

FUNÇÃO QUADRÁTICA: ANÁLISE DOS FENÔMENOS DE CONGRUÊNCIA E NÃO CONGRUÊNCIA EM ATIVIDADES REALIZADAS POR ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.20.485-509>

Grazielle Santos Ferreira¹
Rogério Fernando Pires²

Resumo: Este artigo relata os resultados de uma pesquisa de caráter qualitativo que teve por objetivo analisar à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica a manipulação e a coordenação das representações de função quadrática explicitadas por um grupo de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. O estudo foi realizado com uma turma de vinte e cinco alunos, dividida em sete grupos, de uma escola da rede pública localizada no sudoeste baiano. No decorrer da pesquisa, os estudantes realizaram duas atividades envolvendo as noções de função quadrática, cujos resultados foram obtidos a partir da análise dos dados à luz da teoria utilizada, mostrando que os estudantes tiveram facilidade em lidar com as situações que envolviam o fenômeno de congruência, porém, quando tiveram que tratar com a representação algébrica do objeto matemático, a dificuldade esteve presente, mesmo quando a conversão era congruente. As atividades em que os estudantes obtiveram êxito e as conversões eram não congruentes, envolveram situações familiares para eles.

Palavras-Chave: Função Quadrática. Congruência Semântica. Registros de Representação. Ensino de Função.

QUADRATIC FUNCTION: ANALYSIS OF CONGRUENCE AND NON-CONGRUENCE PHENOMENA IN ACTIVITIES PERFORMED BY STUDENTS OF THE 9th YEAR OF ELEMENTARY SCHOOL

Abstract: This article reports the results of a qualitative research that aimed to analyze the manipulation and coordination of quadratic function representations explained by a group of 9th grade students in the light of the Semiotic Representation Records Theory. The study was carried out with a class of twenty five students, divided into seven groups, from a public school located in the southwest of Bahia. During the research, the students performed two activities involving the notions of quadratic function, whose results were obtained from the analysis of the data in the light of the theory used, showing that the students had an easy time dealing with the situations that involved the congruence phenomenon. However, when they had to deal with the algebraic representation of the mathematical object, the difficulty was present, even when the conversion was congruent. The activities in which students were successful and conversions were non-congruent, involved situations familiar to them.

Keywords: Quadratic function. Semantic congruence. Representation Records. Teaching Function.

Introdução

Esta pesquisa tem como objetivo analisar à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica a manipulação e a coordenação das representações de função

¹ Mestre em Educação Matemática. Professora do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – IFNMG. E-mail: graziellesf@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6863-2894>

² Doutor em Educação Matemática. Professor do Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia – ICENP/UFU. Colaborador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. E-mail: rpires25@hotmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5310-1997>

quadrática explicitadas por um grupo de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), (BRASIL, 1998) o estudo das noções desse conceito é sugerido a partir do 9º ano do Ensino Fundamental. Nessa direção, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2016) recomenda que a sistematização do conceito de função seja evitada até os anos finais do Ensino Fundamental e, nesse período, recomenda-se que o estudo dessas noções seja realizado por meio de situações envolvendo relações de dependências entre grandezas de duas variáveis. Assim, o estudante tem um primeiro contato com as noções de função, dentre elas a quadrática, ainda no Ensino Fundamental e estuda esse conceito de forma mais aprofundada ao longo do Ensino Médio.

Apesar de estudarem por um determinado período tais noções, algumas pesquisas como de Braga e Viali (2010), Silva *et al.* (2013) e Lopes (2013) mostram que os estudantes têm dificuldades na sua compreensão. Ao tratar especificamente do conceito de função quadrática Lopes (2013, p. 6) afirma que “os alunos frequentemente apresentam dificuldades para realizar uma leitura e interpretação satisfatória dos conceitos de função polinomial do segundo grau”. Diante dessa realidade, percebemos que ainda há muita coisa a ser investigada no que se refere aos estudos de função. Nesse interim, Machado (2003) aponta a teoria dos registros de representação como uma importante ferramenta a ser utilizada nas pesquisas. Além disso, essa teoria vem ao encontro de um dos objetivos dos PCN em que os alunos sejam capazes de

[...] comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas (BRASIL, 1998, p. 48).

Assim, notamos que apesar das pesquisas que vêm sendo realizadas acerca do conceito de função (ver Pires e Silva (2015), Ferreira (2017) e Mendonça (2017)) e das orientações que são feitas pelos documentos que orientam a atuação do professor, a aprendizagem desse conteúdo está aquém do esperado, pois os estudantes enfrentam muitas dificuldades ao lidar com tal conceito, seja no contexto da própria Matemática, seja em outras situações. Por conta disso, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode possibilitar uma maneira de trabalhar em Matemática de forma a auxiliar aos estudantes na compreensão desse objeto matemático.

