram a investigar a seguinte questão: *Como determinar a quantidade de pessoas presentes em um show no Centro de Eventos da cidade a partir de uma foto aérea do show?*

Passaram então a pensar em um modelo matemático que pudesse representar a situação e resolver o problema. Questionados sobre quais aspectos deveriam levar em consideração, um aluno atentou para o espaço do show, e outro, para o tipo de show. Um terceiro aluno argumentou que bastaria contar os ingressos vendidos. Contra argumentou-se, então, no caso de o show ter entrada livre, que é o que aconteceu nas últimas edições da festa do município.

Quando o aluno disse que deveríamos levar em consideração o tamanho do lugar, questionou-se: Quantos metros quadrados tem o espaço para shows no Parque de

Exposições? Projetou-se então uma foto (Figura 3) de um show que aconteceu no Centro de Eventos da cidade.

Figura 3: Foto aérea de um show no Centro de Eventos.



Fonte: <http://mapio.net/pic/p-20930388/>

Alguns alunos observaram que as pessoas se aglomeravam mais perto do palco e à medida que as pessoas ficavam mais longe do palco a concentração era menor.

A10: Eu pensei em a gente pesquisar na internet qual o tamanho do local, aí depois a gente vê na foto aérea

[...]vamos imaginar que a gente tem uma foto do local, a gente vai fazer um quadradinho lá na imagem e ver quantas pessoas têm naquele quadradinho que representa o metro quadrado, ok? E a gente vai ver quantos metros quadrados têm, vai comparar com quantas pessoas têm em cada metro quadrado, entendeu?

A11: Eu pensei em ir direto lá no local do evento, medir o quanto, o local onde a pessoa estava, ver quantos metros quadrados dá. [...]

A10: Porém vocês gastariam a maior parte do seu tempo, medindo com uma fita, sei lá, o tamanho do local.

A11: Mas nós temos que medir lá.

A10: Não, porque o local já foi medido, e nós temos as informações na internet.

A11: Você tem, mas só que tipo, vai ter lugar que vai ter mais aglomerado, e você não vai ter, metro quadrado aqui, metro quadrado ali, vai ter pessoas com mais concentração na frente e menos concentração atrás, isso que eu tô querendo dizer.

A10: Então a gente poderia ver quantas pessoas têm por metro quadrado na frente, no meio e atrás.

[...]Eu pensei assim, a gente poderia ver quantos metros quadrados tem no total[...]A gente vê quantas pessoas têm por metro quadrado aqui, aqui e aqui.

A11: Três locais?

A10: E dividir, três locais, meio, frente e atrás. Dividir em três partes, vamos ver quantos têm em cada um, aqui vai ter um número, aqui outro, e aqui outro. Somamos eles e vai dar um número próximo. Provavelmente.

Neste episódio os alunos elaboram hipóteses e elencam simplificações que

utilizariam no desenvolvimento da atividade de Modelagem: pesquisar o tamanho do local; fazer quadradinhos na imagem e ver quantas pessoas têm em cada quadradinho; ver quantos metros quadrados tem o local; comparar com quantas pessoas têm em cada metro quadrado. Características, estas, de uma atividade de Modelagem Matemática (ALMEIDA; DIAS, 2004).

As descrições matemáticas são realizadas via formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações das informações obtidas na fase da inteiração. Tais processos, no entanto, não implicam em considerar apenas um recorte da situação inicial, mas considerar o quê dessa situação inicial influencia fortemente o problema investigado e, portanto, importa para a solução da questão elaborada, de modo que, ao simplificar tenhamos um retrato da realidade e não um a realidade desconfigurada e, portanto, diferente daquela em que o problema existe (VERTUAN, 2013, p. 34).

No entanto, enquanto um aluno sugere ir até o local e realizar as medições, o outro diz que alguém já realizou estas medições, logo devem estar disponíveis na internet. Deste modo, este episódio alerta para o fato de que a tecnologia, mais especificamente o acesso à internet, pode ser uma ferramenta importante e uma aliada em uma investigação matemática.

