

FRAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O QUE REVELAM AS PESQUISAS PUBLICADAS NO BRASIL DE 2013 A 2019

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.20.8-37>

Nilce Fátima Scheffer¹
Arthur Belford Powell²

Resumo: Melhorar o desempenho em matemática nas escolas de Educação Básica depende principalmente da compreensão e proficiência dos alunos com números racionais, especialmente frações. O que revelam as pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de frações? Para aprender frações, qual o papel das representações gráficas, dos materiais manipulativos e das tecnologias digitais? O estudo explora estas questões através da análise de dissertações, teses e artigos brasileiros publicados de 2013 a 2019, os quais investigam o conhecimento de frações na educação básica. Esta investigação utilizou a análise qualitativa e documental para organizar e categorizar dados de uma amostra de 56 estudos. Os resultados indicam que as dissertações, teses e artigos relatam reflexões práticas e teóricas sobre processos cognitivos, interpretações semânticas e abordagens pedagógicas com diferentes materiais manipulativos e digitais relacionados ao conhecimento da fração. Além disso, as dissertações, teses e artigos oferecem propostas instrucionais que enfatizam as interpretações de parte-todo, de medida e de magnitude para frações.

Palavras-chave: Pesquisa em Educação Matemática. Números racionais. Frações. Ensino e aprendizagem de frações.

FRACTIONS IN ELEMENTARY AND SECONDARY EDUCATION: WHAT BRAZILIAN RESEARCH PUBLISHED FROM 2013 TO 2019 REVEALS

Abstract: Mathematics performance in elementary and secondary schools depends mainly on students' understanding and proficiency with rational numbers, especially fractions. What does research reveal about the teaching and learning of fractions? For fraction learning, what are the roles of graphical representations, manipulative materials, and digital technologies? This study explores these questions by analyzing Brazilian dissertations, theses, and articles published from 2013 to 2019 that investigate questions concerning fraction knowledge in elementary and secondary schools. This investigation used qualitative, documental analysis to organize and categorize its corpus of 56 studies. The study's findings indicate that the dissertations, theses, and articles report practical and theoretical reflections about cognitive processes, semantic interpretations, and pedagogical approaches with different manipulative and digital materials related to fraction knowledge. Furthermore, the dissertations, theses, and articles offer instructional proposals that emphasize the part-whole and measure interpretations of fractions and fraction magnitude.

Keywords: Mathematics education research. Rational numbers, Fractions. Teaching and learning of fractions.

Introdução

O ensino de frações na Educação Básica brasileira assume importância na área da

¹ Doutora em Educação Matemática pela UNESP - Rio Claro, SP. Professora de Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, Chapecó SC, Brasil. E-mail: nilce.scheffer@uffs.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9199-9750>

² Doutor em Educação Matemática pela RUTGERS University-New Brunswick. Professor titular de Educação Matemática da RUTGERS University, Newark, NJ, EUA. E-mail: powellab@newark.rutgers.edu – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6086-3698>

Matemática porque promove também o desenvolvimento de pensamento algébrico. A justificativa para tal importância se dá pelas pesquisas desenvolvidas por Campos e Rodrigues (2007), Justulin e Pirola (2008), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), Ponte (2014) e Powell (2018, 2019a), ao destacarem que, do ponto de vista matemático, a compreensão do número racional fornece a base sobre a qual são construídas, posteriormente, as noções de operações algébricas elementares, do inverso multiplicativo, da porcentagem, das operações na forma decimal e fracionária, da probabilidade, do infinito, da densidade, de linha numérica e de limite, que, embora não relacionadas diretamente à Educação Básica, mas a níveis posteriores do ensino, passam por simbolização e representação, sendo consideradas pilares fundamentais do conhecimento matemático. Tais aspectos são discutidos também com professores em formação inicial e continuada, os elementos que conduzem essa formação, segundo Moreira e David (2005), são, pois, os modos de conhecer e de investigar que necessitam de estudo e, consequentemente, de processos didáticos.

De acordo com Powell e Ali (2018), o princípio norteador subjacente à noção de senso fracionário é que o conhecimento e as ações que um indivíduo incorpora são fundamentados na criação de significado e não na aplicação de um algoritmo aceito ou de um fato memorizado. Esse aspecto influencia a ação pedagógica em escolas brasileiras, o que leva os estudantes à não construção de significados, mas simplesmente à memorização, tendo em vista apenas o momento da prova.

Em decorrência disso, a partir dos dados obtidos em <http://portal.mec.gov.br/>, o desempenho dos alunos em exames de larga escala, a exemplo do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) - Programme for International Student Assessment, da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), também sofre influência. Desse modo, conforme os dados do Portal do Ministério da Educação, o desempenho médio dos jovens estudantes brasileiros na avaliação de Matemática tem ficado aquém do desempenho de outros países membros da OCDE.

Assim, a obtenção de uma média relativamente baixa no contexto geral corresponde a resultados que envolvem também conhecimentos a respeito de frações, se constituindo em prejuízo de noções subjacentes e necessárias para os estudantes na construção de outros conceitos ao longo do período escolar. Segundo D'Ambrósio (1996), esses conceitos também dão preparo para seguir uma carreira científica em um futuro profissional; por outro lado, estão contemplados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) e na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Nesses documentos, estão apontados como objetivos do ensino de Matemática na escola, o que pressupõe os vários estudos já citados

sobre os números racionais e frações e, também, aqueles presentes em pesquisas realizadas com estudantes e professores de escolas brasileiras. O que evidenciaremos neste artigo são estudos concretizados em diferentes Programas de Pós-Graduação em Educação, em Ensino e Profissionais de Matemática do país e que se encontram também publicados no Portal da Capes (2019).

Inicialmente, destacamos como os pesquisadores brasileiros têm abordado e discutido a cognição e os processos de ensino e de aprendizagem relativos ao tema, a partir das pesquisas realizadas ou publicadas no país nos últimos sete anos (2013-2019), haja vista que se pode considerar como estado do conhecimento de dissertações, teses e publicações, aspecto que move o presente estudo, cujas questões de pesquisa contemplam:

a) Que conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem de frações as pesquisas, representadas pelas dissertações, teses e artigos brasileiros têm oferecido nos últimos sete anos?

b) Nessas pesquisas, quais são os papéis das representações figurais, dos materiais manipulativos e da utilização de tecnologias digitais?

Essas perguntas esclarecerão processos de ensino e de aprendizagem, a importância e o papel das representações, dos diferentes materiais manipulativos e tecnologias digitais, do livro didático e das tendências assumidas nos últimos sete anos pela Educação Brasileira na discussão do tema frações.

No percurso deste artigo, discutimos a respeito de materiais manipulativos e tecnologias que podem contribuir na discussão e construção do conceito de fração, e também a respeito de metodologia da pesquisa, tendo em vista o aspecto mais fortemente presente e fundante dos objetos de estudo no que tange à organização e modo de situar os processos de coleta, organização e análise das pesquisas relativas ao período analisado. Além disso, explicitamos discussões a respeito de definições da noção de fração nas diferentes interpretações investigadas nos dados, que consideram desde a interpretação parte-todo para frações até a interpretação de medida, passando pela razão, quociente e operadores, nas investigações e suas abordagens epistemológicas.

Outra reflexão contemplada nas pesquisas diz respeito à utilização de diferentes alternativas para o ensino e a aprendizagem de frações, que transitam entre materiais manipulativos e tecnologias digitais e, por fim, na discussão dos dados, trabalhamos com três categorias na busca de aproximações de tendências predominantes no estudo do tema frações no Brasil nos últimos sete anos, período em que a pesquisa também foi determinante e decisiva para a construção da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), política educacional

que passa a balizar ações escolares a partir de 2018. Nas considerações finais, destacamos o alcance do estudo em um diálogo com dados, resultados e referencial teórico, tendo em vista as contribuições das pesquisas para o estudo do tema.

Contribuições na construção do conceito de fração

O conceito de fração, segundo Powell (2018), assume dois níveis de abstração: um voltado para o conhecimento de número inteiro, que requer a análise de características qualitativas dos objetos, magnitude³, ordem, igualdade e desigualdade de quantidades; e outro, que requer a abstração de relações quantitativas seguidas de reconhecimento de magnitude, ordem, igualdade e desigualdade dessas relações. Desse modo, entender frações e outros tópicos da matemática escolar envolve abordagens como partição, mensuração, números e operações com números, ou seja, comparação de quantidades contínuas e descontínuas.

Um elemento importante que ocorreu na nossa reflexão se volta para como esses conceitos são trabalhados na escola, que materiais manipuláveis, softwares, jogos e demais opções digitais podem estar sendo decisivos na construção do significado de frações, envolvendo recursos que tornam possível a visualização, a imaginação, a criação e a representação oral, escrita e simbólica dos entendimentos e significados construídos. Segundo Oliveira, Menezes e Canavarro, “o sucesso da aprendizagem dos alunos neste tipo de atividade depende da concretização de uma estratégia de ensino que pressupõe diversos momentos, em que o trabalho dos alunos com tarefas matemáticas apoiadas por recursos didáticos é central” (2012, p. 558).

Nessa visão, a ideia de investigação transforma-se em oportunidade de criar, momento em que os estudantes, no decorrer das tarefas colaborativas, praticam e utilizam a linguagem simbólica matemática, falando sobre ações e percepções obtidas nas manipulações com o material, na visualização, na representação e no estabelecimento de relações matemáticas (POWELL, 2018, 2019b, 2019c; SCHEFFER; POWELL, 2019; PONTE, 2014; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2012; PAES, 2008; CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006; NUNES; BRYANT, 1997; MOSS; CASE, 1999). Por outro lado, a abordagem metodológica assumida neste estudo pressupõe investigar como as pesquisas e estudos brasileiros têm apresentado e discutido a construção de significados de frações a partir da investigação e prática com diferentes recursos. Nessa perspectiva, Oliveira, Menezes e Canavarro (2012, p.

³ Magnitude, para os autores, é considerada amplitude, extensão.