Além disso, o conceito de função é um dos mais importantes, seja na própria Matemática como em outras áreas do conhecimento como Física, Química, Economia (LOPES, 2013). Nessa mesma direção, o texto de Lopes, Angotti e Moretti (2003, p.1) afirma

que “a importância do conceito de função não se restringe apenas à singularidade que desempenha internamente a essa área do conhecimento, mas também pela sua aplicação intensiva e recorrente em muitos outros campos do conhecimento”.

Portanto, o estudo e a aplicação desse conceito vão para além da Matemática, por isso é relevante que o estudante o compreenda para que possa aplicar esse conhecimento em outras áreas, como na Física e em seu próprio cotidiano, pois algumas situações podem ser modeladas por funções e, em especial a quadrática.

Registros de representação semiótica

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval é uma teoria cognitivista que tem estreita relação com a prática matemática, o que a torna operatória. Além disso, essa teoria tem se mostrado importante instrumento de pesquisa no estudo da complexidade da aprendizagem de Matemática (MACHADO, 2003).

A aprendizagem de Matemática suscita dificuldades de compreensão que não encontramos em outros domínios de conhecimento científico (DUVAL, 2011). Para compreendermos as razões dessas dificuldades, Duval (2003) afirma que não é suficiente olharmos para aqueles que as sentem, ou para aqueles que não conseguem resolvê-las, ou para as tarefas e problemas que lhes passamos, pois a atividade cognitiva requerida pela Matemática difere daquela requerida pelas outras áreas de conhecimento.

Ao tratar dessa diferença, esse teórico afirma que ao contrário dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente. Assim, por serem abstratos, esses objetos só podem ser acessados por meio de representações semióticas, de modo que “as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento” (DUVAL, 2012, p. 269).

O que difere os signos das representações semióticas é a sua relação com os objetos a serem representados. Enquanto os signos fazem referência a esses objetos, sem que ocorra qualquer interação, as representações semióticas além de fazer tal referência, também têm uma potencialidade própria de se transformar em outras representações. Assim, um registro de representação semiótica é aquele que possibilita que as representações semióticas possam ser transformadas em outras representações. Nessa perspectiva, Duval (2011) ressalta que os registros são sistemas produtores de novas representações que permitem descobrir novos objetos.

Desse modo, como um mesmo objeto matemático possui representações distintas,

Duval (2003) também ressalta que não há compreensão em Matemática se não houver uma distinção entre esse objeto e suas representações e toda confusão entre eles provoca uma perda de compreensão ao longo do tempo. Contudo, a diferenciação entre representante e representado não é adquirida rapidamente, independente do registro de representação e do estágio de desenvolvimento (DUVAL, 2009).

Nesse sentido, Duval (2011) enfatiza que para um objeto não ser confundido com a sua representação é necessário dispor de uma segunda representação com conteúdo diferente da primeira, em outras palavras, “colocar em correspondência as unidades de sentido próprias de cada representação é a condição cognitiva para poder reconhecer um mesmo objeto em suas diferentes representações” (DUVAL, 2011, p. 49). Esse teórico ainda afirma que “[...] colocar em correspondência é a única operação cognitiva que permite retirar as propriedades, ou ter acesso a novos objetos do conhecimento, com base nessas unidades de sentido que constituem o conteúdo das representações semióticas” (DUVAL, 2011, p. 51).

Além do mais, é a discriminação das unidades de sentido pertinentes nas diferentes representações, que ocorre nesse processo de correspondência, que se torna a condição preliminar da aquisição de conceitos (DUVAL, 2011). Além de evitar a confusão entre objeto e representação, o teórico também enfatiza a importância de um objeto ser reconhecido em cada uma de suas representações, porque cada uma delas não explicitam as mesmas coisas do objeto que representa.

Para a análise das atividades em Matemática, sob um ponto de vista da aprendizagem, é preciso que levemos em consideração duas transformações, classificadas por Duval (2012) como tratamento e conversão. “O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro em que ela foi formada” (DUVAL, 2012, p. 272). Assim, podemos dizer que o tratamento é uma transformação interna a um registro, isto é, é uma transformação que mobiliza somente um registro de representação.

Sobre as transformações do tipo conversão, Duval (2003) define como “transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados” (p. 16). Dessa forma, entendemos que uma conversão é uma transformação externa a um registro, ou seja, há uma mudança de registro em que o de partida e o de chegada são distintos. Além disso, ela pode conservar totalidade ou parte do conteúdo do registro de partida e faz referência a um mesmo objeto.

Duval ressalta que a conversão é uma atividade cognitiva que difere e independe do tratamento e, do ponto de vista cognitivo, é essa a atividade de transformação representacional essencial que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão (DUVAL, 2003; 2011).

Assim, para esse teórico a conversão das representações semióticas é a fronteira para que ocorra de fato uma compreensão de um determinado objeto matemático.

