

## O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: UM PANORAMA DE PESQUISAS POR MEIO DE UMA METASSÍNTESE

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.20.38-61>

Ohanna Peres Varela Garcia Lechrer<sup>1</sup>  
Vinícius Pazuch<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo visa identificar e compreender as tendências acerca dos aspectos teóricos e metodológicos que permeiam as pesquisas sobre geometria espacial em âmbito mundial entre 2009 e 2018. A partir de pesquisas nas bases de dados *Web of Science*, ERIC, *Mathematics Education* e PsycINFO, observou-se que 15 artigos se relacionam com o ensino de geometria espacial e, sobre estes, realizou-se uma metassíntese para definir as tendências de pesquisas. Observou-se que os artigos relacionados com o ensino de geometria espacial são, em sua maioria, pesquisas empíricas com o foco na educação básica, tendo como objeto de observação alunos de ensino fundamental nos anos finais e de ensino médio, e, assim como os artigos com foco em professores, aplicaram testes e/ou separaram alunos ou professores em grupos para posterior comparação.

**Palavras-chave:** *Software* de Geometria Dinâmica. Formação de Professores. Bases de Dados.

### SPATIAL GEOMETRY TEACHING: AN OVERVIEW OF RESEARCH THROUGH A META-SYNTHESIS

**Abstract:** This article aims to identify and understand the trends regarding the theoretical and methodological aspects that permeate the research on spatial geometry worldwide between 2009 and 2018. From research in the databases *Web of Science*, ERIC, *Mathematics Education* and PsycINFO, we observed 15 articles are related to the spatial geometry teaching and, on these, a meta-synthesis was carried out to define research trends. It was observed, that the articles related to the teaching of spatial geometry are, for the most part, empirical research with a focus on middle and high school, with the object of observation of students and as well as articles focused on teachers, they applied tests and/or separated students or group teachers for later comparison.

**Keywords:** Dynamic Geometry Software. Teacher Education. Data Base.

#### Introdução

O estudo dos sólidos geométricos em geometria espacial desenvolve nos alunos a capacidade de abstração e resolução de problemas que necessitam recorrer às propriedades das formas geométricas, possibilitando sua inter-relação com situações do cotidiano (BRASIL, 2006). Além disso, a relevância que a geometria obteve historicamente e o fato de viver em um mundo repleto de formas, seja na natureza, na arquitetura ou nas artes, reforçam a importância do ensino e da aprendizagem da geometria espacial nas escolas.

Apesar de sua relevância no ensino e tomando por base as experiências da prática pedagógica e as pesquisas, algumas dificuldades são vivenciadas tanto pelos alunos quanto

<sup>1</sup> Mestranda em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC (UFABC), e-mail: ohannaperes1@outlook.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-4406-6488>.

<sup>2</sup> Doutor em Ensino de Ciências e Matemática, Professor Adjunto do Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC (UFABC), e-mail: [vinicius.pazuch@ufabc.edu.br](mailto:vinicius.pazuch@ufabc.edu.br), ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6997-1110>.

por professores durante os processos de ensino e de aprendizagem.

Diante deste cenário, e sem limitar a importância somente ao ensino e à aprendizagem, enfatizamos as pesquisas que permeiam a geometria espacial, pois elas servem como material de estudo e apoio, contribuem no trabalho docente e auxiliam professores de matemática que se deparam com dificuldades durante sua prática. Desse modo, delimitamos como objetivo deste artigo: *identificar e analisar aspectos teóricos e metodológicos de pesquisas que abordam o ensino de geometria espacial*, para observar quais são as temáticas mais abordadas nas pesquisas e as que possuem a necessidade de expansão.

Para identificar as tendências observadas nas pesquisas e obter um panorama, realizamos uma metassíntese dos artigos analisados, que consiste na produção de sínteses interpretativas de cada pesquisa, de modo a produzir uma nova síntese de interpretações, que pode ser integrativa ou problematizadora das sínteses anteriores (FIORENTINI; CRECCI, 2017).

### **Percurso e procedimentos metodológicos**

Para o início da pesquisa sobre o ensino de geometria espacial, decidimos buscar os elementos que contribuiriam para a construção da revisão de literatura em bases de dados. Da escolha das bases de dados que iriam subsidiar a presente investigação, pesquisamos especificamente, em algumas delas, sobre “*spatial geometry*”, para, a partir dos resultados prévios nelas encontrados, delimitar as potencialidades de cada uma. Com essa primeira análise, pudemos escolher quatro bases de dados como fonte de pesquisa<sup>3</sup>: *Web of Science*, ERIC, *Mathematics Education* e PsycINFO.

O total dos elementos encontrados nas bases de dados escolhidas resultou inicialmente em 734 resultados. Diante desse montante, alguns critérios de exclusão foram elaborados para refinar esses resultados: os artigos deveriam ter sido publicados em inglês, português ou espanhol, em periódicos no período de 2009 a 2018<sup>4</sup>. Neste processo, alguns filtros foram aplicados em cada base de dados, resultando em um novo montante de 42 artigos. Entretanto, esta quantidade de artigos encontrados se refere somente à soma de cada quantidade encontrada separadamente em cada base de dados, sem eliminar aqueles que apareceram em duas bases de dados, ou mais, simultaneamente.

---

<sup>3</sup> Não utilizamos bases de dados nacionais para a pesquisa de artigos, pois não foram encontradas pesquisas em potencial para compor a presente revisão de literatura. Limitamo-nos a utilizar as bases de dados citadas na presente pesquisa.

<sup>4</sup> Artigos publicados até 18 de outubro de 2018.

Na Tabela 1 pode ser observado o procedimento metodológico realizado, em ordem cronológica, durante a pesquisa dos artigos, desde a pesquisa do assunto especificamente até os filtros aplicados e a quantidade de elementos que foram sendo encontrados após cada filtro.

Três das bases de dados escolhidas para a busca – ERIC, *Web of Science* e PsycINFO – possuíam recursos para a utilização dos próprios filtros presentes em seus respectivos *sites*. Portanto, somente na base de dados *Mathematics Education*, na ausência desse recurso, o filtro foi aplicado manualmente.

**Tabela 1:** Processo de busca nas bases de dados.

Base de Dados	Descritor	Quantidade	Filtro 1	Quantidade	Filtro 2	Quantidade	Filtro 3	Quantidade
<b>Web of Science</b>	Spatial Geometry	552	Article	420	Últimos 10 anos	226	Pesquisa Educacional da Educação	<b>3</b>
<b>ERIC</b>	Spatial Geometry	29	Journal Articles	17	Últimos 10 anos	<b>13</b>		
<b>Mathematics Education</b>	Spatial Geometry	127	(Manual)	<b>14</b>				
<b>PsycINFO</b>	Spatial Geometry	26	Journal	22	Últimos 10 anos	<b>12</b>		
<b>Total:</b> 42 artigos								

Fonte: autores

Aplicados os filtros em cada base, realizamos um novo refinamento dos resultados, baseando-nos na leitura do resumo de cada artigo. Assim, foram obtidos 18 artigos distintos, todos relacionados ao ensino de geometria espacial. Porém, três deles estavam indisponíveis para leitura e análise, o que limitou a quantidade final a 15 artigos, que denominaremos de *corpus*, para compor a revisão de literatura.