559) compartilham da ideia de que a simples utilização dos materiais não é suficiente para o desenvolvimento dos conceitos, destacando que é indispensável registrar o trabalho feito e refletir sobre ele.

Tratar de materiais manipuláveis e da sua utilização criteriosa na ação pedagógica pode contribuir para a reflexão no que tange às representações matemáticas de frações. Ou seja, dependendo do desempenho e dos conhecimentos prévios, os jogos e kits de materiais utilizados para comparação, construção de noções e relações fracionárias incentivam a experimentação e a manipulação, motivo pelo qual os trazemos à discussão.

Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) atribuem o sucesso da aprendizagem dos estudantes, quando trabalham individualmente ou em grupos, na resolução de problemas ou no trabalho com as ideias e relações matemáticas, à concretização de uma estratégia de ensino que pressupõe diversos momentos de tarefas matemáticas apoiadas em recursos didáticos e materiais manipuláveis. Os materiais específicos, estruturados ou não, ou os objetos do dia a dia, podem se constituir em recursos à ação didática, tendo em vista a criação de representações de objetos ou relações matemáticas, considerando, principalmente, o registro e a reflexão sobre o que se faz. Distintamente, Pais (2008) propõe a sequência didática composta pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, estudantes e o saber, cuja finalidade é desenvolver atividades dirigidas ao ensino e à aprendizagem.

No caso específico do tema frações, os aspectos positivos apontados nos trabalhos em estudo, quando da organização de sequências didáticas com o uso de materiais manipuláveis, foram: a possibilidade de manuseio das peças de um kit do Jogo das Partes⁴ para os estudantes realizarem experiências pessoais; o tipo de jogo envolvendo quadros ou discos de equivalência, que se mostra atraente pelo colorido das peças e pelas possibilidades de serem comparadas para detectar frações equivalentes; a visualização da representação geométrica de frações no papel ou na tela do computador, que suscita uma sequência de atividades envolvendo diferentes representações, além de outras construções e comparações.

Em relação a esses aspectos, autores – como Oliveira, Menezes e Canavarro (2012), Campos e Silva (2009) e Powell (2018) – enfatizam que, quando pensamos em Matemática e em sua representação, materiais específicos ou objetos do dia a dia constituem recursos para o professor e lhe servem como forma de criar representações e objetos matemáticos que envolvem diferentes medidas, por exemplo, de massa em uma balança em equilíbrio, bem como a representação de medidas lineares, de superfície e relações matemáticas. Para os

⁴ O Jogo das Partes envolve um Kit composto por tiras e discos divididos em partes iguais, feitos de papel cartão ou EVA.

autores, além da utilização dos materiais ter por objetivos fornecer informações teórico-práticas para o professor e valorizar as representações proporcionadas pelos materiais manipuláveis e pelas tecnologias digitais, conseqüentemente, esses materiais desempenham importante papel no registro das representações escritas, na sistematização das aprendizagens e na formalização de relações matemáticas.

Segundo Kelly (2006), todo professor deve contar com um conjunto de materiais manipuláveis como alternativa para traduzir ideias abstratas, uma vez que a representação interna das ideias matemáticas parte sempre do aluno e os materiais podem fornecer-lhe ajuda no estabelecimento de relações durante a aprendizagem. Outro aspecto destacado pela autora é que, além do professor esclarecer aos alunos o propósito da utilização dos materiais, esta deve ser devidamente planejada pelo docente.

Nos dias atuais, aliados aos materiais manipuláveis estão os ambientes informatizados e digitais como os recursos que os *smartphones*, *tablets* e computadores oferecem, a exemplo dos estudos desenvolvidos por Assis e Marques (2017), Scheffer e Heineck (2016), Scheffer (2015, 2016a, 2017) e Scheffer *et al.* (2018). Tais recursos ampliam a consideração dos significados matemáticos a partir da resolução de problemas, da interação entre professor e estudante, da construção de conceitos e da visualização. Nessa perspectiva, as tecnologias digitais proporcionam diferentes possibilidades, que podem ser incorporadas no trabalho pedagógico tornando possível a discussão, a reflexão, a visualização e reconhecimento da representação do conceito de fração de diferentes modos, o que é evidenciado nas pesquisas levantadas e discutidas neste estudo.

A seguir, o estudo aborda uma breve discussão a respeito de metodologia da pesquisa, com o propósito de refletir características e processos qualitativos subjacentes às pesquisas investigadas.

A metodologia do estudo, uma breve discussão

No estudo apresentado neste artigo, a metodologia de pesquisa assumida envolve uma abordagem qualitativa descritiva de análise documental que, de acordo com Gil (1999), tem por objetivo principal descrever características de determinado tema e ou população, bem como estabelecer relações entre variáveis. Além de possibilitar a descrição, esta pesquisa viabiliza a identificação, o relato e a comparação nos processos de coleta, organização e análise de dados.

Sob essa perspectiva, o estudo contempla uma amostra de dados obtida a partir de

teses, dissertações e artigos brasileiros, levantados no Portal Capes para pesquisas e periódicos, um recorte relativo aos últimos sete anos, todos referentes ao ensino e à aprendizagem de números fracionários, conforme consta no Quadro 1A, em Apêndice. Dentre os trabalhos de dissertação analisados, predominam estudos realizados em Programas de Mestrado Profissional que apresentam propostas práticas, sequências didáticas e sugestões de atividades disponibilizadas, que se constituem no Produto Educacional, proposta prática complementar ao trabalho, prevista nesses Programas, que se voltam para contribuições ao desenvolvimento profissional de seus participantes além de contribuições sociais provenientes do mesmo.

A pesquisa originária deste artigo parte do princípio de que a investigação pode coletar e confrontar elementos documentais, a fim de identificarmos como os conhecimentos em torno do ensino e da aprendizagem de frações, refletidos nas pesquisas, aqui apresentadas, têm sido trabalhados e discutidos por pesquisadores e professores no Brasil. A organização, análise e apresentação dos resultados seguem a forma de descrição comentada em categorias de conteúdo. De acordo com Bardin (2011) e Franco (2008), o critério de categorização pode ser semântico com categorias temáticas, ou sintático, considerando verbos, adjetivos ou palavras que se repetem nas pesquisas. Assim, na apresentação da análise deste estudo, optou-se pelo primeiro critério.

As atividades de pesquisa realizadas conduziram a algumas discussões de natureza metodológica e teórica em torno da concepção de fração, de recursos manipuláveis utilizados ou não, de tecnologias digitais, de organização e gestão de ações pedagógicas, bem como de situações de ensino e aprendizagem integrando as diferentes tecnologias e, também, a representação oral e escrita na investigação do tema.

Os dados em estudo

A partir desses fundamentos, o presente estudo tem como foco central o conceito matemático de frações contemplando, no processo de coleta de dados, os trabalhos selecionados no Portal Capes para pesquisas e periódicos⁵, com a indicação das expressões *frações e ensino fundamental* e o período de 2013 a 2019 como filtro de dados, tanto para as dissertações e teses, quanto para os artigos de periódicos brasileiros da área de Educação e Educação Matemática; com vistas à maior abrangência possível, desconsideramos o critério

⁵ Disponível em: <https://sdi.capes.gov.br/banco-de-teses/> e <http://www.periodicos.capes.gov.br>. Acesso em: 12 fev.2019.

Qualis dos periódicos. O mapeamento desses dados está exposto nos Quadros 1 e 1A (o último em Apêndice), totalizando 56 estudos que se devem a um período de grande crescimento dos Programas de Pós-Graduação Acadêmicos e Profissionais em nosso país. Nesse período, com a ascensão dos Programas Profissionais, principalmente a pesquisa ganha características mais práticas voltando-se para questões de ensino e aprendizagem, para diferentes possibilidades, técnicas, materiais e propostas para o ensino. No caso deste estudo, tratam do tema frações considerando a construção do conceito, processos de ensino e de aprendizagem, alternativas de ensino, além de trabalhos e estudos voltados para diferentes significados de frações.

Quadro 1: Mapeamento das pesquisas.

Estudos sobre números racionais	Dissertação s/Teses	Artigos	Resultados
Pesquisas	27	29	O total de pesquisas envolvidas no estudo é de 56.
Materiais manipulativos de frações	18	5	Materiais manipulativos: jogos, kits de equivalência, cartões fracionários, dobraduras, quadros de equivalência e materiais discretos.
TICs e frações	13	4	As TICs envolvem software educacional, jogos e baralhos digitais.
Estudo comparativo entre grupos de estudantes	0-	3	Estudo comparativo entre estudantes portugueses e brasileiros, diferenças nos Programas Curriculares de Matemática no quarto ano nesses países.
Ensino de frações	20	10	Estudos que se voltam para o processo de ensino de frações no Ensino Fundamental, metodologia lúdica, jogos e outros materiais concretos.
Aprendizagem de frações	17	4	Pesquisas que discutem propostas práticas para a aprendizagem de frações no Ensino Fundamental.
Formação de professores e o estudo de frações	--	7	Professores em formação inicial, fragilidades no conhecimento matemático quanto à definição do conceito de razão e representações.
Relações entre números racionais-frações e álgebra	--	1	Espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica de corpo em currículos de cursos de Licenciatura em Matemática.
Proporcionalidade e Percentagem, relações entre números racionais e frações	--	6	Contribuições de proporcionalidade e percentagem, para o conceito de número decimal e fração, promovem a compreensão da natureza relacional dos números racionais.
Relações entre números racionais e razão	--	2	A ideia de razão como comparação e relação entre grandezas; o conceito de razão presente em contextos diversificados.
Experiência didática e sequência didática	3	2	Estudos propõem atividades que contemplam experiências didáticas para a ação pedagógica.
Diferentes representações para frações: geométrica, simbólica, etc.	2	6	As representações conduzem à comparação e à ordenação de números racionais, além de utilizarem representações geométricas, simbólicas e semióticas.
Robótica Educacional	1	-	A Robótica Educacional serve de suporte para resolução de problemas de frações.
Resolução de problemas	1	2	Estudo do conceito de frações pela resolução de problemas.
Operações polinomiais	-	1	Números decimais na forma polinomial de potência de base dez.