Para converter uma representação de um objeto dada num registro em outra representação desse mesmo objeto num registro distinto é preciso analisar como realizar o procedimento de correspondência. Sobre isso Duval (2009) afirma que

O procedimento de correspondência de duas representações pertencentes a registros diferentes pode ser estabelecido localmente por uma correspondência associativa das unidades significantes elementares constitutivas de cada um dos dois registros (p. 64).

Dessa forma, o ato de conversão consiste em colocar em correspondência as unidades significantes da representação dada no registro de partida com aquelas da representação no registro de chegada. Ao discriminar essas unidades e colocá-las em correspondência, permite que um objeto seja reconhecido por duas representações diferentes e reconhecer os objetos por meio da sua diversidade de representações é uma das condições primordiais para se falar em compreensão matemática (DUVAL, 2011).

Tratar sobre correspondência nos remete a outro ponto crucial dessa teoria, qual seja, os fenômenos de congruência e não congruência inerentes à atividade de conversão. Duval (2003) ressalta que para analisar tal atividade, é suficiente comparar a representação do registro de partida com a do registro de chegada para verificar se há uma correspondência direta entre os registros ou não, isto é,

Para determinar se duas representações são congruentes ou não, é preciso começar por segmentá-las em suas unidades significantes respectivas, de tal maneira que elas possam ser colocadas em correspondência. Ao final dessa segmentação comparativa, pode-se então ver se as unidades significantes são, em cada um dos dois registros, unidades significantes simples ou combinações de unidades simples (DUVAL, 2009, p. 66).

Assim, Duval (2003) afirma que a congruência ocorre quando a representação do registro de chegada transpõe no de partida, estando próxima a uma simples codificação. Entretanto, se ela não transpõe totalmente, ocorre o que ele chama de não congruência.

Esse teórico é mais específico ao pontuar três condições para que ocorra a congruência, a saber: (i) correspondência semântica das unidades de significado, ou seja, quando cada unidade significativa da representação de partida pode ser associada a outra unidade significativa da representação de chegada; (ii) a unicidade semântica terminal, a cada unidade significativa da representação de partida corresponde a uma única unidade significativa na representação de chegada; (iii) a conservação de ordem das unidades que se refere à

organização das respectivas unidades significantes. Caso algumas dessas condições não sejam contempladas no ato da conversão, diz-se que ocorreu um fenômeno de não congruência (DUVAL, 2003; 2009). No quadro a seguir, apresentamos um exemplo de conversão congruente.

Quadro 1: Exemplo de congruência na atividade de conversão

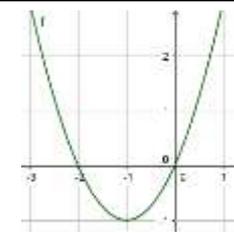
Registro de partida	Registro de chegada
Conjunto dos pontos cuja abscissa é maior que o da ordenada	$x > y$

Fonte: Acervo dos autores

No Quadro 1 é possível notar uma correspondência termo a termo entre as representações dos registros, o que caracteriza a atividade de conversão como congruente. Assim, é possível notar que nesse exemplo há uma correspondência direta entre as unidades significantes da representação do registro de partida com as unidades significantes da representação do registro de chegada. Conforme o exemplo, temos que a palavra “abscissa” está relacionada ao x , a palavra “maior” relaciona-se ao símbolo $>$ e a palavra “ordenada” corresponde ao y , ou seja, o registro de chegada transparece no de partida.

A seguir, apresentamos um quadro cujo exemplo explicita uma conversão do tipo não congruente.

Quadro 2: Exemplo de não congruência na atividade de conversão

Registro de partida	Registro de chegada
	$f(x) = x^2 + 2x$

Fonte: Acervo dos autores

O exemplo explicitado no Quadro 2 caracteriza-se como não congruente porque é notável que não há uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes das representações de cada registro.

Duval (2003) afirma que na Matemática há um número muito maior de fenômenos de não congruência do que fenômenos de congruência e são as conversões não congruentes as responsáveis pelas grandes dificuldades e/ou bloqueios que os estudantes apresentam. Além disso, uma das maiores causas de incompreensão para os alunos consiste na variação de congruência e não congruência e essa “dificuldade das conversões reflete a distância cognitiva

que separa as representações de um mesmo objeto em dois registros diferentes” (DUVAL, 2011, p. 122).

Nesse sentido, Duval (2011) ainda destaca que a análise do funcionamento cognitivo inerente a cada registro se faz em referência a um segundo e isso implica que esse distanciamento cognitivo não seja muito grande, ou seja, que exista uma correspondência direta entre os registros. Entretanto, quando um dos registros não é mais puramente matemático e, mais especificamente, quando um dos registros é o da língua natural, essa situação muda, pois “a utilização da língua em matemática não tem quase sempre muita coisa a ver com aquela que é espontaneamente praticada fora da matemática” (DUVAL, 2011, p. 125). Assim, esse teórico afirma que há uma distância cognitiva considerável entre o registro da língua materna e os outros registros específicos da Matemática, o que dificulta a conversão desse primeiro para os demais. Duval (2003) adverte ainda que

Existe um “enclausuramento” de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos utilizar novos conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem (DUVAL, 2003, p. 21, grifos do autor).