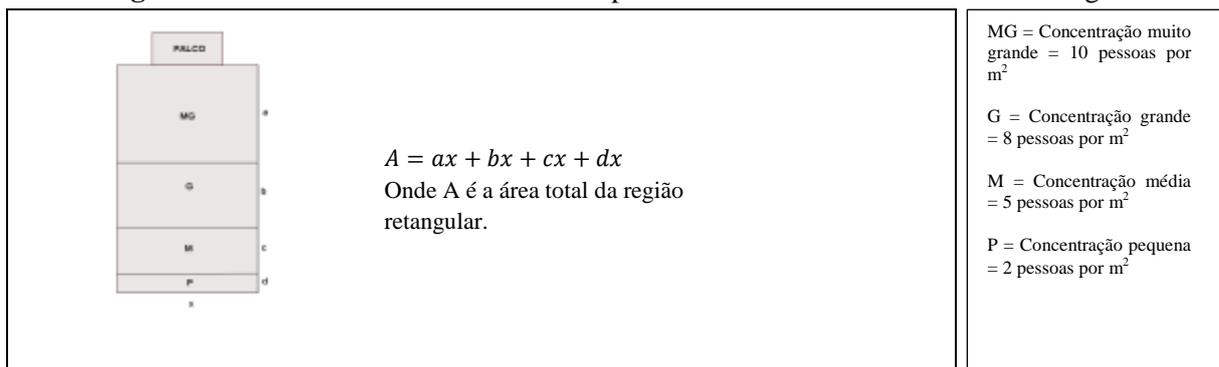
Quando A11 diz: “[...] vai ter lugar que vai ter mais aglomerado [...]” – inaugura um novo movimento no encaminhamento da resolução, já que antes disso as pessoas queriam saber o número médio de indivíduos que cabiam em um metro quadrado. A partir dessa fala, eles percebem que as aglomerações, em eventos com muita gente, não se comportam uniformemente. Na continuação do diálogo, A10 lança uma nova hipótese de como se dá essa concentração – “Então a gente vê quantas pessoas têm por metro quadrado na frente, no meio e atrás”. Por fim, chegam à conclusão de que devem dividir a imagem em três locais, frente, meio e atrás, descobrir a área de cada local e determinar quantas pessoas teriam nesses locais. Assim, os conceitos que emergiram neste episódio foram: medidas, área e estimativa.

Cada grupo apresentou como pensou para calcular a quantidade de pessoas num determinado local. No entanto, os alunos pensaram em um local retangular, não se atentando em observar a forma geométrica do espaço investigado. Todos os grupos pensaram mais ou menos da mesma forma: calcular a área do local e multiplicar pela quantidade de pessoas por metro quadrado em cada região. Na exposição dos alunos, eles explicavam como procederiam para resolver o problema, apresentando esboços de regiões retangulares com supostas medidas numéricas, que consideramos modelos da situação. Os grupos estavam discutindo uma maneira de calcular a quantidade de pessoas, sempre pensando em supostas medidas do

local, pois, neste momento, ainda não o havíamos definido. Os alunos não pensavam em representar essas medidas com variáveis, estavam preocupados em trabalhar com a medida numérica. Deste modo, a professora intervém para ajudá-los a pensar algebricamente, utilizando variáveis. Essa intervenção da professora é devido aos alunos pouco algebrizarem e recorrerem a uma generalização das situações investigadas de modo autônomo no contexto escolar.

Deste modo, a partir das estratégias que os alunos apresentaram, passou-se a construir um modelo matemático algébrico da situação, pensando em variáveis para representar as dimensões do local retangular, como os alunos haviam investigado (Figura 4). Por modelo, entende-se como sendo “uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.13). Pode ser uma equação, uma tabela, um gráfico, entre outros.

Figura 4: Modelo matemático encontrado para determinar a área de um local retangular.



Fonte: elaborado pelos autores.

De acordo com os parâmetros determinados experimentalmente, $MG = 10$ pessoas; $G = 8$ pessoas; $M = 5$ pessoas e $P = 2$ pessoas, o modelo matemático para estimar a quantidade de pessoas em um local retangular, construído pelos alunos, foi:

$$Tp = 10ax + 8bx + 5cx + 2dx$$

Onde Tp representa a quantidade total estimada de pessoas em um local retangular.

Mesmo em se tratando de um modelo algébrico simples, o consideramos de fundamental importância no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos e a capacidade de realizar generalizações, além de mostrar que o estudo de álgebra é importante para a solução de problemas da realidade. “Generalizar é a capacidade de concluir a partir de particularidades, a fim de identificar aspectos comuns e expandir domínios de validade” (ALMEIDA; PALHARINI, 2012, p. 914). Ela é importante pois estabelece um

resultado mais geral, válido para outros casos (ALMEIDA; PALHARINI, 2012).