O processo de busca dos artigos, descrito até o momento, teve o foco em encontrar os artigos referentes ao ensino de geometria espacial, publicados segundo os parâmetros delimitados pelos autores. O resultado da busca pode ser visto na Tabela 2. Na fase seguinte, analisamos cada um, apontando especificamente os aspectos teóricos dos artigos e os objetos de análise que integram o *corpus*, apresentados na Tabela 3. Por fim, abordamos as principais características e as potencialidades de cada artigo, *identificando e analisando aspectos teóricos e metodológicos de pesquisas que abordam o ensino de geometria espacial*.

**Tabela 2:** Artigos analisados.

N	Título	Autor(es)/Ano	Revista	Estudo
1	Effects of using dynamic mathematics software on preservice mathematics teachers' spatial visualization skills: The case of spatial analytic geometry.	Kösa (2016)	<i>Educational Research and Reviews</i>	(E)
2	Origami instruction in the middle school mathematics classroom: Its impact on spatial visualization and geometry knowledge of students.	Boakes (2009)	<i>Research in Middle Level Education</i>	(E)
3	Potentials for spatial geometry curriculum development with three-dimensional dynamic geometry software in lower secondary mathematics.	Miyazaki et al. (2012)	<i>International Journal for Technology in Mathematics Education</i>	(T)
4	The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning.	Arici e Aslan-Tutak (2015)	<i>International Journal of Science and Mathematics Education</i>	(E)
5	Using mobile devices to enhance the interactive learning for spatial geometry.	Chang et al. (2014)	<i>Interactive Learning Environments</i>	(E)
6	The effects of 3D-representation instruction on composite-solid surface-area learning for elementary school students.	Sung, Shih e Chang. (2015)	<i>Instructional Science: An International Journal of the Learning Sciences</i>	(E)
7	Teacher spatial skills are linked to differences in geometry instruction.	Otumfuor e Carr (2017)	<i>British Journal of Educational Psychology</i>	(E)
8	Use of 3D software to develop abilities of visualization in Primary School.	Escriva, Jaime e Gutiérrez (2018)	<i>Educación Matemática en la Infancia</i>	(E)
9	Importance of spatial visualization skills in Hungary and Turkey: comparative studies.	Nagy-Kondor (2014)	<i>Annales Mathematicae et Informaticae</i>	(E)
10	Teaching 3-D geometry – the multi representational way.	Kalbitzer e Loong (2013)	<i>Australian Primary Mathematics Classroom</i>	(E)

11	Concepts and spatial abilities required for geometry questions on the ENC/ENADE for university students in mathematics teaching programs.	Viana (2009)	<i>Bolema</i>	(T)
12	The synergetic effect of learning styles on the interaction between virtual environments and the enhancement of spatial thinking.	Hauptman e Cohen (2011)	<i>Computers &amp; Education</i> <i>Educación Matemática en la Infancia</i>	(E)
13	An experience according to the hypothetical paths of learning in spatial geometry involving students and teachers of secondary school.	Traldi Jr. e Luna (2010)	<i>Revista Iberoamericana de Educação Matemática</i>	(E)
14	A longitudinal analysis of early spatial skills compared to arithmetic and verbal skills as predictors of fifth-grade girls' math reasoning.	Casey et al. (2015)	<i>Learning and Individual Differences</i>	(E)
15	Interactive geometric constructions in the virtual space.	Schumann (2010)	<i>Bol., Soc. "Puig Adam" Prof. Mat.</i>	(T)

(E) Empírico, (T) Teórico.

Fonte: Autores

**Tabela 3:** Aspectos teóricos e objeto de análise dos artigos.

N	Autor(es)/Ano	Aspectos Teóricos/Objeto de Análise							
		EF	EM	PFI	PFC	SGD /AV	AP	C	TA
1	Kösa (2016)			x		x	x		
2	Boakes (2009)	x					x		
3	Miyazaki et al. (2012)	x				x		x	x
4	Arıcı e Aslan-Tutak (2015)		x						x
5	Chang et al. (2014)		x			x	x		
6	Sung, Shih e Chang (2015)	x				x	x		x

7	Otumfuor e Carr (2017)			x			
8	Escriva, Jaime e Gutiérrez. (2018)	x			x	x	x
9	Nagy-Kondor (2014)			x			
10	Kalbitzer e Loongr (2013)	x			x		x
11	Viana (2009)			x			
12	Hauptman e Cohen (2011)		x		x	x	
13	Traldi Jr. e Luna (2010)		x		x	x	x
14	Casey et al. (2015)	x					
15	Schumann (2010)				x		

(*EF*) Ensino Fundamental, (*EM*) Ensino Médio, (*PFI*) Professores em Formação Inicial, (*PFC*) Professores em Formação Continuada, (*SGD*) Software de Geometria Dinâmica, (*AP*) Aprendizagem, (*C*) Currículo, (*TA*) Tarefas, (*AV*) Ambiente Virtual.

Fonte: Autores.

### Revisão e sínteses interpretativas dos estudos

No desenvolvimento da pesquisa, durante a busca pelos artigos da revisão de literatura, observamos que a quantidade do número de artigos publicados com resultados de pesquisa sobre o ensino de geometria espacial foi inferior ao de estudos sobre outros temas relacionados à Geometria.

Apesar de termos estabelecido que os artigos de nossa revisão de literatura necessitariam ter suas publicações apenas em português, inglês e espanhol, não limitamos os artigos a um território geográfico, o que nos permitiu analisar artigos de pesquisas realizadas em qualquer país e, assim, observar quais as pesquisas feitas mundialmente sobre o ensino de geometria espacial.

Nesta seção, faremos uma síntese interpretativa de cada artigo que compõe a Tabela 2.

Apresentaremos as características que revelam a essência de cada estudo: seus objetivos e questões norteadoras, o processo metodológico, o desenvolvimento de cada pesquisa e as limitações encontradas, os resultados obtidos a partir de cada contexto e recursos utilizados. Também destacaremos pontos em comum encontrados nas pesquisas, para que possamos analisar as abordagens teóricas e metodológicas e as relações existentes entre elas, e identificar o conjunto de abordagens teóricas constantes nesses 15 artigos.

Cabe esclarecer que a síntese interpretativa presente nesta seção não se limita a um resumo de cada artigo, mas expõe pontos essenciais a partir da perspectiva e da interpretação dos autores deste artigo, assim como as diversas observações realizadas e apresentadas *a posteriori*.

Para a elaboração das sínteses, separamos os artigos do *corpus* de análise em dois eixos. O *primeiro eixo* que será apresentado e discutido é composto por pesquisas em que há a utilização de *Softwares de Geometria Dinâmica* (SGD) ou Ambientes Virtuais (AV) relacionados ao ensino de geometria espacial; e o *segundo eixo* é formado pelas pesquisas que não utilizam esses recursos. A separação nestes dois eixos foi realizada pelo fato de nove dos artigos analisados estarem relacionados ao ensino de geometria espacial com a utilização de SGD ou AV e seis deles não, o que tornou a separação dessa forma mais viável para observarmos as abordagens encontradas nesses artigos.