Dessa forma, é preciso que haja a manipulação e a coordenação entre os registros para possibilitar o reconhecimento dos objetos matemáticos em suas mais diferentes representações. Essa capacidade de mudar de registro é necessária para uma compreensão em Matemática, porque impede que um objeto seja confundido com sua representação.

Como um mesmo objeto matemático possui uma variedade de registros de representações e os conteúdos dessas representações nem sempre são perceptíveis umas nas outras. É preciso que haja a manipulação e a coordenação desses diferentes registros para possibilitar a compreensão em Matemática.

Assim, nota-se uma necessidade de manipular os diversos registros de representação de um objeto matemático em sala de aula e o ensino de Matemática pode se pautar na variedade de representações de um objeto matemático e na possibilidade de trocar de representação sempre que necessário, pois somente por meio da mobilização e da coordenação dessas representações é que o estudante poderá conhecê-lo e compreendê-lo.

Percurso metodológico

A metodologia escolhida para o desenvolvimento desse trabalho foi de caráter

qualitativo segundo as características apontadas por Lüdke e André (1986), dentre elas assinalamos o nosso interesse em analisar e descrever à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica como os estudantes realizaram as atividades propostas, tendo preocupação com o processo e não com o produto final.

Nesse ínterim, foram trabalhadas duas atividades que contemplaram as noções de função quadrática em uma turma com vinte e cinco estudantes de uma única turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no sudoeste da Bahia. A instituição escolar onde o estudo foi realizado é da rede estadual de ensino que atende, em média, seiscentos e noventa alunos, nos turnos matutino e vespertino, que cursam entre o 9º ano do Ensino Fundamental e o 3º ano do Ensino Médio.

Para a aplicação e discussão dessas atividades, os estudantes foram organizados em sete grupos, em que seis desses grupos eram compostos por quatro estudantes e o último composto por três e para elaborar suas respostas, eles tiveram duas aulas de cinquenta minutos cada.

Após a organização desses grupos, foi entregue inicialmente uma ficha contendo a primeira atividade para cada estudante, em seguida foi realizada uma leitura em voz alta pelos pesquisadores para que os estudantes não tivesse dúvidas do que deveria ser realizados e, a partir desse momento, iniciaram a discussão entre os integrantes dos grupos.

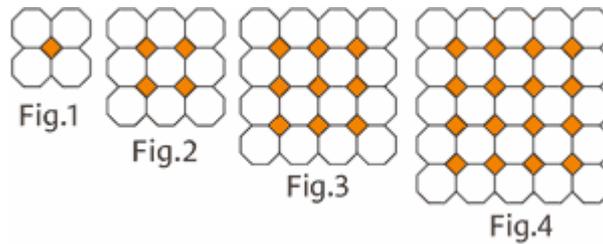
Quando os estudantes solicitavam explicações a respeito das atividades, buscávamos sempre responder os seus questionamentos com outra pergunta para que eles mesmos pudessem encontrar a resposta. Após a resolução da primeira atividade, foi entregue a ficha contendo a segunda que foi trabalhada de forma semelhante. Durante toda a aplicação, ficamos a disposição para tirar as dúvidas que surgiam em cada item das atividades de forma a intervir o mínimo possível.

Apresentação das atividades

Apresentamos a seguir as duas atividades que foram trabalhadas, assim como os objetivos de cada uma e as suas respectivas discussões.

Figura 1: Imagem da Atividade 01

Atividade 01: Observe a sequência de polígonos abaixo e responda:



- Sem desenhar a figura 5 e 6, determine a quantidade de quadrados coloridos que elas devem ter, respectivamente. Justifique.
- Estabeleça uma relação entre a posição que a figura ocupa e a quantidade de quadrados coloridos. Registre a relação encontrada.
- Estabeleça uma relação entre a posição da figura e a quantidade de polígonos brancos. Registre a relação encontrada.

Fonte: Adaptada da Revista Nova Escola (2016).

Consiste em uma atividade que envolve o registro figural de uma sequência. O principal objetivo foi fazer com que os estudantes chegassem a uma generalização ou encontrassem uma lei de formação da sequência a partir das figuras apresentadas, realizando conversões da representação dada no registro figural para outras no algébrico e/ou na língua materna. Além disso, também pretendíamos que eles percebessem a relação de dependência que havia entre as grandezas envolvidas: posição da figura e quantidade de polígonos, desenvolvendo dessa forma, uma percepção de relação funcional.