Operações com frações	5	5	A utilização de materiais manipuláveis e de barras facilita a compreensão do significado parte-todo e das operações com frações.
Ensino Fundamental	11	14	Material manipulável e tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem de frações.
Ensino de Jovens e Adultos	1	-	As sequências didáticas se tornam importante instrumento para diagnosticar obstáculos à aprendizagem de frações.
Definição de frações	-	6	A discussão quanto à definição de frações promoveu a reflexão quanto a perspectivas de medição, comparação e propriedades de frações.
Realidade Aumentada	-	1	A Realidade Aumentada passou a ser apoio para o ensino de frações.
Livro didático	-	1	Programa Nacional do Livro Didático e o estudo de frações.
Objeto de Aprendizagem	-	1	O Objeto de Aprendizagem contribuiu para o estudo de frações no Ensino Fundamental.
O erro no estudo de frações	-	1	O papel do erro no estudo e construção da noção de frações.
Propensão neurocognitiva	-	1	A Propensão neurocognitiva natural dos indivíduos passa a ser considerada elo instrucional para desenvolver o conhecimento dos estudantes sobre números fracionários.
Conhecimento de fração	-	1	Uma abordagem do século XXI para o conhecimento de fração com o Modelo-4A de Instrução.

Fonte: Os autores.

Dos estudos selecionados, conforme consta no Quadro 1, aqueles que tratam do Ensino Fundamental, da utilização de materiais manipuláveis e de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de frações predominam, além de pesquisas que tratam da noção e definição de frações a partir de medição, comparação, propriedades e operações. Por outro lado, os estudos contemplados nos artigos se voltam à discussão de pesquisas relacionadas à noção de frações, que foram realizadas com estudantes e na formação de professores, estudos comparativos e de discussão teórica do tema, à aplicação prática considerando o uso de diferentes alternativas, ao papel do erro no estudo de frações, a objetos de aprendizagem, ao tema frações nos livros didáticos, a abordagens instrucionais e às representações que conduzem à comparação e ordenação de números racionais.

Do total de 27 trabalhos, entre dissertações e teses analisadas, correspondentes ao período, 73% foram realizados em Programas de Mestrado Profissional, 20% em Programas de Mestrado Acadêmico e 7% em Programas de Doutorado. Nesse conjunto estão representados 11 estados brasileiros, cujo número de trabalhos por estado encontra-se entre parênteses, ao lado do nome de cada um dos estados representados: Pará (1), Rondônia (1), Alagoas (1), Rio Grande do Norte (2), Bahia (1), Espírito Santo (1), Minas Gerais (2), Rio de Janeiro (3), Paraná (1), São Paulo (10) e Rio Grande do Sul (4).

Os referidos estudos concentram-se basicamente em três frentes de exploração prática: materiais manipuláveis, tecnologias digitais e sequência didática. Alguns, em apenas uma

dessas abordagens, enquanto outros, em duas no mínimo, o que justifica os números expostos no Quadro 1 para a coluna Teses/Dissertações. Ou seja, há uma frequência de 18 trabalhos que tratam de materiais manipulativos, 13 trabalhos que se voltam para tecnologias digitais, 10 trabalhos que contemplam o Ensino Fundamental, além de 20 trabalhos que se voltam para o ensino de frações, 17 trabalhos para a aprendizagem de frações, 5 trabalhos que tratam das operações com frações, além de 4 trabalhos voltados para sequência didática e estudo de frações por meio da resolução de problemas.

Pelo fato de os trabalhos pesquisados terem sido desenvolvidos, em sua maioria, em Programas de Mestrado Profissional, os mesmos contemplam um foco prático, considerando de modo especial, a construção e o desenvolvimento de propostas de atividades que auxiliam na discussão do conceito, operações e aplicabilidade de frações.

As palavras-chave predominantemente presentes nos estudos, conforme a Figura 1, se concentram basicamente em seis grandes frentes, que contemplam Conceitos, Tecnologias Digitais, Processos de ensino e de aprendizagem, Significados, Representações e Prática Pedagógica.

Figura 1: Frentes em que as palavras-chave estão evidenciadas nos estudos.



Fonte: Os autores.

Essas palavras-chave caracterizam a tendência assumida pelos estudos, que tem por premissa a discussão de processos de ensino e de aprendizagem do tema frações, centrando a atenção na prática pedagógica que assume as tecnologias digitais para o desenvolvimento do tema e considera a representação de conceitos e significados atribuídos. Na frente *Conceitos*, as palavras-chave que a representam são: Frações, Números racionais, Frações equivalentes e

suas relações. Na frente *Tecnologias Digitais*, as principais palavras-chave são: software, realidade aumentada, TICs, sequências e jogos digitais, sequência didática eletrônica. Em *Processos de ensino e de aprendizagem*, as palavras-chave que aparecem com mais frequência são: ensino e aprendizagem de frações, erros em frações, dificuldades de aprendizagem, operações com frações. Na *Prática Pedagógica*, as palavras-chave que se destacam são: sequência didática, material manipulativo, atividade, jogos. Na quinta frente, *Representação*, as palavras-chave são: representação geométrica, de área, linear, de medida, virtual. Na sexta e última frente, *Significados*, as palavras-chave evidenciadas são: parte-todo, medida, quociente, razão.

A análise destaca, também, as questões ou os objetivos das pesquisas, Quadro 1A (em Apêndice), uma vez que a maioria dos estudos diz respeito à ação escolar, principalmente no que tange aos processos de ensino e aprendizagem do conceito de fração, suas operações, obstáculos, níveis de compreensão, tratamento do tema com TICs, softwares, materiais manipulativos, jogos, objetos de aprendizagem, sequências didáticas, livro didático - PNLD e o tratamento dos diferentes significados para o ensino de frações parte-todo, medida, razão, quociente e suas representações.

As pesquisas podem ser classificadas em estudos de intervenção, com a contribuição de jogos e materiais manipuláveis para o ensino de frações, com a discussão de erros e obstáculos à aprendizagem, atendendo principalmente à interpretação do significado de parte-todo e dos operadores de frações. Ademais, destacam-se atividades práticas à criação de ambiente lúdico, com possibilidades de interação, discussão, testagem de hipóteses, manipulação e diferentes formas de visualização das frações.

O aporte teórico das pesquisas fundamenta-se em autores que se referem à construção do conceito e da noção de fração, principalmente aqueles que estabelecem relação com a interpretação parte-todo, a utilização de tecnologias digitais no ensino de frações, a história da Matemática relacionada principalmente à origem do sistema racional e à noção de fração. Há autores que tratam da sequência didática como alternativa de ensino para o campo de estudo das frações e dos materiais manipulativos, sem deixar de considerar o livro didático e políticas educacionais como os PCNs e a BNCC, além de manifestarem preocupação com os saberes docentes e com a análise de soluções e de erros cometidos pelos estudantes participantes das pesquisas, tanto na representação quanto na solução de operações com frações.

No que se refere à abordagem metodológica, as pesquisas assumem características qualitativas, contemplando processos de coleta de dados que vão desde o diário de bordo, observações, questionários, análise de registros escritos até gravações de áudio, vídeo e

entrevistas. A partir desses processos de coleta, os trabalhos suscitam diferentes possibilidades de análise de dados, contemplando a categorização, a triangulação e outras formas de análise quali-quantitativa. Já as pesquisas apresentadas nas publicações analisadas sobre o tema contemplam 29 artigos pertencentes a periódicos nacionais da área de Educação e de Educação Matemática. Na Tabela 1, destacamos os periódicos, local e ano da publicação, o que representa um breve panorama das pesquisas publicadas em periódicos no período de 2014 a 2019.

Tabela 1: Panorama das pesquisas publicadas em periódicos.

Periódico	Local	2014	2015	2016	2017	2018	2019
BOLEMA	UNESP/Rio Claro, SP	3	2	1			1
Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos	INEP/Brasília, DF				1		
Educação Matemática em Pesquisa	PUC/São Paulo, SP				2	2	
Estudos de Psicologia	UFRN/Rio Grande do Norte	1					
REMAT	IFRS/Caxias do Sul, RS			1			
Psicologia: Teoria e Pesquisa	UnB/ Brasília, DF	1					
AS&T - Acta Scientiae et Technicae	UEZO/ Rio de Janeiro, RJ	1					
REAMEC	Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Cuiabá, MT					1	
Roteiro	UNOESC /Joaçaba, SC					1	
REVISEM	Universidade Federal de Sergipe, SE						4
REVEMOP	UFOP, Ouro Preto, MG						1
ReBECM	UNIOESTE, Cascavel, PR						1
RIPEM	SBEM, Brasília, DF						1
RPEM	UNESPAR, Campo Mourão, PR						1
Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia	UFSC, Florianópolis, SC						1
Revista Perspectiva	UFSC, Florianópolis, SC					1	
Estação Científica	UNIFAP, Macapá, AP						1

Fonte: Os autores.

Para as pesquisas em evidência, ao focá-las nos dados deste artigo, se utilizará a letra **E** (de estudo), acompanhada pelo respectivo número de classificação do trabalho que consta no Quadro 1A em Apêndice. Essas pesquisas foram desenvolvidas na Educação e Educação Matemática e suas investigações são dirigidas por questões que contemplam representações e processos de raciocínio, formação de professores, compreensão de relações de ensino e de aprendizagem de frações, resolução de problemas, operações, sistema de numeração posicional decimal, conceito de proporcionalidade, números racionais, bem como estrutura algébrica, números racionais na formação de professores, dificuldades de aprendizagem e

erros em frações, políticas educacionais como o Programa Nacional dos Livros Didáticos (PNLD), softwares educacionais, objetos de aprendizagem, jogos lúdicos, proporção e porcentagem para estudar frações.