**Schumann (2010)** trouxe uma pesquisa alemã que teve como foco discorrer sobre em que aspectos um SGD, mais especificamente ao utilizar como recurso o Cabri 3D, influencia o ensino de geometria espacial. A princípio este autor se apoia em Graf/Barner (1964), ao relatar que construções de figuras espaciais eram comumente negligenciadas no currículo escolar, e, a partir disso, Schumann ressalta as potencialidades que a utilização desse recurso pode trazer. Apresenta o conceito de construção de figuras espaciais e mostra os principais meios para realizar construções geométricas no Cabri 3D, trazendo à luz eventuais problemas que ele observou nessas construções como exemplos para serem levados em consideração e reflexões didáticas acerca do uso de SGD. As construções realizadas no Cabri 3D não possuem uma diretriz quanto ao nível específico de ensino em que elas poderiam ser trabalhadas. Nas considerações finais sobre o seu objeto de análise, relatou que o uso de um espaço virtual para realizar as construções geométricas favorece a reavaliação de temas tradicionais de geometria espacial.

**Traldi Jr. e Luna (2010)** trazem uma pesquisa brasileira com alunos do 2.º ano do ensino médio que foram convidados a participar de um Projeto de Realidade Virtual, com o objetivo de verificar a possibilidade de compatibilizar perspectivas construtivistas de

aprendizagem em ambientes virtuais com o planejamento – a partir de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA) – e observar a atuação do professor de matemática nas atividades de planejamento segundo uma perspectiva construtivista de aprendizagem. Foram analisadas duas atividades desenvolvidas em sala de aula, ambas compostas por cinco tarefas. A primeira atividade possuía como objetivo geral reconhecer objetos sólidos e suas diferentes representações bidimensionais, e a segunda buscava explorar os poliedros regulares, seu papel na arte e nas explicações sobre o universo. O planejamento das atividades foi realizado em colaboração entre professor e pesquisador. Em conclusão ao que foi observado durante o desenvolvimento das atividades, os pesquisadores relataram que (i) a aprendizagem dos alunos não é garantida unicamente com o uso da teoria construtivista, porém sua utilização pode contribuir de maneira significativa, desde que o professor investigue o pensamento do aluno e associe-o ao planejamento das aulas; e (ii) as THA são potencialmente ricas, mas sozinhas não determinam uma aprendizagem com perspectivas construtivistas.

**Hauptman e Cohen (2011)** apresentaram uma pesquisa israelense realizada com 192 alunos do 10.º ano – primeiro ano da escola secundária – com dois objetivos: (i) examinar como os três diferentes modos de aprendizagem (VR<sup>5</sup> em exploração guiada, VR em exploração não guiada e não utilizando o VR) foram relacionados aos estilos de aprendizagem; e (ii) definir até que ponto exercitar habilidades espaciais em ambientes virtuais afeta o pensamento espacial de alunos com diferentes estilos de aprendizagem. Os participantes foram separados em quatro grupos, os quais foram submetidos à pré e pós-testes. Os participantes do grupo 1 praticaram as tarefas com espaços virtuais e SRQ<sup>6</sup>; os do grupo 2, com espaços virtuais e sem SRQ; os do grupo 3, a partir de um folheto com exercícios do grupo 1 e com SRQ; entretanto, os participantes do grupo 4 usaram um livreto para praticar os mesmos exercícios do grupo 1, porém sem SRQ e sem tratamento algum. Os testes realizados na pesquisa foram o de Raciocínio Espacial e Visual da série de Perfis de Aptidão – Educacional (APTS-E) e de Rotação Mental Vandenberg & Kuse (MRT). Os dados foram analisados a partir da análise multivariada de variância (MANOVA), e os resultados indicaram (i) um impacto diferencial de ambientes virtuais em alunos com diferentes estilos de aprendizagem modais e pessoais, (ii) a importância dos ambientes virtuais no aprimoramento das habilidades espaciais dos estudantes “sensoriais” e cinestésicos e (iii) a necessidade de uma pesquisa abrangente e minuciosa sobre as interconexões entre ambientes virtuais e estilos de aprendizagem, para reconhecer o impacto de habilidades não verbais de

---

<sup>5</sup> Projeto de Realidade Virtual

<sup>6</sup> Self-Regulating Questions – Questões de Autorregulação

diferentes estilos de aprendizagem, já que a maioria das interações em ambientes virtuais é intuitiva e não verbais.

**Miyazaki et al. (2012)**, por sua vez, produziram uma pesquisa japonesa que procurou esclarecer que potenciais usos o SGD pode oferecer para desenvolver a geometria espacial no currículo nas escolas de ensino médio (Nível 2)<sup>7</sup>. O estudo revela a necessidade de que esse desenvolvimento ocorra. Esses pesquisadores desenvolveram um currículo piloto, com tarefas orientadas que podem ser usadas para o ensino experimental em sala de aula com o uso do Cabri 3D<sup>8</sup>. Ao focar os impactos de SGD relacionado à visualização, possibilitando uma perspectiva ativa da geometria, os autores apontam seis potenciais efeitos através dos quais os alunos podem aprimorar sua aprendizagem: (i) expandir o intervalo de conteúdo no currículo de geometria espacial, (ii) esclarecer a conexão de conteúdo entre diferentes unidades, (iii) reforçar a correlação entre a matemática e o mundo real, (iv) tornar mais dinâmico o momento de construção e observação, (v) fazer a atividade exploratória mais produtiva e (vi) tornar a atividade de prova mais sofisticada.

A pesquisa australiana realizada por **Kalbitzer e Loong (2013)** teve como objetivo descrever um conjunto de tarefas abertas que se baseiam no uso de várias representações, para desenvolver a capacidade espacial e o pensamento geométrico de estudantes. Para a apresentação das seis tarefas elaboradas pelos pesquisadores, inicialmente analisaram-se as experiências de um dos autores da pesquisa e os registros anedóticos de seus alunos do 5.º e 6.º ano, e depois essas tarefas foram adaptadas e revistas a partir de outras, elaboradas e implementadas pelo primeiro autor da pesquisa. Ferramentas como *multi-link*, papel de ponto isométrico e *Insert Shapes*, do *software Microsoft Word*, foram usadas durante o desenvolvimento das tarefas. Como resultado alcançado, os pesquisadores relataram observar um alto nível de envolvimento dos alunos em todas as tarefas.

A pesquisa de **Sung, Shih e Chang (2015)** teve seu foco em dois objetivos: (i) ajudar a resolver o problema de escassez sobre pesquisas relacionadas ao ensino de geometria espacial com material virtual manipulável e (ii) explorar as habilidades matemáticas e instruções sobre o desempenho na aprendizagem da área de superfícies dos sólidos, utilizando como recurso SGD, verificando se há diferença na aprendizagem de conceitos geométricos complexos entre alunos do sexo masculino e feminino para examinar se existe qualquer efeito de interação entre esses três fatores. Realizada no 5.º ano de uma escola situada no Taiwan, a

---

<sup>7</sup>O termo “ensino médio (nível 2)” que o artigo cita se baseia na Classificação Internacional Normalizada da Educação (CINE). Essa esclarece que o ensino médio é dividido em duas fases. A primeira fase (Nível 2) se equipara com alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

<sup>8</sup>Disponível no *site*: <http://www.schoolmath.jp/3d/e/teacher/index.htm>.

pesquisa envolveu 111 alunos, que foram separados em dois grupos (experimental e controle) e submetidos à pré e pós-testes. Os integrantes do grupo experimental realizaram testes que continham instruções SAILS<sup>9</sup> e utilizaram o *software* Google SketchUp; e os integrantes do grupo de controle receberam testes com instruções tradicionais. Como resultado, os pesquisadores observaram que a utilização da SAILS (i) gerou mais resultados do que o grupo que teve o ensino tradicional, (ii) provocou uma melhora significativa nas atitudes de aprendizagem matemática em ambos os gêneros e (iii) foi capaz de melhorar as aprendizagens matemáticas dos alunos de nível baixo e moderado, mas não apresentou melhorias naqueles que possuíam nível alto. Para a análise dos testes, foi analisada a covariância (ANCOVA) como método para controle estatístico.