No item (a) foi solicitado que os estudantes determinassem a quantidade de quadrados coloridos das Figuras 5 e 6 sem desenhá-los. O objetivo foi fazer que os estudantes percebessem que havia uma relação de dependência entre a quantidade de quadrados de cada figura e a sua posição. Pelas figuras apresentadas, tínhamos que o número de quadrados da Figura 1 era igual a um, da Figura 2 era igual a quatro, da Figura 3 era igual a nove e da figura 4 era igual a dezesseis. Assim, esperávamos que os estudantes notassem que o número de quadrados coloridos era dado pelo quadrado da posição da figura e respondessem que a Figura 5 e a Figura 6 teriam vinte e cinco e trinta e seis quadrados coloridos, respectivamente.

No item (b) solicitamos que os estudantes estabelecessem uma relação entre a quantidade de quadrados coloridos e a posição que a figura ocupa. Assim, nosso objetivo foi verificar se os estudantes registravam essa relação seja na língua materna ou no registro algébrico como $q = p^2$, sendo q a quantidade de quadrado e p a posição da figura. Para responder esse item, os estudantes precisavam realizar uma conversão da representação no registro figural para outra no registro algébrico ou para a língua materna. Como havia uma correspondência termo a termo entre os registros, dizemos que tal conversão é congruente.

No item (c) solicitamos que os estudantes estabelecessem uma relação entre a

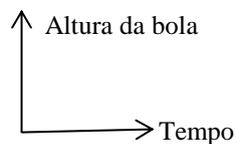
quantidade de hexágonos brancos e a posição da figura. Assim como no item (b), o objetivo foi observar se os estudantes registravam essa relação de dependência seja no registro da língua materna, seja no registro algébrico como $q = (p + 1)^2$, sendo q a quantidade de hexágonos e p a posição da figura.

Para isso, os estudantes precisavam realizar uma conversão da representação dada no registro figural para a língua materna ou para o registro algébrico. No entanto, a conversão a ser realizada era não congruente, pois a relação a ser estabelecida entre a quantidade de hexágonos brancos e a posição da figura não podia ser realizada de forma direta, como podemos observar na Figura 1 em que temos quatro hexágonos brancos, na Figura 2 temos nove hexágonos brancos e assim sucessivamente. Para Duval (2011) as conversões não congruentes são as que mais suscitam dificuldades nos estudantes.

Figura 2: Imagem da Atividade 02

Atividade 02: Um jogador de futebol está prestes a bater uma falta, como em sua frente existe uma barreira composta por quatro jogadores do time adversário, a falta terá que ser batida de maneira que a bola passe por cima da barreira e, em seguida tenha uma queda para entrar no gol.

- a) Discuta a situação com os membros do seu grupo e descreva a trajetória da bola.
- b) Esboce a seguir um gráfico que possa representar a trajetória da bola.



- c) Observando o esboço do gráfico do item (b), é possível afirmar que a altura atingida pela bola foi máxima ou mínima? Justifique a sua resposta.

Fonte: Acervo dos autores.

Essa atividade abrange o registro gráfico e o registro da língua materna de uma situação real, qual seja: a trajetória de uma bola ao ser chutada por um jogador de futebol. O objetivo com essa atividade foi trabalhar as primeiras ideias envolvendo o esboço do gráfico que representa uma função quadrática – a parábola. Além disso, também tivemos o intuito de iniciar uma discussão envolvendo a noção de máximo a partir desse esboço.

No item (a) o nosso objetivo foi constatar se os estudantes descreveriam a trajetória da bola a partir da situação descrita no enunciado. Para isso, eles teriam que realizar um tratamento no registro da língua materna e esperávamos que eles registrassem que, a bola ao ser chutada subiria até alcançar sua maior altura e em seguida desceria formando uma curva.

No item (b) a intenção foi verificar se os estudantes conseguiriam esboçar um gráfico que representasse a situação descrita no item anterior. Para a resolução, os estudantes

precisariam realizar uma conversão da representação dada no registro da língua materna para o registro gráfico e esperávamos que eles esboçassem uma curva com a concavidade voltada para baixo. A conversão exigida era não congruente porque não havia uma correspondência termo a termo entre os registros, além disso, também há um distanciamento cognitivo entre a língua natural e os outros registros específicos da Matemática como aponta Duval (2011), o que poderia dificultar essa mudança de registros.

No item (c) o objetivo foi promover uma discussão acerca da altura alcançada pela bola e trabalhar a noção de valor máximo a partir do esboço do gráfico. Para responder esse item, eles poderiam observar o esboço feito no item anterior e inferir que a bola atingiria uma altura máxima porque comparando as alturas que ela atinge ao longo do percurso é notável que havia uma maior altura em relação às outras que foram alcançadas. Além disso, eles poderiam responder que a bola atingiria altura máxima pela experiência (aqueles que praticam futebol) ou pelo conhecimento prévio da situação (aqueles que acompanham futebol pela televisão).