As questões aprofundadas e refletidas nas respectivas pesquisas promovem diferentes discussões teóricas subjacentes à prática pedagógica, como podemos observar no Quadro 1A a respeito de Concepções de Frações, Obstáculos Epistemológicos, Teoria das Situações Didáticas, Concepções da Teoria Sócio-Histórica de Vigotski Contribuições da Aprendizagem Significativa, Resolução de Problemas, TICs e Teoria dos Campos Conceituais.

Os trabalhos E29, E45 e E55 do respectivo quadro apresentam estudos que têm por base uma unidade exploratória de ensino, abordando representações e compreensão dos números racionais, em diferentes significados e tipos de grandeza, a partir de interpretações de parte-todo, de medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade, um número na reta numérica, porcentagem e desafios conceituais enfrentados pelos estudantes da Educação Básica. Por outro lado, as 5 pesquisas descritas em E12, E15, E17, E28 e E29 discutem as quatro interpretações, usos e representação simbólica do conceito de razão. O ensino de operações polinomiais, intermediado pelas operações aritméticas em conexão com o sistema de numeração decimal e potências de base dez, é abordado com estudantes da Educação Básica, acadêmicos, professores e educadores.

A formação de professores e o desenvolvimento profissional, tendo em vista a compreensão do ensino de frações, a resolução de problemas, a prática pedagógica, a estrutura algébrica, a compreensão da natureza relacional dos números racionais e o conceito de proporcionalidade, são aspectos discutidos nos 11 estudos (E5, E11, E12, E24, E30, E35, E36, E39, E43, E44 e E45) do Quadro 1A. Tais estudos descrevem investigações a respeito da compreensão dos números racionais, de experiências de ensino na sala de aula, além de apresentarem possibilidades de exploração, representação e discussão do tema em cursos de formação inicial e continuada de professores, com acadêmicos e pesquisadores.

A base teórica relativa ao tema frações é vasta nos trabalhos e, de modo semelhante, todos fundamentam a construção de conceitos com respaldo, especialmente, em práticas com materiais manipulativos e TICs.

Nos estudos investigados e analisados, a integração dos recursos em sala de aula assume um caráter motivacional de apoio ao raciocínio, à representação e à comunicação matemática, contribuindo para a construção das ideias de frações a partir de comparações e conexões estabelecidas. Nesse sentido, a revisão teórico-prática dos estudos coloca em destaque interferências na aprendizagem, a saber: desenvolvimento de sequências didáticas,

eletrônicas e lúdicas; utilização de materiais manipuláveis; questões didáticas; dificuldades relativas ao processo de ensino e de aprendizagem do conceito de frações no Ensino Fundamental; e as tecnologias digitais como propostas voltadas para o uso de software educacional.

Além disso, os jogos como Memória, Tangram, Dominó de Frações, Baralho, entre outros, criados para revisão e superação de dificuldades diagnosticadas com o tema frações, também fazem parte da prática realizada nos estudos, tendo em vista a necessidade de compreensão de como o sujeito aprende frações em qualquer nível e articular questões didáticas e metodológicas, dispondo de estratégias e recursos ao alcance dos estudantes.

A aproximação entre a teoria e a perspectiva prática, associada ao planejamento e aos recursos utilizados pelo professor, em suas aulas, assumem papel fundamental à aprendizagem, como também passam a ser valorizados no contexto social atual, abrindo caminho à introdução de recursos como as tecnologias digitais, com ou sem acesso à Internet, com suas infinitas possibilidades complementares aos materiais manipulativos na exploração e compreensão do conceito de fração.

Um aspecto relevante nas pesquisas analisadas, relacionado às tecnologias digitais, é a presença de propostas práticas de ensino que visam à discussão de conceitos e de operações com frações que, intituladas de sequências didáticas e objetos educacionais virtuais, mediadas por software e/ou aplicativo on-line, passam a ser alternativas à compreensão de frações.

Ao final desta reflexão, vale reforçarmos a ideia, presente nos trabalhos em estudo, de que todos os recursos apresentados e utilizados – em consonância com os currículos – se destacaram em prol da efetivação dos processos de ensino e aprendizagem de frações no Ensino Fundamental e na formação de professores. Já os recursos tecnológicos disponíveis podem ampliar o leque de alternativas para vincular os conceitos escolares à vida, atribuindo significados às informações, de modo que a teoria e a prática possam convergir na construção de conhecimentos escolares ou não.

Perspectivas do estudo em discussão

Diante dos dados obtidos a partir da análise documental, apresentados no Quadro 1A, em Apêndice, e nos Quadros 1 e 2, a análise de dados é realizada por categorias temáticas, considerando o modo semântico de Bardin (2011). Sendo assim, estabelecemos três categorias: 1- Questões do ensino e da aprendizagem de frações nas pesquisas; 2- As experiências de sala de aula e os produtos educacionais; e 3- Recomendações das pesquisas

Categorias:

1. Questões do ensino e da aprendizagem de frações nas pesquisas

As concepções de frações presentes nas pesquisas investigadas consideram – em seu referencial – autores, como Caraça (1951), Nunes e Bryant (1977), Behr *et al.* (1983), Kieren (1992), Behr *et al.* (1997), Campos e Rodrigues (2007), Justulin e Pirola (2008), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), Campos e Magina (2010), que apresentam e discutem cinco significados para os números racionais: a) de *número* que apresenta a representação da fração na forma decimal ou ordinária, uma fração a/b , com ‘b’ diferente de zero, pode ser um número posicionado em uma reta; b) de *parte-todo* e sua representação da parte de um todo dividido em n partes iguais, em que o numerador é dado pela quantidade de partes consideradas na fração e o denominador representa a quantidade de vezes em que a fração é dividida; c) de *medida*, associado à ideia de comparação entre duas grandezas, que pode se referir a quantidades discretas ou contínuas e está associado aos conceitos de percentual e probabilidade; d) de *quociente*, empregado quando a divisão é a melhor maneira de resolver o problema, utilizada para escrever a/b com ‘b’ diferente de ‘0’; e e) de *operador multiplicativo*, que atua como fator transformador de um número ao ser multiplicado por ‘a’ e, logo em seguida, dividido por ‘b’, fator que pode ser visto como valor escalar aplicado a uma quantidade indicada ou contínua.

Esses significados, para os números fracionários, são os mais presentes no ambiente escolar e nas pesquisas analisadas neste estudo. Autores muito citados, como Nunes e Bryant (1997), quando se referem à aprendizagem, afirmam que as crianças podem usar a linguagem das frações sem compreender completamente a sua natureza. Em virtude disso, advertem para os perigos que existem “[...] por trás da complexidade e da diversidade dos conceitos envolvidos em frações e números racionais” (p. 193).

Outros autores considerados, como Campos, Magina e Nunes (2006), que também fazem parte do referencial das pesquisas, principalmente no que diz respeito à noção de fração como uma medida ou algumas medidas, referem-se a quantidades intensivas nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis – como a probabilidade de um evento – , podendo ocorrer também a partir da medida obtida pelo quociente entre os casos favoráveis e possíveis.

Assim, a noção de mensuração nas frações é tomada, igualmente, por 5 trabalhos

analisados – E3, E23, E31, E48 e E38 –, além das interpretações para o estudo de frações. Para Moss e Case (1999), essa noção é vista como um tipo de compreensão generalizada e de flexibilidade no trabalho com os números racionais. Do mesmo modo, os autores consideram o estudo longitudinal, que está centrado no significado e nos esforços espontâneos dos estudantes para construí-lo na integração com materiais manipulativos e tecnologias digitais, tendo em vista a noção de medida na reta numérica.

Consequentemente, os processos de ensino e aprendizagem de frações são tratados nas pesquisas analisadas, sob a consideração de que a prática com materiais manipuláveis e tecnologias digitais contribui no estabelecimento de relações, comparações e construção das noções.

2. As experiências de sala de aula e os produtos educacionais

As experiências de sala de aula para discussão, reflexão e aprendizagem de números racionais na forma fracionária, presente nas pesquisas consideradas, referem-se a atividades e a sequências didáticas, com exercícios práticos e lúdicos, envolvendo os estudantes.

Assim, os materiais manipulativos sugeridos nos produtos educacionais das pesquisas desempenham papel importante no estabelecimento de relações matemáticas, no registro de representações escritas e de ideias, na sistematização das aprendizagens e na formalização. Sob essa premissa, Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) destacam que, quando pensamos em Matemática e representação, os materiais específicos ou os objetos do dia a dia podem ser considerados recursos para o professor, pois servem como uma forma para criar representações de objetos matemáticos. Essa forma de pensar e expressar os números fracionários, presente na maioria dos trabalhos com enfoque mais prático, se estabelece em Programas Profissionais de Pós-Graduação e de Ensino do país, ao conter em seu planejamento a previsão da elaboração de um produto em sua versão final, que corresponde a uma possibilidade de ensino que conduz o estudo à discussão do tema, ao estabelecimento de relações e à construção de noções relacionadas.

Geralmente, os produtos educacionais são conjuntos de atividades e sequências didáticas contemplando materiais concretos, como, por exemplo, as barras de Cuisenaire e Frac Soma 235, que tornam possível a comparação com uma unidade de medida e a construção de linguagem matemática acerca de comparação, razão e proporção. Ou os kits de equivalência, como quadro de tiras e discos, que proporcionam a experiência da comparação de frações. Esses materiais manipuláveis e jogos estão contemplados em 11 trabalhos (E2, E4,

E10, E14, E16, E18, E23, E34, E43, E53 e E54). Por outro lado, os materiais para representações figurais e geométricas, obtidos nos livros didáticos e na tela do computador, além de softwares voltados para o estudo de frações, são evidenciados em 21 trabalhos (E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E19, E21, E22, E23, E25, E27, E37, E38, E43, E46, E47, E48, E49 e E56) do Quadro 1A, em Apêndice.