**Kösa (2016)** investigou os efeitos da utilização do GeoGebra sobre as habilidades de visualização espacial de professores de matemática em formação inicial, que estavam estudando geometria analítica espacial e, ainda, buscou perceber se tais habilidades poderiam garantir sucesso na geometria analítica espacial. Para o desenvolvimento da pesquisa, foram realizados pré e pós-testes em 116 professores em formação inicial na Turquia, separados em dois grupos: experimental e controle. Os testes realizados passaram por uma análise de covariância (ANCOVA). Os resultados citados pelo pesquisador demonstraram diferença significativa na média das pontuações dos dois grupos e 82% de sucesso na geometria analítica espacial, resultante do conhecimento preliminar sobre geometria analítica plana e da habilidade de visualização espacial.

**Chang et al. (2014)**, por outro lado, exploraram uma forma de desenvolver um sistema de aprendizagem de geometria espacial *Hands-on* para facilitar a aprendizagem de geometria. Para isso, os pesquisadores realizaram pré e pós-testes em 58 alunos, divididos em dois grupos (experimental e controle), em uma escola secundária no Taiwan. Os integrantes de ambos os grupos utilizaram o mesmo material de aprendizagem e tiveram aulas com o mesmo professor, porém os do grupo experimental utilizaram um sistema desenvolvido chamado HOLD<sup>10</sup>, que possui animação em *Flash* e componentes do Cabri 3D. Esse estudo envolveu o desenvolvimento e a implementação de um sistema prático de aprendizagem de geometria espacial e explorou sua eficácia para estimular apreensão perceptual, apreensão sequencial, apreensão operativa e pontuações geométricas. Os pesquisadores analisaram os testes a partir da análise de covariância (ANCOVA) e obtiveram estes resultados: (i) pouca diferença entre os testes dos dois grupos em relação à apreensão perceptiva; (ii) diferença

---

<sup>9</sup> Surface-area Instructional and Learning Strategies.

<sup>10</sup> *Hands-On Learning by Doing*.

significativa entre eles na apreensão sequencial e operacional, apresentando maior desenvolvimento o grupo experimental; (iii) a experiência relatada pelos pesquisadores sugeriu que o HOLD pode facilitar o ensino de geometria espacial; e (iv) a afirmação dos alunos de que a utilização de um computador para visualizar o material de geometria espacial ajudou a melhorar a sua compreensão de conceitos espaciais. Ao final do artigo, os pesquisadores relataram que há questões em aberto, que poderiam ser objeto de análise em futuras pesquisas, como: (i) concentrar a utilização do HOLD para verificar a apreensão discursiva dos alunos, (ii) projetar estruturas para processos de solução de problemas e examinar sua eficácia, (iii) produzir mais mecanismos de discussão para auxiliar a aprendizagem da geometria espacial e (iv) investigar influências da implementação do sistema HOLD sobre diferentes gêneros.

**Escriva, Jaime e Gutiérrez (2018)** apresentam uma pesquisa realizada na Espanha com 21 alunos, divididos em dois grupos, sendo o primeiro formado por 15 alunos do 5.º ano de um centro público em Valência, observados durante as aulas de matemática; e o segundo grupo, com 6 alunos do 5.º e do 6.º anos, identificados como alunos com altas habilidades cognitivas, participantes de uma oficina extracurricular. O objetivo do estudo foi observar possíveis diferenças em estudantes de distintos graus da Educação Básica, particularmente alunos com altas habilidades matemáticas; e analisar suas habilidades de visualização e seu talento matemático, ao usar cada *software*. Os pesquisadores apresentaram uma sequência de tarefas no texto, para serem utilizadas no *Flash* e no *GeoGebra*, sobre combinação de representação de cubos, que são as mesmas aplicadas aos alunos que eram objeto de análise. As tarefas tinham como proposta desenvolver a visualização das rotações e suas habilidades de visualização. Os pesquisadores concluíram que os alunos apresentaram as habilidades de conservação da percepção, reconhecimento de relações espaciais, discriminação visual, rotação mental e memória espacial sequencial de curto prazo, além de formas diferentes de resolução das tarefas pelos integrantes do primeiro e do segundo grupo.

As sínteses dos artigos que compõem o nosso primeiro eixo, descritas até o momento, são uma tentativa de fazer emergir as principais informações presentes em cada pesquisa, para conduzir de maneira mais clara e compreensível as análises que serão apresentadas, a partir do que foi observado pelos autores desta pesquisa.

Iniciando a análise do primeiro eixo, identificamos que dos nove artigos observados, dois – o de Schumann (2010) e o Miyazaki et al. (2012) – são pesquisas teóricas. Ambas possuem seu foco primário na observação dos benefícios e das potencialidades da utilização de SGD nas tarefas que se relacionam com geometria espacial, porém os referenciais teóricos

utilizados em cada estudo são inteiramente distintos, sem nenhum referencial em comum. Os dois realizaram sua análise das potencialidades com o uso de SGD, utilizando o *software* Cabri 3D, e apresentaram as tarefas que poderiam ser usadas. A pesquisa de Miyazaki et al. (2012) desenvolveu-se ainda de forma mais rica, pois trabalhou diversas tarefas que podem ser utilizadas para alunos de 7.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> séries, que possuem objetivos diferentes, e elaborou um currículo piloto – ainda partindo do currículo japonês – que envolve a utilização de SGD.

Os demais sete artigos deste eixo relatam pesquisas empíricas. Três delas – Kösa (2016), Chang et al. (2014) e Sung, Shih e Chang (2015) – realizaram a coleta de informações com alunos separados em grupos de experimental e controle, e aplicaram pré e pós-testes aos participantes, que foram analisados a partir de covariância (ANCOVA), que demonstrou ser o único método de análise a ser realizado sobre os testes aplicados.

Somente a pesquisa de Kösa (2016) buscou investigar os efeitos da utilização de SGD em professores que estavam em formação inicial, do mesmo modo que foi a única a utilizar o *software* GeoGebra como recurso.

Sung, Shih e Chang (2015) e Chang et al. (2014) convergem, ao citarem possíveis diferenças na aprendizagem em alunos e alunas: para os primeiros, observar a existência, ou não, na aprendizagem era um dos objetos de análise de sua investigação; e para os últimos, somente uma sugestão para uma futura pesquisa. Vale ressaltar ainda que o primeiro pesquisador de cada artigo faz parte das duas investigações. Assim, a pesquisa de Sung, Shih e Chang (2015) complementa a de Chang et al. (2014) quando estes sugerem a pesquisa.