Análise e discussão dos resultados

Para a análise dos dados utilizamos os registros feitos pelos estudantes nas atividades que foram aplicadas, esses documentos foram analisados qualitativamente e tomamos como categorias de análise os fenômenos de congruência e não congruência das conversões que foram exigidas em cada uma dessas atividades. Para a realização da análise e para facilitar a referência aos sujeitos da pesquisa, os grupos foram nomeados como Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3 e assim por diante até chegar ao Grupo 7. A seguir, apresentamos a análise das atividades aplicadas em que verificamos se houve ou não a mobilização (formação da imagem mental do objeto de estudo) explicitada nos registros dos estudantes e como aconteceu a manipulação e a coordenação de diferentes registros de representação do objeto em estudo. Vale ressaltar que para essa análise foram selecionadas as respostas que fossem mais representativas do grupo todo e, que nos permitissem fazer uma interpretação consistente dos dados.

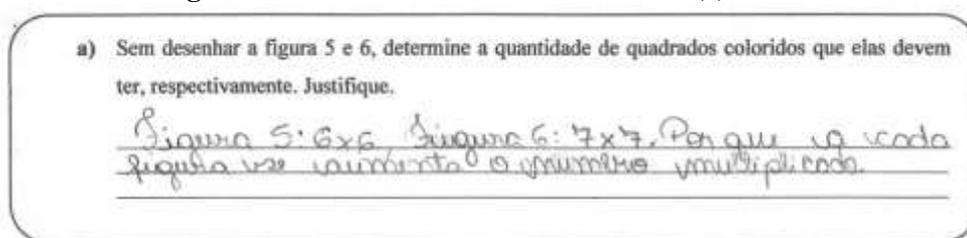
Análise da atividade 01

Na Atividade 01 (AT1), tínhamos o objetivo de desenvolver as habilidades dos estudantes em perceber a relação de dependência entre duas grandezas, nessa situação: posição da figura e a quantidade de polígonos, e generalizar a relação existente. Essa

atividade era composta por três itens em que os dois últimos exigiam uma generalização e para isso, os estudantes poderiam manipular e coordenar os registros da língua materna, algébrico e/ou numérico.

No item (a) solicitamos aos estudantes que determinassem sem desenhar, a quantidade de quadrados coloridos das figuras 5 e 6 e justificassem suas respostas observando a sequência dada no registro figural. Na resolução desse item, os Grupos 1, 4, 5, 6 e 7 manipularam o registro numérico e o da língua materna conforme podemos observar nas Figuras 3 e 4 a seguir.

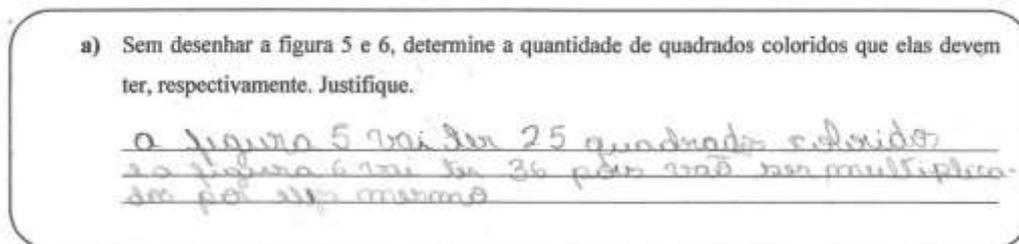
Figura 3: Protocolo do G1 referente ao item (a) da AT1



Fonte: Acervo dos autores

O Grupo 1 foi o único que não manipulou os registros da forma esperada. Pela justificativa dada, percebemos que esse grupo considerou a quantidade dos hexágonos brancos e não os quadrados coloridos para responder esse item. Assim, para a Figura 1, eles compreenderam que seria dois vezes dois, para a Figura 3 seria quatro vezes quatro e assim por diante, portanto, para a Figura 5 seria seis vezes seis e para a Figura 6 seria sete vezes sete. Apesar de a resolução estar correta, não a consideramos porque o item tratava sobre os quadrados e não sobre os hexágonos.

Figura 4: Protocolo do G6 referente ao item (a) da AT1



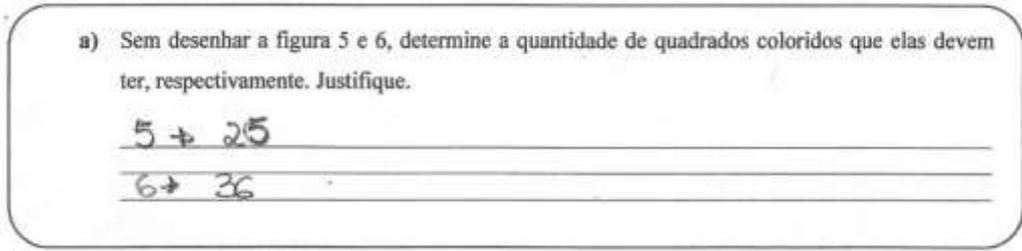
Fonte: Acervo dos autores.