Vale ressaltar que as experiências de sala de aula presentes nos produtos práticos das pesquisas analisadas se constituem em objeto de estudo nas situações de intervenção, de aplicação de testes, de coleta de dados, de construção de conceitos e de atividades para superar erros e obstáculos relacionados à compreensão do tema frações.

3. Recomendações das pesquisas para a ação pedagógica

As recomendações dos estudos analisados nas pesquisas desenvolvidas com estudantes da Educação Básica, com cursos de formação inicial e continuada de professores e, também, com estudos comparativos de diferentes países a respeito de questões de compreensão, conceituação e aplicações do tema frações na escola estão direcionadas principalmente para a ação pedagógica.

O conceito de número fracionário, conforme o trabalho E41, envolve pelo menos quatro interpretações: parte-todo, quociente, medida e operador. Essa variedade de significados e interpretações, associada ao carácter relacional dos números racionais e à diversidade de representações de um mesmo número racional, coloca em evidência o ensino e a aprendizagem e seus problemas na Matemática escolar, tendo em vista que as dificuldades dos estudantes na aprendizagem das frações têm seu ponto de partida nos aspectos mais básicos que envolvem questões de comparação, representação e sistematização das ideias. Em conformidade com o referido estudo, a equalização das representações decimal e fracionária, com o devido valor às representações pictórica e verbal, no uso de representações em percentagem e na reta numérica, são aspectos apropriados à aprendizagem que contemplam a comparação e a ordenação de números racionais.

No E44, os objetos de estudo envolvem apenas dois dos significados e/ou interpretações, que são parte-todo e quociente. A seleção de apenas esses dois significados está associada às fases iniciais da construção do conceito de fração e, conseqüentemente, mais apropriadas à identificação de pontos críticos relacionados, tanto ao ensino quanto à aprendizagem. Os depoimentos dos professores, sujeitos da pesquisa, indicam que a reflexão durante a intervenção favorece mudanças importantes na prática pedagógica, em especial as

relacionadas aos recursos metodológicos. Por outro lado, no trabalho E45, os autores analisam a presença dos números racionais nas provas do ENEM e identificam os significados de quociente e número na reta numérica.

Ao dirigir um olhar para o âmbito acadêmico, de formação inicial e continuada de professores, os autores de E12 destacam que são predominantes situações relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Por outro lado, a discrepância entre os contextos de uso do conceito pode significar que os estudantes têm muito presente que o estudo revela um conhecimento matemático do conceito de razão, com algumas fragilidades, sobretudo, no que diz respeito à definição do conceito e de suas representações por parte dos estudantes.

Quanto à ideia de fração como quociente e magnitude, o trabalho E37 deixa claro que o entendimento de frações se baseia em relações lógicas, associadas por três razões: a) a aprendizagem de frações constitui-se em um desafio à criança no momento da passagem para a simbolização, por relacionar a representação simbólica que envolve dois números inteiros, 'a' e 'b', sendo 'b' diferente de zero, e isso ocorre porque as crianças podem considerar apenas um desses dois números não estabelecendo a compreensão da relação inversa entre numerador e denominador; b) as relações de equivalência e ordenação, se apresentam de modo diferente nos dois campos numéricos; e c) a significância que o numerador e o denominador têm em relação a várias situações nas quais as frações são utilizadas.

A análise dos trabalhos permite observar que as recomendações das pesquisas se voltam à discussão do tema com a utilização de diferentes materiais manipulativos ou digitais. Outro aspecto a ser considerado é a ampliação da interpretação parte-todo de fração para, pelo menos, mais três interpretações, o que pode promover maior segurança aos estudantes em situações futuras, assim como a valorização da visualização e de diferentes representações na compreensão do conceito e das operações com as frações. Representações essas obtidas no lápis e papel, no livro didático e nas TICs, conforme cinco estudos (E32, E34, E40, E48 e E49) do Quadro 1A em Apêndice, além é claro de tratarem da discussão de diferentes interpretações para o estudo de frações.

Os estudos E48 e E49 também voltam o olhar para um tratamento com materiais manipulativos e o papel do erro no estudo e construção de noções de frações e suas operações. Por outro lado, em seis estudos (E1, E31, E39, E41, E55 e E56) os autores consideram as origens e dificuldades cognitivas implicadas na concepção de números fracionários, quando a fração corresponde a uma parte de um todo dividido em partes iguais, discutindo a noção de medição-proporcionalidade de fração. No E32, o autor faz um relato de pesquisa realizada

com estudantes de anos iniciais que usaram as barras de Cuisenaire para desenvolver a ideia de fração, além de fazer uma comparação multiplicativa entre duas quantidades mensuráveis. No E33, o autor destaca fundamentos históricos de duas perspectivas do que são frações: da partição e medição e como essas visões influenciam a definição de frações e o conhecimento delas.

A proporcionalidade é assumida também em três trabalhos (E5, E12 e E17), assim como as práticas com dobraduras e origami também são apresentadas nos trabalhos E8 e E42. A Sequência Didática está descrita, prevista e contemplada pelos estudos E13 e E19, assim como o trabalho E51 contextualiza o tema em documentos como os PCNs e a BNCC.

Considerações Finais

A partir das observações e análises obtidas neste estudo, podemos dizer que os aspectos discutidos e apresentados nas pesquisas acerca do tema frações se voltam para um referencial comum em alguns aspectos, o que considera o objeto deste estudo. Dentre esses aspectos, destacamos Kieren (1976), ao afirmar que a aprendizagem da álgebra é inerente aos conceitos de frações. Para o autor, é necessária uma variedade de experiências com diversas interpretações de números racionais, principalmente quando o objetivo é compreender como crianças e adolescentes pensam sobre os números racionais ou compreender os movimentos instrucionais necessários para ensinar números racionais, que é o valor da condução de uma análise lógica das interpretações matemáticas da ideia de número racional, tais como operações com números racionais, comparação com frações decimais e equivalência de frações. Números racionais são, portanto, números de proporção, operadores multiplicativos, elementos de quociente ordenado infinito, enfim, medidas ou pontos em uma linha numérica.

Ao considerarmos a questão de investigação deste estudo – identificar como as pesquisas brasileiras têm discutido e desenvolvido o tema frações nos últimos sete anos –, procuramos apontar interpretações, modos de trabalho, aspectos teórico-práticos e abordagens com diferentes materiais manipulativos e digitais à exploração do tema em processos de ensino e aprendizagem. Podemos ressaltar que 18 dos estudos explorados contemplam atividades práticas com materiais manipulativos, cujas propostas dão ênfase às interpretações de parte-todo, de magnitude e de medida no reconhecimento e conceituação de frações.

A discussão levantada nas pesquisas em estudo, de modo geral, considera os números racionais na forma fracionária como atividades que devem superar dificuldades nos processos de ensino e aprendizagem. Das pesquisas que se voltam aos números racionais na forma

fracionária, algumas tratam da alternativa escolar de realizar atividades que podem ou não superar dificuldades de aprendizagem, considerando possíveis representações desde a figural até a simbólica matemática que uma fração pode assumir.

Quanto à segunda pergunta que norteou nossa pesquisa, ao tratar da abordagem que predomina nos estudos sobre o tema frações, depreendemos que o predomínio é de propostas práticas com materiais manipulativos, exploração da representação figural e utilização de tecnologias digitais. De modo complementar, ao analisarmos a metodologia qualitativa empregada na discussão a respeito de números racionais na forma fracionária, em sete estudos (E2, E7, E16, E21, E37, E43 e E54), pode-se observar que há um direcionamento para relações comparativas e multiplicativas entre quantidades definidas em termos de unidades concretas ou correlatas à noção de área geométrica, representada de forma figural, tendo em vista o exercício prático e lúdico em turmas do Ensino Fundamental, assim como a manipulação de materiais.

A partir da aplicação de atividades com dobraduras, o estudo E42 destaca que os estudantes mostram-se motivados e participativos no entendimento dos conceitos estudados quando interagem com dobraduras, em partes iguais, dos diferentes polígonos. Por outro lado, sete trabalhos dos estudos analisados (E8, E19, E22, E25, E27, E38, E48) se detêm em atividades voltadas para tecnologias digitais. Especificamente, quatro estudos (E19, E8, E22 e E25) trabalham com aplicações de software educacional⁶, todos tendo em vista resgatar conhecimentos prévios dos estudantes e construir novas relações. Os resultados apresentados pelos respectivos estudos colocam em destaque a relação entre a leitura e a interpretação dos enunciados, bem como a redução de tempo na resolução de tarefas e na escrita utilizada na sistematização e construção de regras das operações com frações.

Um estudo específico, o E38, contempla a elaboração e montagem de robôs que servem de suporte à resolução de situações-problema, além de diversão, incentivando a curiosidade e o espírito de equipe na discussão e aprendizagem do conceito de frações. Três dos trabalhos analisados, E41, E48 e E56, discutem erros comuns dos estudantes que ocorrem na resolução de atividades com frações, considerando, de modo especial, os significados de numerador e denominador, além de operações e resolução de problemas com frações.

Autores – como Behr *et al.* (1983) – são citados e considerados nos estudos, especialmente quando se referem aos números racionais e à interpretação da reta numérica, inclusive, quando as frações são interpretadas como pontos sobre uma reta, conduzindo,

⁶ Software educacional GeoGebra, Software Fractron; Portal interativo PhET; Jogos de baralhos eletrônicos e sequência didática eletrônica.

assim, à relação entre medida, reta numérica e fração. Sob essa ótica, Escolano e Gairin (2005) também fazem parte dos referenciais dos estudos, por evidenciarem que a superfície a ser medida não contém um número inteiro de vezes uma unidade de medida 'u', sendo necessário decidir sobre o tamanho de uma nova unidade de medida. Desse modo, não há outra opção senão construir uma subunidade e verificar se nela está contida um número inteiro de vezes na superfície a ser medida. Diante disso, para os autores, o significado de medida é muito diferente da interpretação de parte-todo, tanto pelas exigências cognitivas que a tarefa exige, quanto pelas ideias matemáticas envolvidas.