No entanto, após a socialização dos grupos, questionou-se se o local destinado ao público no Centro de Eventos era realmente retangular. Apesar de alguns conhecerem o local, não se lembravam do formato. Um aluno sugeriu que olhassem no *Google Maps*⁶.

O fato de não terem se atentado para o formato do local pode sinalizar para um dos aspectos da Modelagem Matemática, pouco praticado nas salas de aula, o de se inteirar da situação e dessa inteiração coletar dados que viabilizem a investigação, sem ter que recorrer à invenção de informações, como os alunos haviam feito até então. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013), as ações dos alunos estão associadas à diferentes fases da Modelagem, inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação. Estas fases podem ser revisitadas sempre que necessário e o tempo dedicado a cada uma delas vai depender da situação envolvida.

Para auxiliar os grupos, fez-se duas perguntas auxiliares: *Qual é a capacidade de pessoas do local destinado ao público dos shows? A partir da foto aérea que vocês (alunos) selecionaram, quantas pessoas possivelmente estavam presentes no show?*

Neste sentido, os grupos passaram a investigar no *Google Maps* o local destinado ao público nos shows da festa do município (Figuras 6).

Figura 6: Pesquisa no Google Maps no notebook e *smartphone*.



Fonte: Arquivo dos autores (2016).

Após observarem que o local tinha um formato circular, passaram a investigar algumas características do círculo como: diâmetro, raio, corda e área. Explorando o *Google Maps*, lembraram que na aula de Geografia estudaram o conceito de escala e usaram-no para determinar o raio da região circular, medindo aproximadamente o diâmetro do local na tela do notebook ou do celular com uma régua e comparando esta medida com a escala apresentada no *Google Maps* (Figura 7). Outros grupos descobriram a função “medir distância” no mapa online e a utilizaram para conseguir as medidas reais do local.

⁶ Google Maps é um serviço de pesquisa e visualização de mapas e imagens de satélite da Terra gratuito na web fornecido e desenvolvido pela empresa estadunidense Google.

Quando um aluno toma consciência dos conceitos matemáticos que conhece, das estratégias que pode utilizar frente a um problema específico e dos modos como se dá sua aprendizagem, pode otimizar suas ações de modo a potencializar a apreensão de conhecimentos e o desenvolvimento cognitivo (VERTUAN; ALMEIDA, 2016, p. 1074).

É importante destacar que, no momento de socialização das resoluções, os diferentes alunos passam a conhecer e aprender sobre as estratégias e conceitos utilizados pelos demais grupos.

Figura 7: Imagem do Google Maps



Fonte: Adaptado de Google

À medida que exploravam o mapa, os alunos teciam comentários sobre como encontrariam a solução para o problema.

A12: como faz pra calcular um metro redondo, não faço a mínima ideia.

A13: não existe metro redondo cara [...] ó, cheguei em 7 105 metros quadrados.

A12: mas tipo, você tá tentando achar o tamanho do espaço ou quantas pessoas?

A13: o tamanho, mas não deve ser muito diferente disso porque, se você pensar em 200 metros quadrados não cabem nem 1000 pessoas.

A12: ô professora!!! Num círculo, tem que achar o raio dele?

P: hum, tem que envolver o raio né.

A12: vai ter que medir o raio na parte de cima.

A13: aplicar o Teorema de Tales lá.

A12: dá pra ver também no de Química, tinha como você medir o raio.

A13: não, mas você não vai ter que descobrir só, você vai ter que comparar. De um círculo pequeno.

Por se tratar de um círculo com um tamanho considerável, a ajuda do aplicativo *Google Maps* foi essencial. O aplicativo trabalha com imagens de satélite e com escala. Deste modo, os alunos puderam ter uma visão aérea do local e determinar suas dimensões.