Esse grupo mobilizou simultaneamente dois registros de representação o que, para Duval (2003), consiste na originalidade da atividade matemática, além de que, sugere que os integrantes do grupo compreenderam a relação entre a posição da figura e a quantidade de quadrados coloridos. Essas respostas ainda explicitam algumas unidades de sentido como

“multiplica o número por ele mesmo” que poderiam ser utilizadas no ato da conversão no item seguinte.

Ainda nesse item, os Grupos 2 e 3 manipularam apenas o registro numérico sem apresentar uma justificativa para sua resposta, como podemos observar na Figura 5 a seguir.

Figura 5: Protocolo do G2 referente ao item (a) da AT1



a) Sem desenhar a figura 5 e 6, determine a quantidade de quadrados coloridos que elas devem ter, respectivamente. Justifique.

5 → 25

6 → 36

Fonte: Acervo dos autores.

Com exceção do Grupo 1, notamos que os demais grupos conseguiram perceber qual era a relação entre a posição da figura e a quantidade de quadrados coloridos, mesmo que alguns não apresentaram uma justificativa para a sua resposta. Percebemos também que os estudantes começaram a desenvolver um pensamento funcional, pois associaram cada posição da figura a um único número de quadrados coloridos.

No item (b) solicitamos que os estudantes estabelecessem a relação entre a quantidade de quadrados coloridos e a posição da figura. Para isso, eles precisariam realizar uma conversão da representação no registro figural para outra no registro algébrico ou para a língua materna ou ainda, mobilizar ambos os registros como propõe Duval (2003), pois dessa forma possibilitaria uma melhor compreensão daquilo que está sendo estudado.

Esse item era relativamente fácil de realizar porque a conversão a ser realizada era congruente, ou seja, ao discriminar as unidades de sentido da representação no registro figural como ter um quadrado na Figura 1, quatro quadrados na Figura 2, nove quadrados na Figura 3 e assim por diante, seria possível colocá-las em uma correspondência direta com aquelas unidades de sentido das representações de chegada seja no registro algébrico ou na língua materna. Assim, na língua materna teríamos que a quantidade de quadrados coloridos (q) seria igual a posição da figura elevado ao quadrado (p^2) ou obter uma expressão do tipo $q = p^2$.

Apesar de apresentarem as respostas conforme o esperado, todos os grupos mobilizaram apenas o registro da língua materna para responder esse item como podemos verificar nas Figuras 6 e 7 abaixo.

Figura 6: Protocolo do G6 referente ao item (b) da AT1

- b) Estabeleça uma relação entre a posição que a figura ocupa e a quantidade de quadrados coloridos. Registre a relação encontrada.

A relação é a posição da figura multiplicada por 4, o mesmo que dá o número de quadrados coloridos.

Fonte: Acervo dos autores.

Figura 7: Protocolo do G7 referente ao item (b) da AT1

- b) Estabeleça uma relação entre a posição que a figura ocupa e a quantidade de quadrados coloridos. Registre a relação encontrada.

A relação encontrada é que o número da figura multiplicado por 4, o mesmo seja obtido de número de quadrados pintados na figura. Ex: 1x4=4 quadrados.

Fonte: Acervo dos autores.

As respostas dadas a esse item evidenciam que os grupos foram bem-sucedidos ao converter a representação do registro figural para a língua materna e essa última foi manipulada satisfatoriamente, indicando que esses grupos compreenderam a relação existente entre a quantidade de quadrados coloridos e a posição da figura. No entanto, nenhum grupo mobilizou o registro algébrico para estabelecer a relação entre as grandezas em questão, o que sugere a dificuldade em manipular tal registro, pois a conversão da representação figural para a algébrica nesse item carrega consigo o fenômeno de não congruência, ou seja, não existe uma correspondência semântica entre os elementos do registro figural (partida) e o registro algébrico (chegada).

Além do mais, representar a situação na língua materna e não ter conseguido fazê-lo no registro algébrico, pode ter ocorrido por conta do distanciamento cognitivo que há entre a língua natural e os outros registros utilizados na Matemática (DUVAL, 2011). Ainda há o fato que a utilização do registro algébrico nessa situação demandaria um custo cognitivo maior do estudante do que a língua materna, por isso esse último foi mais mobilizado em detrimento do primeiro. Essas respostas também sugerem a dificuldade que esses grupos sentiram em coordenar o registro algébrico com os outros registros (figural e língua materna).

No item (c) solicitamos que os estudantes estabelecessem uma relação entre a quantidade de hexágonos brancos e a posição da figura. Para isso, os grupos precisariam realizar uma conversão da representação dada no registro figural para outra representação na

língua materna ou no registro algébrico ou ainda, mobilizar ambos.