Iniciaremos com **Boakes (2009)** a metassíntese dos artigos que compõem o *segundo eixo*, aqueles que não se relacionam com o ensino de geometria espacial com o auxílio de SGD ou AV. O autor apresenta uma pesquisa estadunidense com 56 alunos de 7.<sup>a</sup> série divididos em dois grupos (experimental e controle), que tinha como objetivo usar o origami para melhorar as habilidades espaciais. Os dois grupos tiveram aulas com um professor experiente da escola em que foi realizada a pesquisa, porém o grupo experimental teve também aulas utilizando o origami como recurso, dadas pela pesquisadora. Para a análise dos dados, foram aplicados pré e pós-testes aos integrantes dos dois grupos, analisados pelo método de covariância (ANCOVA). O resultado das tarefas revelou que (i) em termos de compreensão da geometria, os participantes de ambos os grupos atingiram semelhantes ganhos de desenvolvimento, o que implica que a instrução especializada combinada com instrução tradicional pode ser tão benéfica como a instrução tradicional baseada em livro e (ii) entretanto, para a dobradura de papel, assim como para testes de desenvolvimento de superfície (que são dois dos três testes aplicados) não foram encontradas diferenças muito

significativas, levando à conclusão de que a instrução especializada não foi mais eficaz do que a instrução tradicional. A pesquisa também compara o desempenho entre alunos e alunas, pontuando que há diferença no desempenho de acordo com o gênero. Vale acrescentar que a pesquisadora ressalta quatro questões como sugestões para futuras pesquisas: Poderia um conjunto de diferentes testes espaciais produzir resultados diferentes? Se a exposição à instrução com o origami foi estendida (não necessariamente limitada ao conteúdo de geometria), ele teria um efeito diferente sobre o desempenho? Os resultados difeririam, se um estudo fosse focado sobre a instrução de meninas separadamente dos meninos? Que tipo de treinamento espacial seria mais benéfico para ambos os gêneros?

Diferentemente das pesquisas apresentadas até o momento, **Viana (2009)** traz uma pesquisa brasileira que centraliza sua análise em questões de geometria espacial das provas de Matemática ENC/ENADE de 1998 a 2005, direcionadas aos alunos da Licenciatura em Matemática, de acordo com a forma de apresentação das informações e estrutura conceitual e habilidades espaciais requeridas. A pesquisa faz parte de outra investigação maior, financiada pelo Programa Especial de Pesquisa da Universidade Federal de Uberlândia – PEP/UFU/2007-2009 e realizada com alunos da Licenciatura em Matemática. As sete questões analisadas foram categorizadas a partir do nível de formação conceitual de acordo com o modelo de Van Hiele (de 1 a 5), o que levou a pesquisadora a concluir que (i) a maioria das questões apresentou nível de formação conceitual inferior a 3, na escala de Van Hiele e não exigiu linguagem nem raciocínio dedutivo em nível complexo; (ii) todas as questões demandam habilidades para formar e manipular imagens mentais; (iii) a apresentação do enunciado na forma verbal foi observado em cinco das questões observadas; (iv) as provas ENC e ENADE, de 1998 a 2005, de acordo com as questões analisadas, avaliaram uma característica relativa mais à habilidade do que propriamente a conceitos e procedimentos; (v) foram identificadas operações mentais relacionadas à planificação, secção de sólidos, formação de polígonos e de sólidos de revolução.

Já **Nagy-Kondor (2014)** apresenta uma pesquisa que possui como objeto de análise professores de matemática da Hungria e da Turquia em formação inicial e como foco a investigação e a comparação das habilidades espaciais desses professores, mais especificamente os níveis de habilidade de visualização espacial e a existência significativa entre as habilidades de visualização espacial Purdue e Heinrich. A investigação foi desenvolvida no Osmangazi University Eskisehir e na University of Debrecen, com 73 húngaros e 85 turcos. Duas tarefas foram aplicadas a esses professores, centradas na transformação espacial do sólido. Após as análises, a pesquisadora concluiu que (i) muitos

alunos apresentam problemas durante as resoluções de exercícios de geometria espacial, pois têm dificuldade para imaginar a figura espacial e (ii) houve uma diferença significativa entre o desenvolvimento das tarefas dos professores húngaros e turcos, pois os primeiros atingiram pontuações maiores nas tarefas, talvez pela maior integração de palestras em seu programa de formação. A pesquisadora sugeriu atividades que incluíssem desenhos técnicos, aplicações informáticas e uso de manipulação geométrica para o desenvolvimento da capacidade espacial. Duas futuras pesquisas, em planejamento, foram citadas por ela: a primeira é relacionada à realização de planilhas interativas especiais para desenvolver a capacidade espacial e a segunda visa comparar currículos da pré-escola ao nível universitário.

**Casey et al. (2015)** trazem uma pesquisa estadunidense, com objetivo e desenvolvimento integralmente diferentes dos apresentados até o momento. Com foco no acompanhamento de um grupo de alunas a partir do 1.º ano do ensino fundamental até elas alcançarem o 5.º ano, comparam suas habilidades espaciais iniciais a outros principais fatores precoces cognitivos como preditores do raciocínio espacial matemático. Para a pesquisa, foram recrutadas 127 alunas e suas respectivas mães, porém, ao final do acompanhamento, esse número reduziu-se para 91. A coleta de dados inicialmente foi desenvolvida a partir de entrevistas telefônicas, para que os pesquisadores tivessem acesso às informações dos familiares de cada aluna, como, por exemplo, habilidades espaciais maternas, nível de escolaridade dos genitores e renda familiar. As mães foram submetidas ao teste de rotação mental de Vanderberg, para que os pesquisadores pudessem verificar as habilidades espaciais. As alunas também passaram por testes para avaliar suas habilidades espaciais, verbais e aritméticas. Essas avaliações indicaram que sua habilidade para resolver problemas espaciais já é preditiva quando comparado com o esperado para quatro anos e revela uma associação de habilidades espaciais precoce em meninas.

Outra pesquisa realizada na Turquia, porém com alunos do 10.º ano da educação básica, foi realizada por **Arici e Aslan-Tutak (2015)**, que investigaram o efeito da instrução baseada em origami em estudantes do ensino médio sobre a capacidade espacial e o raciocínio geométrico. Para a investigação, 184 alunos de uma escola pública foram separados em dois grupos, experimental e controle. Ambos receberam aulas do mesmo professor, o primeiro autor da pesquisa, porém, durante as aulas e os testes, o grupo experimental recebeu as instruções baseadas em origami, enquanto, para o grupo controle, elas foram baseadas em um livro didático. Os testes que foram aplicados aos alunos foram objeto de uma análise de variância (ANOVA). Como conclusão, os pesquisadores identificaram que o grupo que recebeu as instruções baseadas em origami teve um aumento considerável na visualização

espacial, na realização geométrica e no raciocínio geométrico.

Uma outra pesquisa realizada nos EUA foi apresentada por **Otumfuor e Carr (2017)**, cujo objetivo era examinar a relação entre as competências espaciais dos professores e sua instrução, incluindo o domínio de conteúdo pelo professor e seu conhecimento pedagógico, o uso de representações pictóricas e de gestos durante a instrução. Foram recrutados, para ser o objeto de análise dos pesquisadores, 56 professores de escolas públicas que exerciam a docência nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Cada um foi observado ao ministrar uma aula com o tema da unidade curricular à sua escolha e teve sua aula filmada para que a análise pudesse ser realizada posteriormente à aula. Com a análise de todas as gravações realizadas, os pesquisadores observaram que: (i) as habilidades espaciais correlacionam-se significativamente com o uso de gestos representacionais, com o conteúdo e o conhecimento pedagógico do professor durante a instrução de geometria; (ii) elas não se correlacionaram independentemente do uso de gestos ou de representações pictóricas; (iii) as habilidades espaciais, o conteúdo e o conhecimento pedagógico se correlacionaram com o uso de representações pictóricas; e (iv) a experiência do professor, declarada pelo número de anos de ensino, não parece influenciar nas relações entre as variáveis apresentadas no artigo. Porém, incide na relação entre habilidades espaciais e o conhecimento pedagógico e do conteúdo do professor. Como fechamento da pesquisa, os pesquisadores concluíram que os professores com melhores habilidades espaciais são propensos a usar gestos para representar e mostrar melhores conteúdos e conhecimentos pedagógicos durante sua instrução.