O conceito de área foi bem evidenciado neste episódio. No entanto, percebe-se que

alguns alunos ainda possuem dúvidas quanto à unidade de medida de área. Na fala de A12 essa percepção fica evidenciada – “*como faz para calcular um metro redondo?*”. Essa fala sugere que o aluno acredita que o metro quadrado é associado apenas a figuras retangulares. Contudo, o colega logo em seguida o corrige – “*não existe metro redondo*”. Muitas vezes acreditamos que alguns conceitos estão claros para todos os alunos, mas, para alguns, ainda há dúvidas ou defasagens. Deste modo, o trabalho em grupo faz com que os alunos troquem ideias e resgatem esses conceitos.

Fox (2006), por exemplo, considera que, sendo as atividades de Modelagem projetadas para serem desenvolvidas em pequenos grupos, os alunos desenvolvem e compartilham conceitos, explicações, justificativas e representações matemáticas, e, deste modo, estas atividades oportunizam a colaboração social e o desenvolvimento de habilidades de comunicação. O autor considera, ainda, que, em atividades de Modelagem Matemática, as pessoas discutem, debatem, aperfeiçoam suas ideias, ouvem e colaboram com seus pares e, quando apresentam o modelo final para os colegas, comunicam suas ideias matemáticas, e, deste modo, ocorrem oportunidades para o questionamento crítico e a justificação (FERRUZZI; ALMEIDA, 2015, p. 379).

Quando a dúvida é de todos os membros do grupo, recorrem à professora ou até mesmo à pesquisa na internet.

Ainda neste episódio há um embate entre dois alunos. A13 insiste em utilizar o que desenvolveram para a região retangular para pensar na circular. Para isso, sugere a regra de três, supondo que há proporcionalidade entre as duas figuras. No entanto, A12 manifesta que devem utilizar o raio da figura circular para resolver o problema, o que de fato é feito.

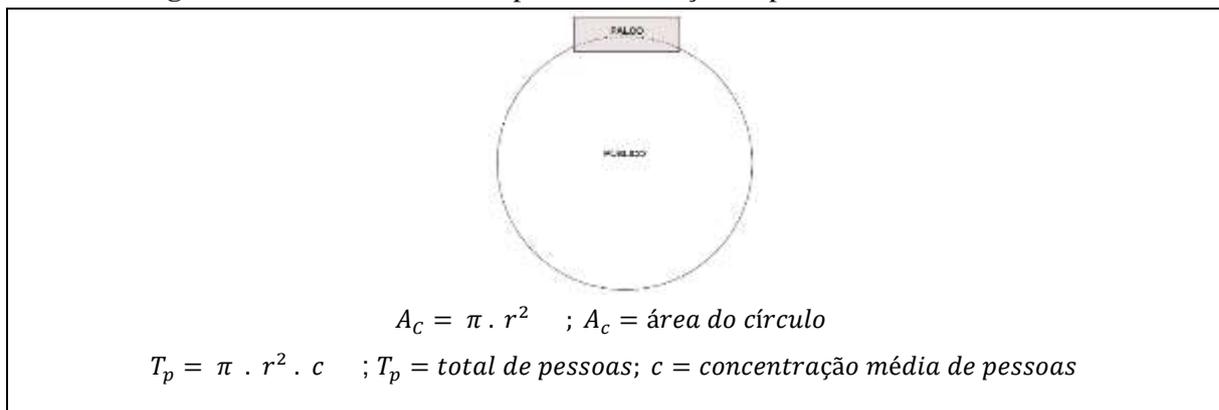
Os conceitos que emergiram neste episódio foram: Circunferência e Círculo, Regra de Três, Teorema de Tales. Entretanto, observa-se que os conceitos de circunferência, círculo e regra de três foram apresentados e acatados pelo grupo, talvez por atribuírem certa legitimidade frente ao problema proposto. O que não ocorreu com o conteúdo de Teorema de Tales. Ele foi apresentado pelo aluno, mas os demais não acataram, não dando sequer importância a ele. Isso porque o conteúdo poderia não parecer legítimo, ou ainda, porque não “combinava” com a situação.

A familiarização dos alunos com atividade de Modelagem pode resultar, para além de uma compreensão acerca do que constitui uma atividade de Modelagem, em um aumento no repertório de estratégias de resolução e em certa autonomia frente à utilização dos conceitos matemáticos, suas propriedades e sua importância no contexto do problema (VERTUAN; ALMEIDA, 2016, p. 1074).

Quando os alunos pensam em formas de resolver um problema, é possível que realizem associações com o que estudam também em outras disciplinas, como evidencia a fala de A12 – “dá pra ver também no de Química, tinha como você medir o raio”.