Muitas das pesquisas analisadas envolvem a prática da intervenção em sala de aula, o que confirma as evidências apontadas por Powell e Ali (2018), ao afirmarem que o produto teórico, em uma pesquisa, toma a forma de uma estrutura subjacente ao trabalho de intervenção, enquanto que o produto prático toma a forma de intervenção. Consequentemente, a análise dos estudos que ocorrem por meio da revisão de literatura é conduzida com a finalidade de apresentar contribuições teóricas, o que pode delinear a compreensão do problema a ser investigado e entender o contexto da investigação.

Quatro pesquisas (E5, E11, E17 e E38) colocam em destaque aspectos como a integração dos conhecimentos numéricos prévios intuitivos dos estudantes na compreensão dos números racionais e na reorganização de seus significados, bem como da estrutura algébrica na formação inicial de professores. Já conceitos como percentagem, proporcionalidade e relação inversa entre quantidades na situação quociente são tratados por três estudos (E17, E5 e E55), uma vez que estes se voltam à compreensão dos números racionais em cenários de razão, igualdade e comparação, numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número fracionário.

Complementarmente, os estudos relacionados à formação de professores, isto é, E30, E36 e E44, investigam questões didáticas sobre frações e aprendizagens profissionais, valorizando, em especial, as discussões coletivas em sala de aula, com destaque para o trabalho colaborativo e o estudo qualitativo, de modo a favorecer a compreensão do ensino de frações via resolução de problemas para futuros professores.

Outras questões presentes em quatro pesquisas (E11, E12, E29 e E45), sob as abordagens exploratória e qualitativa, voltam-se ao estudo de diferentes representações que, nos primeiros anos de escolaridade, permitem aos estudantes aprender a comparar e ordenar números fracionários, combinando processos de raciocínio formais e informais, além da reorganização dos mesmos e do registro semiótico, mobilizado de modo numérico e fracionário. Já os estudos E11 e E28 sugerem, a partir de sequência de tarefas, a reorganização

dos números racionais e sua importância à estrutura algébrica do sistema de numeração decimal na forma polinomial de potência de base dez. Nessa mesma linha de pensamento, apenas duas pesquisas, E45 e E55, desenvolvem estudo comparativo a partir de duas amostras relativas a países diferentes, além de provas do ENEM, suas resoluções, registros semióticos e registro numérico fracionário.

Ao finalizarmos este estudo, podemos dizer que o tema números racionais-frações, considerando, fundamentalmente, a passagem para a simbolização e por relacionar a representação simbólica que envolve dois números inteiros, revela que a introdução de jogos na exploração do conceito frações constitui-se como contribuição positiva à aprendizagem, auxiliando no desenvolvimento da atenção dos estudantes e na dinamicidade das aulas, o que lhes proporciona reflexão sobre a área de figuras, como também comparações, equivalências e operações.

Sob tal pressuposto, as pesquisas, em sua totalidade, com abordagem qualitativa, intensificam a importância de um estudo mais prático em função da maioria fazer parte de Programas de Pós-Graduação Profissionais ou de Ensino, que consideram a prática na sala de aula fundamental à compreensão dos processos de aprendizagem da Matemática. Igualmente, enfatizam que a compreensão dos números se torna mais complexa quando envolve a definição de frações e de número inteiro, bem como as competências que fornecem um fundamento crítico à aprendizagem algébrica (BAILEY *et al.*, 2012).

Referências

- ASSIS A.; MARQUES W. (Org.) **Ambientes virtuais e formação de professores: de construções individuais às interações coletivas** [recurso eletrônico]. Seropédica: Edur UFRRJ, 2017.
- BAILEY, D.; HOARD, M. K.; NUGENT, L.; GEARY, D. C. Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. **Journal of Experimental Child Psychology**, v. 113, p. 447-455, 2012.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BEHR, M.; KHOURY, H.; HAREL, G. Conceptual Units Analysis of Preservice Elementary School Teachers' Strategies on a Rational-Number-as-Operator Task. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 28, n. 1, p. 48-69, 1997.
- BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. Rational Number Concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**, p. 91-125. New York: Academic Press. 1983.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, [1997]. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 6 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC** (Ensino Fundamental). Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em: 10 fev. 2020.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. **A fração na perspectiva do professor e do aluno das séries iniciais da escolarização brasileira**. Curitiba, PR, 2010. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/artigo_magina_e_campos_fracao.pdf. Acesso em: 15 mar. 2019.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 2, n. 4, p. 68-93, 2007.

CAMPOS, T. M. M.; SILVA, A. F. G. Conhecimento profissional docente de professoras das séries iniciais da educação básica acerca da equivalência de números racionais na representação fracionária em um processo de formação continuada. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 4, n. 1, p.114-127, 2009.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. Lisboa: Portugal, 1951.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papyrus, 1996.

ESCOLANO R.; GAIRIN J. Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. **Revista Iberoamericana de Educação Matemática**, n. 1, p. 17-35, 2005.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

JUSTULIN, A. M.; PIROLA, N. A. Um estudo sobre as relações entre as atitudes em relação à Matemática e a resolução de problemas envolvendo frações. In. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2008, **Anais**, Rio Claro, SP, 2008. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/304-1-Agt3_Justulin_ta.pdf. Acesso em: 15 mar. 2019.

KELLY, C. Using manipulatives in mathematical problem solving: a performance - based analysis. **TME**. v. 3, n. 2, p. 184-193, 2006.

KIEREN, T. On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational number. In: LESH, Richard (Org.). **Number and measurement: Papers from a reserarch woerkshop**. Columbus, Ohio: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1976. p. 101-144.

- KIEREN, T. Rational and Fractional Numbers as Mathematical and Personal knowledge Implications for Curriculum and Instruction. In: LEINHARDT, G.; PUTNAM, R.; HATTRUP, R. A. (Ed.). **Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, p. 323-366, 1992.
- MAGINA, S.; BEZERRA, F. B.; SPINILLO, A. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **RBEP**, Brasília, v. 90, n. 225, p. 411-432, mai./ago. 2009.
- MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 28, p. 50-61, jan./fev./mar. /abr. 2005.
- MOSS, J.; CASE, R. Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: A New Model and an Experimental Curriculum. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 30, n. 2, p. 122-147, 1999.
- NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: da prática à representação de uma prática. **Práticas de Ensino da Matemática**. 2012. p. 557-570. Disponível em: [_https://www.researchgate.net/publication/270051072](https://www.researchgate.net/publication/270051072). Acesso em: 18 mar. 2019.
- PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014, p. 13-30.
- POWELL, A. B. Measuring perspective of fraction knowledge: integrating historical and neurocognitive findings **ReviSeM**, Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática. Ano 2019a, N°. 1, p.01– 19. Disponível em: <https://doi.org/10.34179/revisem.v4i1.11286>. Acesso em: 18 set. 2019
- POWELL, A. B. Aprimorando o conhecimento dos estudantes sobre a magnitude da fração: um estudo preliminar com alunos nos anos iniciais. **RIPEM**, v. 9, n. 2, p. 50-68, 2019b.
- POWELL, A. B. Como uma fração recebe seu nome? **ReBECCEM**, Cascavel, PR, v. 3, n. 3, p. 700-713, dez. 2019c. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.33238/ReBECCEM.2019.v.3.n.3.23846>. Acesso em: 18 nov. 2019
- POWELL, A. B. Recuando para avançar: rumo a uma abordagem do século XXI para conhecimento de fração com o Modelo-4A de Instrução. **Perspectiva**, Florianópolis, SC, v. 36, n. 2, p. 399-420, abr./jun. 2018.
- POWELL, A. B.; ALI, K. Design Research in Mathematics Education: investigating a measuring approach to fraction sense. **Programa de Pós-Graduação em Educação**

Científica e Tecnológica (PPGECT): contribuições para a pesquisa e ensino. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2018, p. 221-242.

SCHEFFER, N. F. As TIC na formação do professor de Matemática: um olhar para a investigação de conceitos geométricos. In: LOSS, A. S.; CAETANO, A. P. V.; PONTE, J. P. P. (Org.). **Formação de professores no Brasil e em Portugal:** pesquisas, debates e práticas. Curitiba, PR: Appris, 2015. p. 273-288.

SCHEFFER, N. F.; HEINECK, A. E. Ambientes Informatizados de Aprendizagem na investigação de construções geométricas: uma experiência com professores do Oeste Catarinense. **Caminho Aberto** - Revista de Extensão do IFSC, SC ano 3, n. 4, p. 16-22, jul. 2016.

SCHEFFER, N. F. A corporeidade e argumentação, na discussão da representação matemática com TIC. In. XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2016. **Anais...** São Paulo, SP, jul. 2016a.

SCHEFFER, N. F. **Tecnologias digitais e representação matemática de movimentos corporais.** Curitiba, PR: Appris, 2017.

SCHEFFER, N. F.; COMACHIO, E. CENCI, D. (Org.). **Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática:** articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba, PR: CRV, 2018, p. 97-116.

SCHEFFER, N. F.; POWELL A. B. Frações nos livros brasileiros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). **Revemop**, Ouro Preto, MG, v. 1, n. 3, p. 476-503, set./dez. 2019. <https://doi.org/10.33532/revemop.v1n3a08>_Acesso em: 18 fev.2020.