As sínteses interpretativas das investigações que integram esse segundo eixo possibilitaram identificar os pontos de convergência e divergência entre os estudos apresentados nesta segunda parte.

Iniciando a análise, observamos que os estudos realizados por Boakes (2009) e Arici e Aslan-Tutak (2015) convergem em alguns pontos: a utilização do origami como recurso para observar e/ou melhorar as habilidades espaciais dos alunos; a separação dos alunos em grupos – experimental e de controle – para realizar a coleta de dados; e, por último, a aplicação de testes para análise. Sobre os pontos de divergência entre eles, o primeiro diz respeito ao método de análise dos testes aplicados: Arici e Aslan-Tutak (2015) utilizam a análise de variância (ANOVA) e Boakes (2009) realiza a análise de covariância (ANCOVA). O segundo envolve os resultados obtidos em cada artigo, pois Boakes (2009) relata que, na melhora de habilidades espaciais, não identificou diferença significativa entre o grupo que usou o origami como recurso e o grupo que não o utilizou, porém a pesquisa de Arici e Aslan-Tutak (2015) cita que a utilização do origami como recurso aumentou significativamente a visualização

espacial – entre outras habilidades – dos alunos que participaram de sua pesquisa. O terceiro fator de divergência observado foi o nível de escolaridade dos alunos tomados como amostra, pois Boakes (2009) realizou a pesquisa com alunos dos anos finais do ensino fundamental, e Arici e Aslan-Tutak (2015) trabalharam com alunos de ensino médio.

As demais investigações, Casey et al. (2015), Nagy-Kondor (2014), Otumfuor e Carr (2017) e Viana (2009), apresentam, em sua maioria, mais pontos de divergência entre as pesquisas, por possuírem objetivos e objetos de análise diferentes, como, por exemplo: (i) Viana (2009) apresenta a única pesquisa que possui como objeto de análise questões das provas ENC e ENADE, direcionadas a professores de matemática em formação inicial; (ii) Nagy-Kondor (2014) fez a única pesquisa deste eixo que observa as habilidades espaciais de professores em formação inicial e utilizou gráficos para análise dos testes aplicados; (iii) Casey et al. (2015) compuseram a única pesquisa a acompanhar por quatro anos as alunas – assim como seus respectivos pais – que fazem parte de sua análise; e (iv) Otumfuor e Carr (2017) revelaram o único estudo relacionado à formação continuada de professores, já que observa as competências espaciais de professores durante sua instrução.

Apresentamos convergências e divergências dos aspectos metodológicos entre os artigos de cada eixo separadamente. Na Tabela 3 foram evidenciados os aspectos teóricos de cada um dos artigos. Para que seja possível realizar a metassíntese, integrando os 15 artigos observados, na próxima seção faremos sua análise integrativa.

### **Análise integrativa**

Tendo já exposto as sínteses interpretativas dos artigos e observado as convergências e as divergências existentes entre eles em cada eixo da seção anterior, neste momento realizaremos uma análise integrando os artigos dos dois eixos, trazendo um panorama destas investigações. Dessa maneira, concluiremos a metassíntese destes artigos e elucidaremos os aspectos metodológicos e os objetos de análise que permeiam as pesquisas que envolvem o ensino de geometria espacial.

A análise integrativa será apresentada em duas partes. A *primeira* apresentará a análise dos objetos de análise e dos objetivos de cada artigo, para que possamos integrar as informações sobre os estudos pesquisados envolvendo o ensino de geometria espacial. A *segunda* exporá a análise dos aspectos metodológicos utilizados nas pesquisas.

Iniciando a *primeira* parte da análise, na Tabela 4, a seguir, uma síntese das convergências e das divergências entre os 15 artigos provê os dados para a análise integrativa.

**Tabela 4:** Análise de convergências e divergências acerca dos objetivos.

Artigo	Objetivos ou Questões Norteadoras	Converge com:	Diverge de:
Schumann (2010)	Em que aspectos pode uma ferramenta de construção espacial como Cabri 3D influenciar o ensino de geometria 3D?	Miyazaki et al. (2012), por pesquisar as potencialidades do ensino com SGD.	Todos os artigos, com exceção de Miyazaki et al. (2012), por falar apenas do SGD, desde a forma de utilizá-lo, as construções geométricas no Cabri 3D, até o que influencia o uso dessa ferramenta.
Traldi Jr. e Luna (2010)	Verificar a possibilidade de compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com a planificação do ensino e a atuação do professor de Matemática nas atividades de planejamento de ensino.	Otumfuor e Carr (2017), por observar professores durante sua formação.	Todos os artigos, com exceção de Otumfuor e Carr (2017)
Hauptman e Cohen (2011)	Examinar como os três modos de aprendizagem diferentes foram relacionados aos estilos de aprendizagem e definir até que ponto exercitar habilidades espaciais em ambientes virtuais afeta o pensamento espacial de alunos com diferentes estilos de aprendizagem.	-	Todos os estudos, por pesquisar modos diferentes de aprendizagem.
Miyazaki et al. (2012)	Esclarecer quais são os potenciais usos que SGD pode nos oferecer para desenvolver a geometria espacial no currículo nas escolas de ensino médio (Nível 2).	Schumann (2010), por pesquisar as potencialidades do ensino com SGD.	Todos os artigos, por relatar sobre desenvolvimento de um currículo a ser seguido.
Kalbitzer e Loong (2013)	Descrever várias tarefas abertas que se baseiam no uso de várias representações para desenvolver a capacidade espacial e pensamento geométrico de estudantes.	-	Todos os artigos, por ter como objetivo primário a descrição de tarefas.
Sung, Shih e Chang (2015)	Explorar as habilidades matemáticas e instruções sobre o desempenho na aprendizagem da área de superfícies dos sólidos, utilizando como recurso SGD, verificando se há diferença na aprendizagem de conceitos geométricos complexos entre alunos do sexo masculino e feminino para examinar se existe qualquer efeito de interação entre esses três fatores.	Boakes (2009), por pesquisar as possíveis diferenças encontradas em alunos e alunas.	Todos os artigos, com exceção de Boakes (2009).
Kösa (2016)	Investigar os efeitos da utilização do GeoGebra sobre as habilidades de visualização espacial de professores de matemática em formação inicial (2.º ano de graduação) que estavam estudando geometria analítica do espaço e revelar se as habilidades de	NagyKondor (2014), por observar as habilidades de professores em formação inicial.	Todos os artigos, com exceção de NagyKondor (2014).