Após alguns momentos de discussão, utilizaram a fórmula da área do círculo para determinar a área da região. Para determinar a capacidade de pessoas do local, alguns grupos decidiram calcular uma média de concentração, considerando os quatro parâmetros estabelecidos anteriormente. Para isso, adicionaram os valores para pequena concentração (2), média (5), grande (8) e muito grande (10) e dividiram por quatro, encontrando uma concentração média aproximada de seis pessoas por m². Depois, multiplicaram esse número pela área e encontraram o número de pessoas que poderiam assistir à um show no centro de eventos, representando a concentração de pessoas em um local circular como na Figura 9.

Figura 9: Modelo Matemático para concentração de pessoas em um local circular.



Fonte: elaborado pelos autores.

Embora no momento do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática não tenhamos retomado as discussões a partir da leitura do livro de Malba Tahan, uma reflexão realizada após a realização da atividade, é de que o retorno ao livro e à discussão sobre como Beremiz poderia ter calculado o número de folhas de uma árvore, deveria ter sido feito. Neste caso, os alunos poderiam comparar as estratégias e, talvez, realizar uma atividade como reescrever o capítulo do livro a partir das estratégias desenvolvidas por eles.

Considerações finais

A atividade de Modelagem Matemática relatada iniciou-se a partir de um contexto literário, a obra de Malba Tahan. Em seu desenvolvimento, os indícios de interdisciplinaridade com outras áreas se deram à medida que os alunos necessitavam de conceitos de outras disciplinas para entender ou resolver o problema. Por exemplo, o conceito

de escala estudado na disciplina de Geografia.

Neste contexto, é interessante observar que os alunos começam a buscar em outras disciplinas e em outras áreas do conhecimento ou experiências anteriores similaridades com o que estão fazendo. Nesta situação, buscaram numa atividade de Química estabelecer relações com círculo e raio.

Outro aspecto que se configurou nesta atividade foi a presença da tecnologia digital, com o uso de notebooks e celulares. Destaca-se o uso de celulares, tão condenados no contexto escolar, e que, nessa aula, foi importante recurso para a investigação do problema.

Outro aspecto importante a se considerar é que a discussão sobre o conteúdo e sua sistematização se dá de modo diferenciado das aulas em que os alunos geralmente vivenciam. Assim, em atividades de Modelagem Matemática a aprendizagem dos alunos parece acontecer de forma distinta àquela construída segundo o paradigma do exercício, isso porque os papéis dos alunos são diferentes (SANTANA; BARBOSA, 2012). Pois, a abordagem partiu da necessidade do aluno, em entender um conceito, para desenvolver a atividade e resolver um problema. Nestes contextos é que a ressignificação ou a aprendizagem de um novo conteúdo pode acontecer.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. de; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W. de; PALHARINI, B. N. Os "Mundos da Matemática" em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 907-934, Ago, 2012.

ALMEIDA, L. M. W. de. SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1 ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, Lisboa, n.4, p. 73-80, 2004.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004. Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

FAZENDA, I. C. A. **Integração e Interdisciplinaridade no Ensino Brasileiro: Efetividade ou Ideologia**. 6.ed. São Paulo: Edições Loyola, 2011.

FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M. W. de. Diálogos em modelagem matemática. **Ciência & Educação (bauru)**, [s.l.], v. 21, n. 2, p. 377-394, jun. 2015.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. 1 ed. Rio de Janeiro: Imago,

1976.

MENEZES, L. Matemática, Literatura e Aulas. **Educação e Matemática**, 115, p.67-71, nov. 2011.

SANTANA, T. S.; BARBOSA, J. C. A Intervenção do Professor em um Ambiente de Modelagem Matemática e a Regulação da Produção Discursiva dos Alunos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n.43, p. 991-1020, ago. 2012.

SOUZA, A. P. G. de; OLIVEIRA, R. M. M. A. de. Articulação entre Literatura Infantil e Matemática: intervenções docentes. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n 37, p. 955 a 975, dez. 2010.

TAHAN, M. (Júlio César de Mello e Souza). **O homem que calculava**. 84.ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 2013.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

VERTUAN, R. E. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 248 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1070-1091, dez. 2016.

Recebido em: 24 de agosto de 2020
Aprovado em: 22 de setembro de 2020