Apêndice

Quadro 1 A: Detalhamento das pesquisas utilizadas no estudo a partir banco de dados da Capes

E	Indicação bibliográfica dos trabalhos
1	AQUINO, J. P. G. Frações: uma abordagem pedagógica. 2013. 57 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido-UFERSA, Mossoró, RN, 2013. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Identificar o nível de aprendizagem do conteúdo frações numa escola estadual, pelo fato de se apresentar difícil a apreensão cognitiva por parte dos alunos (atividades com o software Enigma de frações).</i>
2	AVEIRO, J. C. Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações. 2015. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho UNESP. São José do Rio Preto, SP, 2015. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Buscar o uso de jogos como estratégia auxiliar para abordar determinados conceitos sobre frações.</i>
3	AZEVEDO, A. E. B. R. Uma abordagem no ensino de frações baseada em atividades para o 6º ano do Ensino Fundamental. 2013. 76 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2013. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Criar uma proposta de atividades na disciplina de Matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental que estimule os estudantes a desenvolver a aprendizagem do conteúdo de frações, a partir da conscientização da insuficiência dos números naturais para resolver problemas.</i>
4	BOLOGNANI, A. C. A. Ensino e aprendizagem de frações mediados pela tecnologia: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud. 2015. 108 f. (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2015. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Construir a proposta de uma sequência didática para o ensino de frações equivalentes e investigar o papel exercido pela variedade de situações propostas quando baseadas na utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação.</i>

5	<p>BORTOLOTTI, R. D' A. M.; BARBOSA J. C. Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v. 20, n.1, p. 269-293, 2018.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar a construção de um modelo da Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade com professores da Educação Básica.</i></p>
6	<p>BUENO, L. T. Um experimento com frações no Ensino Fundamental no município de Xinguara, estado do Pará. 2015. 212 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS, 2015.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais as dificuldades que os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental no município de Xinguara, Pará, apresentam na aplicação de uma sequência didática eletrônica com frações no processo de ensino e aprendizagem de frações, e quais as potencialidades do uso de TIC com uma sequência didática eletrônica na recuperação paralela e individualizada de alunos com dificuldades de aprendizagens?</i></p>
7	<p>CHEQUETTO, J. J. Uma experiência didática para a aprendizagem de frações: Matemática para residentes de uma Casa de Passagem. 2016. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, ES, 2016.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais aspectos podem emergir da realização de uma experiência didática na aprendizagem de frações com alunos da Educação Básica residentes da Casa de Passagem?</i></p>
8	<p>CORREIA, P. Frações: uma proposta de ensino para o 9º ano utilizando o software Geogebra e dobraduras. 2015. 44 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2015.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar uma proposta pedagógica, envolvendo aplicativos matemáticos e dobraduras, para o resgate dos conceitos e operações com frações.</i></p>
9	<p>CRUZ, M. S. S.; SPINILLO, A. G. Adição de frações por estimativa a partir do referencial de metade e de inteiro. <i>Estudos de Psicologia</i>, 19(4), outubro a dezembro/2014, 241-249.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Investigar o papel desempenhado pelos referenciais de inteiro e de metade na resolução de adição de frações por estimativa</i></p>
10	<p>CUNHA, E. C.. Reforço escolar: o uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de frações. 2016. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR, Porto Velho, RO, 2016.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Verificar em que medida o uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino das frações, no reforço escolar, contribui para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.</i></p>
11	<p>ELIAS, H. R.; SAVIOLI, A. M. P. D.; RIBEIRO A. J. Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de Matemática. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v. 19, n. 3, p. 182-208, 2017.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Problematizar o espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica, corpo em currículos de cursos de Licenciatura em Matemática, e propor uma alternativa para repensar o lugar dessa estrutura algébrica na formação inicial de professores.</i></p>
12	<p>FERNANDES, J. A.; LEITE, L. Compreensão do conceito de razão por futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade. BOLEMA, Rio Claro, SP, v. 29, n. 51, p. 241-262, abr. 2015.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Refletir a compreensão do conceito de razão por professores e futuros professores de anos iniciais.</i></p>
13	<p>FERREIRA, E. R. Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos. 2014. 184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, SP, 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Em que medida uma sequência didática, cuja elaboração leva em consideração as especificidades de alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), contribui para o diagnóstico de obstáculos à aprendizagem das concepções de parte-todo e operadores, referentes a frações?</i></p>
14	<p>FIGUEIREDO, J. V.; MOURA E. M.; ARAÚJO, J. M. O ensino de frações mediado por jogos de aprendizagem: uma proposta para o ensino. Revista REAMEC, Cuiabá - MT, v. 6, n. 2, p.259-272, jul/dez 2018, ISSN: 2318-6674</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Investigar a consolidação do ensino de frações e a real situação do conhecimento referente a elas, trazendo uma proposta de reflexão metodológica para que haja apropriação do conhecimento significativo em dinâmica, onde o discente seja estimulado pela cooperação e não pela coação, em atividade.</i></p>
15	<p>FREIRE, P. C.; LIMA, R. N. Números racionais na forma fracionária: a influência de características formais. ReviSeM, Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática. Ano 2019, N°. 1, p. 37 – 51, https://doi.org/10.34179/revistem.v4i1.10271. Acesso em: 18 nov.2019.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Analisar as características formais presentes no trabalho de alunos de 6º ano do ensino fundamental com duas questões: uma envolvendo o subconstruto parte-todo, outra envolvendo o subconstruto medida, de forma a compreender como essas características influenciaram a resolução das questões.</i></p>

16	<p>GOIS, R. C. O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do Ensino Fundamental. 2014. 98 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal de São Carlos UFSCar, São Carlos, SP, 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Ajudar a visualizar concretamente os conceitos relacionados ao tema de frações e assim atribuir significados aos mesmos, utilizando em algumas atividades um material concreto.</i></p>
17	<p>GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Uma trajetória na aprendizagem dos números racionais através da porcentagem. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v. 20, n.1, p. 359-384, 2018.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar uma discussão sobre a aprendizagem dos números racionais através da porcentagem.</i></p>
18	<p>LIMA, F. S. Números racionais na forma fracionária: atividades para superar dificuldades de aprendizagem. 2013. 43 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2013.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: A utilização de materiais manipuláveis melhora a compreensão dos conceitos relacionados aos números racionais na forma fracionária no Ensino Fundamental II?</i></p>
19	<p>LIMA, R. P. O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II. 2014. 232 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais as contribuições de uma sequência didática composta por atividades que propõe a resolução de problemas mediados pelo professor com o uso de um software educacional para o ensino de frações?</i></p>
20	<p>LIMA, R. P.; SÁ, P. F. O ensino de frações sob o olhar de discentes. <i>Estação Científica (UNIFAP)</i>, ISSN 2179-1902 Macapá, v. 2, n. 2, p. 79-93, jul./dez., 2012.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Realizar um diagnóstico do ensino de frações a partir da opinião de discentes.</i></p>
21	<p>LOSCHA FILHO, R. Fração: história, teoria e aplicações. 2017. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, BA, 2017.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Ressignificar o estudo das frações e reforçar sua assimilação, buscando consolidar uma etapa fundamental da estrutura algébrica dos números.</i></p>
22	<p>MAKUCH, F. B. O uso de simulações interativas PHET no ensino de frações. 2016. 44 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Unicentro, Guarapuava, PR, 2016.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Que contribuições a utilização de simulações interativas, PHET, pode trazer ao ensino de frações?</i></p>
23	<p>MIRANDOLA, L. C. N. O uso de jogos no ensino de frações. Dissertação. 2015. 120 f. (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - São José do Rio Preto, SP, 2015.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Buscar meios que possibilitem promover aos alunos apropriação do conceito e das operações matemáticas básicas referentes às frações. (Para tanto, os jogos e a tecnologia foram escolhidos como meios a serem explorados para se tentar alcançar tais objetivos).</i></p>
24	<p>MOCROSKY, L. F. et al. Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade. Bolema, Rio Claro, SP, v. 33, n. 65, p. 1444-1463, dez. 2019. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a22 Acesso em: 18 jan.2020.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar aspectos de uma pesquisa qualitativa, de abordagem fenomenológica, desenvolvida no âmbito da formação continuada de professores de Matemática.</i></p>
25	<p>MONTEIRO, A. B. Estudos de recuperação do conteúdo de frações com o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação. 2013. 218 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS, 2013.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais são as dificuldades que os alunos apresentam com o conteúdo de frações e de que forma uma sequência didática, com a utilização das TIC pode auxiliar na recuperação de situações desfavoráveis de aprendizagem, com alunos dos anos finais do E. Fundamental?</i></p>
26	<p>MONTEIRO, A. B.; GROENWALD, C. L. O. Dificuldades na Aprendizagem de Frações: Reflexões a partir de uma Experiência Utilizando Testes Adaptativos I. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.7, n.2, p.103-135, novembro 2014 ISSN 1982-5153 103</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar as principais dificuldades de um grupo de alunos na resolução de testes adaptativos envolvendo o conteúdo de frações.</i></p>
27	<p>PAIVA, M. H. P. Aprendizagem de frações com softwares e aplicativos matemáticos online. 2016. 111 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, RS, 2016.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Em que aspectos o uso de recursos tecnológicos pode influenciar o processo de aprendizagem dos números racionais de um grupo de alunos do 7º ano?</i></p>
28	<p>PEREIRA, J. C. S.; NUNES, J. M. V. Ensino de operações polinomiais intermediado pela aritmética no sistema de numeração posicional decimal. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v. 19, n. 1, p.</p>