	visualização espacial poderiam ser um preditor de sucesso na geometria analítica do espaço.		
Chang et al. (2014)	Desenvolver um sistema de aprendizagem de geometria espacial <i>Hands-on</i> para facilitar a aprendizagem de geometria.	-	Todos os outros estudos, por ter como objetivo primário o desenvolvimento do sistema.
Escriba, Jaime e Gutiérrez (2018)	Observar possíveis diferenças demonstradas por estudantes de diferentes graus da Educação Básica, particularmente aqueles com altas habilidades matemáticas, nas suas habilidades de visualização e seu talento matemático, ao usar cada <i>software</i> .	-	Todos os estudos, por observar a diferença entre estudantes de escolas e habilidades e potenciais diferentes.
Boakes (2009)	Usar o origami para melhorar as habilidades espaciais.	Arici e Aslan-Tutak (2015), por possuir o origami como objeto de observação.	Todas as pesquisas, com exceção de Arici e Aslan-Tutak (2015).
Viana (2009)	Analisar as questões de geometria espacial das provas de Matemática ENC/Enade de 1998 a 2005 direcionadas aos alunos da licenciatura em Matemática.	-	O texto diverge de todos os autores, por analisar avaliações aplicadas a alunos de licenciatura em matemática.
Nagy-Kondor (2014)	Revisar os resultados da investigação e comparar as habilidades espaciais de professores de matemática em formação inicial da Hungria e Turquia.	Kösa (2016), por observar professores em formação inicial.	Todos os artigos, com exceção de Kösa (2016).
Casey et al. (2015)	Acompanhar um grupo de alunas a partir do 1.º ano e comparar suas habilidades espaciais iniciais com outros principais fatores precoces cognitivos como preditores do raciocínio espacial matemático e analítico até o 5.º ano.	-	Todos os artigos, pois foi o único estudo que acompanhou o desenvolvimento somente do gênero feminino por quatro anos.
Arici e Aslan-Tutak (2015)	Investigar o efeito da instrução baseada em origami em estudantes do ensino médio em relação à capacidade espacial, ao raciocínio geométrico e à realização.	Boakes (2009), em relação à utilização de origamis.	Todos os artigos, com exceção de Boakes (2009).
Otumfuor e Carr (2017)	Examinar a relação entre as competências espaciais dos professores e sua instrução, incluindo o domínio de conteúdo do professor e seus conhecimentos pedagógicos, o uso de representações pictóricas e o uso de gestos durante a instrução.	Traldi Jr. e Luna (2010), por terem como objeto de análise professores em formação inicial.	Todos os artigos, com exceção de Traldi Jr. e Luna (2010)

Fonte: Autores

Com a Tabela 4, observamos que dez dos artigos analisados possuem seu objetivo

relacionado com o ensino de geometria espacial na Educação Básica. Algumas dessas pesquisas eram destinadas à observação das potencialidades do uso de SGD e origami para o ensino ou observavam os estudantes, para analisar as diferenças no desenvolvimento de alunos e alunas durante a execução de tarefas.

Apenas cinco artigos estão relacionados com a geometria espacial com foco em professores, quer ainda em formação inicial, quer durante sua instrução em sala. Essa quantidade de artigos demonstra o número reduzido de pesquisas com o foco em professores de matemática, indicando uma área que necessita de expansão nas pesquisas, diante da importância do professor para o ensino de geometria espacial.

Apesar de, na seção anterior, nove dos artigos utilizarem como auxílio o SGD ou o AV em suas respectivas pesquisas, somente dois estudos – Schulmann (2010) e Miyazaki et al. (2012) – possuem como objeto de análise, exclusivamente, as potencialidades desses recursos para o ensino de geometria espacial. As pesquisas de Hauptman e Cohen (2011) e Sung, Shih e Chang (2015) não possuem como centralidade de seus objetivos as potencialidades do uso de *software* no ensino, mas questões que, de maneira secundária, se relacionam ao uso desse recurso. No caso de Hauptman e Cohen (2011), o foco da pesquisa é discutir os diferentes estilos de aprendizagem e a influência do uso de *softwares* no pensamento geométrico dos alunos a partir desses estilos de aprendizagem. Sung, Shih e Chang (2015) também buscaram analisar a interferência na aprendizagem entre alunos e alunas com o uso do *software* no ensino. Isso permite inferir que há um número reduzido de pesquisas que analisam especificamente o uso desse recurso no ensino e a forma como este deve ser conduzida em sala de aula. Observamos também a quantidade reduzida de artigos com foco no desenvolvimento e na análise de currículo e tarefas de geometria espacial.

Iniciando a *segunda* parte da análise, sobre aspectos metodológicos dos artigos, apresentaremos, na Tabela 5, os recursos referentes às metodologias usadas nas pesquisas. E, com esses dados, será possível fazer o levantamento do que permeia os artigos.

**Tabela 5:** Processos metodológicos.

<b>Autor(es)</b>	<b>Pré e pós-testes aplicados em grupos</b>	<b>Experimental ou Quase-Experimental</b>	<b>Estudo de Caso</b>	<b>Desenvolvimento de tarefa em sala</b>	<b>Captura áudio/vídeo</b>	<b>Análise de material/relatório</b>	<b>Registros anedóticos</b>	<b>Estudo Longitudinal</b>	<b>Pesquisa Teórica</b>	<b>Pesquisa Empírica</b>
Schumann (2010)									x	
Traldi Jr. e Luna (2010)				x						x
Hauptman e Cohen (2011)	x	x								x
Miyazaki et al. (2012)									x	
Kalbitzer e Loong (2013)							x			x
Sung, Shih e Chang (2015)	x	x								x
Kösa (2016)	x	x								x
Chang et al. (2014)	x	x								x
Escriva, Jaime e Gutiérrez (2018)			x		x					x
Boakes (2009)	x	x								x
Viana (2009)						x			x	
Nagy-Kondor (2014)			x							x
Casey et al. (2015)								x		x
Arici e Aslan-Tutak (2015)	x	x								x
Otumfuor e Carr (2017)					x					x
<b>Total</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>11</b>

Fonte: Autores

A Tabela 5, referente aos processos metodológicos utilizados nos artigos, nos mostra tanto os métodos usados para a realização das pesquisas quanto o tipo de pesquisa realizada. Observamos que 12 dos 15 artigos analisados eram pesquisas empíricas e três eram teóricas, relacionadas direta ou indiretamente com professores.

Analisando os métodos usados para o desenvolvimento das pesquisas, vemos que o

mais utilizado foi à aplicação de pré e pós-testes em grupos de controle e experimental (pesquisa experimental/quase-experimental), que serviram como material de análise dos resultados.

O segundo método mais usado nas pesquisas foi a separação de alunos ou professores em grupos, sendo realizado um estudo de caso desses grupos, porém sem a aplicação de pré e pós-testes para análise. Nesses casos foi aplicado um único e mesmo teste em cada grupo, ou cada grupo foi destinado a atividades diferentes, para que fossem usadas como elemento de comparação entre os grupos.

O uso de gravações por meio de áudio e vídeo foi o terceiro recurso mais utilizado, apesar de empregado por apenas duas pesquisas, somente como recurso metodológico, quando não houve a aplicação de testes em grupos ou quando o objeto de observação eram professores durante sua instrução.

A análise de material ou relatório, o desenvolvimento da pesquisa a partir de registros anedóticos e o acompanhamento de alunos por um período superior a um ano foram os recursos metodológicos menos utilizados nas pesquisas.

### **Considerações finais**

Tendo como base a apresentação da análise integrativa de cada tabela na seção anterior, com todos os artigos, conseguimos observar e apresentar as tendências e o panorama dos aspectos teóricos e metodológicos que as pesquisas apresentam sobre o ensino de geometria espacial de 2009 a 2018.

Ao concluir a metassíntese, observamos que os artigos relacionados com o ensino de geometria espacial são em sua maioria pesquisas empíricas com o foco na Educação Básica, tendo como objeto de observação alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Tanto esses artigos quanto aqueles que tinham o foco em professores, em sua maioria, usaram a aplicação de testes e/ou a separação de alunos ou professores em grupos para efeito de comparação posterior, utilizando a análise de variância (ANOVA) ou a análise de covariância (ANCOVA) para a análise dos testes aplicados. Isso nos mostra uma tendência no aspecto metodológico, que é a utilização de testes e/ou a separação em grupos para realizar qualquer tipo de análise, independentemente do objetivo e dos aspectos teóricos das pesquisas.

Os artigos com o foco na Educação Básica apresentaram objetos de análise muito divergentes, com exceção de dois estudos que tinham como objetivo observar as

potencialidades do ensino com o uso de origami e dois outros que discorreram sobre as potencialidades do ensino com o uso de SGD ou AV. Apesar de haver apenas quatro artigos que visam pesquisar as potencialidades desses dois recursos, foram os únicos que apresentavam um objeto de análise em comum. Com isso, revelou-se uma tendência no aspecto teórico, que é pesquisar sobre potencialidades, ao usar como recurso o origami ou o SGD como ferramenta para o ensino de geometria espacial.

Os estudos sobre o ensino de geometria espacial com o foco no professor de matemática se dividiram igualmente entre os que tinham como objeto de observação a formação inicial e a continuada – professores em exercício. Artigos com foco em professores despontaram como uma área que necessita de expansão nas futuras pesquisas, em razão da importância deste profissional para o ensino de geometria espacial.

Apesar de alguns artigos apresentarem as tarefas que foram aplicadas em sala de aula, nenhuma pesquisa discorreu sobre elementos fundamentais para o planejamento de tarefas para o ensino de geometria espacial com o uso de SGD ou AV. Mesmo que o artigo de Traldi Jr. e Luna (2010) seja a pesquisa que mais se assemelha nesse aspecto, ela não aborda especificamente sobre as características de uma tarefa elaborada para ensinar geometria espacial, com SGD ou AV. O processo de elaboração dessas tarefas por professores em um contexto formativo, com o foco no uso do SGD, também é uma temática que não foi abordada em nos artigos, o que sugere uma carência de pesquisas.

Além das tendências apresentadas, observamos também as contribuições de cada país e/ou continente para as pesquisas sobre o ensino de geometria espacial. Dentre os 15 artigos que analisamos, a maioria traz contribuições de países asiáticos (Taiwan, Japão, Israel e Turquia<sup>11</sup>) e países europeus (Hungria, Turquia, Espanha e Alemanha). Os países americanos que contribuíram com a expansão das pesquisas no segmento de ensino de geometria espacial foram os EUA e o Brasil, sendo este último com pesquisas com o foco em professores. Outra contribuição também foi realizada pela Austrália.

Identificamos que há a necessidade de expansão nas pesquisas que abordam as características essenciais para a elaboração de tarefas de geometria espacial que terão como recurso o uso de SGD ou AV. Também inferimos a ausência de pesquisas que acompanham professores em um contexto formativo, em que são debatidos conhecimentos para ensinar geometria espacial, integração de *softwares* no ensino e elaboração de tarefas de geometria dinâmica. Diante desse cenário, essas são temáticas para possíveis pesquisas futuras.

---

<sup>11</sup> Este país aparece nas contribuições de pesquisas asiáticas e europeias pois pertence geograficamente aos dois continentes.

## Referências

- ARICI, S.; ASLAN-TUTAK, F. The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. **International Journal of Science and Mathematics Education**. v.13, n.1, p. 179-200, 2015.
- BOAKES, N. Origami Instruction in the Middle School Mathematics Classroom: It's Impact on Spatial Visualization and Geometry Knowledge of Students. **Research in Middle Level Education**. v.32, n.7, p.1-12, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia**. Brasília: MEC, 2006.
- CASEY, B. M. et al. A longitudinal analysis of early spatial skills compared to arithmetic and verbal skills as predictors of fifth-grade girls' math reasoning. **Learning and Individual Differences**. v.40, p.90-100, 2015.
- CHANG, K. E.; WU, L. J.; LAI, S. C.; SUNG, Y. T. Using mobile devices to enhance the interactive learning for spatial geometry. **Interactive Learning Environments**. v.24, n.4, p.916-934, 2014.
- ESCRIVA, M. T.; JAIME, A.; GUTIÉRREZ, Á. Uso de software 3D para el desarrollo de habilidades de visualización en educación primaria. **Educación Matemática em la Infancia**. v.7, n.1, p.42-62, 2018.
- FIORENTINI, D.; CRECCI, V. M. Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetiké** v. 25, n. 1, p. 164-185, jan./abr. 2017.
- HAUPTMAN, H.; COHEN, A. The synergetic of learning styles on the interaction between virtual environments and the enhancement of spatial thinking. **Computers & Education**. v.57, n.3, p.2106-2117, 2011.
- KALBITZER, S.; LOONG, E. Teaching 3D geometry: the multi representational way. **Australian Primary Mathematics Classroom**. v.18, n.3, p.23-28, 2013.
- KÖSA, T. Effects of using dynamic mathematics software on pre-service mathematics teacher's spatial visualization skills: The case of spatial analytic geometry. **Educational Research and Reviews**. v.11, n.7, p. 449-458, 2016.
- MIYAZAKI et al. Potentials for Spatial Geometry Curriculum Development with Three-Dimensional Dynamic Geometry Software in Lower Secondary Mathematics. **International Journal for Technology in Mathematics Education**, v.19, n.2, p.73-79, 2012.
- NAGY-KONDOR, R. Importance of spatial visualization skills in Hungary and Turkey: comparative studies. **Annales Mathematicae et Informaticae**. v.43, p.171-181, 2014.
- OTUMFUOR, B. A.; CARR, M. Teacher spatial skills are linked to differences on geometry instruction. **British Journal of Educational Psychology**. v.87, n.4, p.683-699, 2017.

SCHUMANN, H. Interactive geometric constructions in the virtual space. **Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas**. n.86, p.12-54, 2010.

SUNG, Y. T.; SHIH, P. C.; CHANG, K. E. The effects of 3D-representation instruction on composite-solid surface-area learning for elementary school students. **Instructional Science**. v.43, n.1, p.115-145, 2015.

TRALDI JUNIOR, A; LUNA, M. A. Uma experiência a respeito de trajetórias hipotéticas de aprendizagem em geometria espacial envolvendo alunos e professores do ensino médio. **Revista Ibero-Americana de Educación Matemática**. n.23, p.167-181, 2010.

VIANA, O. A. Conceitos e habilidades espaciais requeridos pelas questões de geometria do ENC/ENADE para a licenciatura em matemática. **Boletim de Educação Matemática**. v.22, n.34, p.153-184, 2009.

**Recebido em: 29 de março de 2020**  
**Aprovado em: 28 de agosto de 2020**