	251-271, 2017. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Refletir sobre o ensino de operações polinomiais intermediado pela aritmética no sistema de numeração posicional decimal.</i>
29	PONTE, J. P.; QUARESMA M. Representações e processos de raciocínio na comparação e ordenação de números racionais numa abordagem exploratória. BOLEMA , Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1464-1484, dez. 2014. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar uma reflexão sobre representações e processos de raciocínio, comparação e ordenação.</i>
30	PONTE, J. P.; QUARESMA M.; PEREIRA, J. M.; BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. BOLEMA , Rio Claro, SP, v. 30, n. 56, p. 868 - 891, dez. 2016. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Compreender as potencialidades do estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional e os desafios que se colocam à sua realização.</i>
31	POWELL, A. B. Measuring perspective of fraction knowledge: integrating historical and neurocognitive findings ReviSeM , Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática. Ano 2019, N°. 1, p.01– 19, https://doi.org/10.34179/revisem.v4i1.11286 . Acesso em: 18 nov.2019. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Descrever as origens e dificuldades cognitivas implicadas na concepção comum de números fracionários, em que uma fração corresponde a uma parte de um todo dividido em partes iguais.</i>
32	POWELL, A. B. Aprimorando o conhecimento dos estudantes sobre a magnitude da fração: um estudo preliminar com alunos nos anos iniciais. RIPEM , v. 9, n.2, pp. 50-68, 2019. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Examinar as potencialidades da perspectiva de medição e fração-de-quantidade para ampliar os entendimentos conceituais de magnitude de frações entre estudantes do segundo ano do Ensino Fundamental</i>
33	POWELL, A. B. Como uma fração recebe seu nome? ReBECCEM , Cascavel, PR, v.3, n.3, p. 700-713, dez. 2019. DOI: http://dx.doi.org/10.33238/ReBECCEM.2019.v.3.n.3.23846 Acesso em: 18 jan.2020. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Examinar os fundamentos históricos de duas perspectivas de que são frações partição e medição e como essas visões influenciam a definição de frações e o conhecimento delas.</i>
34	POWELL, A. B. Recuando para avançar: rumo a uma abordagem do século XXI para conhecimento de fração com o Modelo-4A de Instrução. Perspectiva , Florianópolis, v. 36, n. 2, p. 399-420, abr./jun. 2018. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Propor perspectivas ontológicas e epistemológicas como alternativas à construção do conhecimento de frações e um modelo de quatro fases para o ensino de frações com as barras de Cuisenaire.</i>
35	POZZOBON, M. C. C.; OLIVEIRA, C. J. Como ensinar frações? Práticas que (in)formam o professor que ensina matemática. Roteiro , Joaçaba, SC, v. 43, n. 3, p. 1001-1026, set./dez. 2018 E-ISSN 2177-6059 <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Discutir sobre a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais, em especial no que se refere ao ensino de frações.</i>
36	PROENÇA, M. C. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de Pedagogia. BOLEMA , Rio Claro, SP, v. 29, n. 52, p. 729-755, ago. 2015. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar modos de favorecer a compreensão do ensino de frações pela resolução de problemas para futuras professoras no curso de Pedagogia.</i>
37	RIBEIRO, A. B. M. As frações que o ladrilhamento revela . 2013. 132 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de São Carlos UFSCar, São Carlos, SP, 2013. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Que frações o ladrilhamento revela?</i>
38	RODRIGUES, W. S. Atividades com robótica educacional para as aulas de Matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental : utilização da metodologia LEGO® Zoom Education. 2015, 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” UNESP. São José do Rio Preto SP, 2015. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Propor a utilização de atividades com Robótica Educacional como a calculadora de frações com o intuito de aprofundar e fixar o conhecimento prévio dos alunos sobre adição de frações de tal forma a amenizar a dificuldade de assimilação de novos conhecimentos relacionados aos números fracionários.</i>
39	SANTOS, A. C. G et al. Efeito do Treino de Composição (Cópia) na Aprendizagem do Conceito de Proporção. Psicologia: Teoria e Pesquisa Out-Dez 2014, Vol. 30 n. 4, pp. 459-469. <i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Investigar o efeito do treino de relações condicionais entre estímulos fracionários na forma de figuras e numéricos, com e sem treino de composição, sobre a aprendizagem do conceito de proporção.</i>
40	SCHIEFFER, N. F.; POWELL A. B. Frações nos livros brasileiros do Programa Nacional do Livro

	<p>Didático (PNLD). Revemop, Ouro Preto, MG, v. 1, n. 3, p. 476-503, set./dez. 2019. https://doi.org/10.33532/revemop.v1n3a08 Acesso em: 18 fev.2020.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Investigar a noção de fração apresentada nos livros de Matemática do Ensino Fundamental, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), de 2019, no Brasil.</i></p>
41	<p>SEGETI, L. G. C. A. O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas. 2015. 162 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, 2015.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais contribuições um projeto elaborado para o ensino de frações, a partir dos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner, são verificáveis para a compreensão deste tema quando desenvolvido em uma turma do quinto ano?</i></p>
42	<p>SILVA, M. W. X. Ensino básico de frações utilizando Origami. 2014. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, RJ, 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Criar um material para ser utilizado por professores e alunos como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem de um conteúdo tão importante: as frações.</i></p>
43	<p>SILVA, U. M. As frações e os jogos matemáticos: uma relação de interação em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental. 2015. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, 2015.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Identificar de que formas os jogos matemáticos podem contribuir como recurso didático no processo de facilitação do processo de ensino e aprendizagem das frações em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, de forma construtiva, relacionando os jogos com o conteúdo frações nas aulas de Matemática.</i></p>
44	<p>SILVA, A. F. G.; SERRAZINA, M. L.; CAMPOS, T. M. M. Formação continuada de professores que lecionam Matemática: desenvolvendo a prática reflexiva docente. BOLEMA, Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1505-1524, dez. 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Desenvolver o pensar sobre o ensino dos números racionais por meio de atividades de pesquisa e investigação.</i></p>
45	<p>SILVA, F. A.; SANTIAGO, M. M. L.; SANTOS, M. C. Significados e representações dos números racionais abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. BOLEMA, Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1485-1504, dez. 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Refletir sobre a formação de professores, compreensão numérica de relações de aprendizagem de frações, números racionais e Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM.</i></p>
46	<p>SILVA, T.; LEMOS, B.; CARVALHO, C. Um software educacional para apoio ao ensino de frações utilizando Realidade Aumentada. AS&T - Acta Scientiae et Technicae, UEZO/ Rio de Janeiro, RJ Vol.2, n.2, p. 1-11, Dez 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar o desenvolvimento do software chamado SISFRAC, utilizando técnicas de Realidade Aumentada</i></p>
47	<p>SILVA, C. M.; TEIXEIRA, E. M. M.; MÜLLER, T. J. Objetos de aprendizagem no ensino de matemática: uma possibilidade no ensino e aprendizagem das frações. ReviSeM, Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática, Ano 2019, N°. 1, p. 82 – 96, https://doi.org/10.34179/revistem.v4i1.9834 Acesso em: 18 jan.2020.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar uma proposta de atividade com o estudo de frações por meio do uso de um objeto de aprendizagem (OA).</i></p>
48	<p>SIMONI, T. C. C. Contribuições do uso das TIC'S e de materiais manipulativos na superação do erro no estudo de frações. 2018. 220 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Erechim, RS, 2018.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e dos materiais manipulativos para superação desses erros?</i></p>
49	<p>SIMONI, T. C. C.; SCHEFFER N. F. A superação do erro no estudo de frações: uma discussão quanto a contribuições das TIC e de materiais manipulativos. ReviSeM, Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática. Ano 2019, N°. 1, p.20– 36, https://doi.org/10.34179/revistem.v4i1.9836. Acesso em: 18 jan.2020.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: analisar o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e de Materiais Manipulativos na superação desses erros.</i></p>
50	<p>SOARES, T. V. O que revelam as respostas dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração quando apresentado através de um modelo que prioriza o subconstruto parte-todo. 2013. 93 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2013.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: O modelo utilizado para a apresentação do conceito de fração, através do subconstruto parte-todo, possibilita aos alunos o desprendimento do formato das partes em relação a uma mesma unidade?</i></p>
	<p>TEIXEIRA, A. C. Os números racionais nos níveis curriculares da rede estadual de ensino de São</p>

51	<p>Paulo. 2018. 255f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2018.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar e analisar os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC e o Currículo do Estado de São Paulo, considerando os conteúdos e habilidades em relação ao ensino dos números racionais.</i></p>
52	<p>TEIXEIRA, A. C.; ALLEVATO N. S. G. As prescrições curriculares e o ensino dos números racionais nos anos finais do ensino fundamental. RPEM, Campo Mourão, Pr, v.8, n.17, p.201-228, jul.-dez. 2019. DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.17.201-228 Acesso em: 18 jan.2020.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar e analisar as prescrições curriculares representadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC e o Currículo do Estado de São Paulo, considerando os conteúdos e habilidades em relação ao ensino dos números racionais, utilizando técnica de análise documental.</i></p>
53	<p>TRINTIN, T. B.; AMORIM, T. E. C. A Matemática e o lúdico: ensinando frações através de jogos. REMAT, Caxias do Sul, RS, v. 2, n. 1, p. 113-127, 2016. Disponível em: [Revista Eletrônica de Matemática] - IFE Caxias do Sul RS. Acesso em: 8 jan. 2020.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Pesquisar as contribuições que os jogos podem trazer para melhoria na aprendizagem do conteúdo de frações e na relação destes com números decimais e porcentagens.</i></p>
54	<p>VALIO, D. T. C. Frações: estratégias lúdicas no ensino da Matemática. 2014. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de São Carlos: UFSCar, São Paulo, SP, 2014.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Oferecer alguns caminhos para o ensino da Matemática, voltado para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental da Educação Básica de uma escola da rede pública estadual.</i></p>
55	<p>VASCONCELOS, I. C. P.; MAMEDE, E. P. B. C.; DORNELES, B. V. A compreensão das relações numéricas na aprendizagem das frações: um estudo comparativo com crianças brasileiras e portuguesas. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos. Brasília, DF, v. 98, n. 249, p. 251-269, maio/ago. 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i249.3043.(2). Acesso em: 8 set. 2018.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Estabelecer a relação inversa entre o numerador e o denominador, habilidade fundamental à construção do conceito de frações em situações de quociente e parte-todo e fazer um estudo comparativo.</i></p>
56	<p>VAZ, R. F. N. Metodologia didática de análise de soluções aplicada no ensino de frações. 2013. 80 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, 2013.</p> <p><i>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: De que forma uma metodologia de ensino baseada na análise de soluções pode contribuir para o ensino de frações? e Qual é a evolução observável nos resultados de um teste aplicado antes e após uma sequência didática para revisão de frações baseada na análise de soluções?</i></p>

Fonte: Portal da Capes

Recebido em: 17 de março de 2020
Aprovado em: 17 de agosto de 2020