A conversão exigida nesse item era não congruente porque a representação terminal (língua materna ou algébrica) não transparecia na representação de saída (figural), ou seja, ao fazer a discriminação das unidades de sentido da representação dada no registro figural como ter 4 hexágonos na Figura 1, 9 hexágonos na Figura 2, e assim sucessivamente, não seria possível colocá-las em uma correspondência direta com as unidades de sentido das representações da língua materna e do registro algébrico. Para Duval (2011) esse tipo de conversão suscita maiores dificuldades no processo de realização da atividade matemática.

De fato, esse item, por exigir uma conversão não congruente, provocou muita dificuldade por parte dos grupos e nenhum deles conseguiu mobilizar qualquer registro para responder. Inicialmente fizemos a leitura em voz alta e os deixamos à vontade, em seguida os grupos começaram a nos chamar para pedir auxílio na resolução alegando não ter entendido a relação entre as grandezas.

Por apresentarem muita dificuldade, tivemos que ler o item mais uma vez coletivamente e fazer questionamentos para eles observarem a quantidade de hexágonos e a posição da figura. Perguntamos para eles quantos hexágonos brancos havia na Figura 1 e eles responderam quatro e quantos hexágonos havia na Figura 2, eles responderam nove, e assim o fizemos até chegar à Figura 4.

Na sequência, pedimos para todos observarem apenas a primeira figura e questionamos qual número elevado ao quadrado tinha como resultado quatro e com facilidade eles responderam dois. Partimos para a segunda figura e perguntamos qual número elevado ao quadrado resultava nove e mais uma vez, eles responderam três e assim por diante. Ao fazer esses questionamentos, solicitamos que se atentassem para a posição da figura e a partir dessas indagações, eles conseguiram compreender e elaborar uma resposta como podemos observar nas Figuras 8 e 9 abaixo.

Figura 8: Protocolo do G2 referente ao item (c) da AT1

e) Estabeleça uma relação entre a posição que a figura ocupa e a quantidade de hexágonos brancos. Registre a relação encontrada.

*Se um hexágono ocupa a posição da figura
e o número do quadrado.*

Fonte: Acervo dos autores.

Figura 9: Protocolo do G7 referente ao item (c) da AT1

- e) Estabeleça uma relação entre a posição que a figura ocupa e a quantidade de hexágonos brancos. Registre a relação encontrada.

A relação encontrada é que cada figura é acrescentada com mais um número multiplicando por de mesmo irá obter o valor de hexágonos mais.

Fonte: Acervo dos autores.

Nesse item, percebemos que os estudantes tiveram dificuldade em realizar a mudança do registro figural para outro registro e esse fato se deve ao motivo de a conversão exigida ser não congruente como explicitado anteriormente.

Além disso, podemos inferir que esses grupos tiveram dificuldades em compreender a relação entre a quantidade de hexágonos brancos e a posição da figura porque não houve uma coordenação entre os registros da língua materna, figural e o algébrico, indicando que eles não reconheceram uma mesma situação em pelo menos duas representações distintas e para Duval (2011) esse reconhecimento é uma das condições para a compreensão matemática.

Ainda há o fato de que mesmo após conseguirem generalizar em língua materna a relação entre a quantidade de hexágonos brancos e a posição da figura com o auxílio da intervenção, nenhum grupo mobilizou o registro algébrico para expressar essa mesma generalização, o que evidencia a dificuldade em manipular tal registro. Essa dificuldade pode ter sido ocasionada pelo que Duval (2011) chama de distanciamento cognitivo entre o registro da língua materna e aqueles específicos da Matemática, porque essa distância faz com que a conversão se torne difícil. Além disso, responder a esse item utilizando o registro algébrico acarretaria um custo cognitivo do estudante bem maior, as dificuldades enfrentadas por ele seriam bem maiores do que quando manipula apenas o registro na língua materna.

Análise da atividade 02

Essa atividade 02 (AT2) abrange o registro gráfico e o registro da língua materna de uma situação real, qual seja: a trajetória de uma bola ao ser chutada por um jogador de futebol. Essa atividade teve como objetivo trabalhar as primeiras ideias envolvendo o esboço do gráfico que representa uma função quadrática – a parábola. Além disso, também tivemos o intuito de iniciar uma discussão envolvendo a noção de máximo a partir desse esboço.

No item (a) tínhamos o intuito de verificar se os estudantes descreveriam, a partir da situação apresentada no enunciado e realizando um tratamento na língua materna, que a bola subiria até atingir sua altura máxima e em seguida desceria formando uma curva.

Nesse item, os Grupos 2, 4 e 7 conseguiram manipular o registro da língua materna e registrar a trajetória da bola se aproximando da resposta esperada, conforme podemos verificar nas Figuras 10, 11 e 12.

Figura 10: Protocolo do G2 referente ao item (a) da AT2

a) Discuta a situação com os membros do seu grupo e descreva a trajetória da bola.

A bola vai fazer uma curva e passar por cima dos jogadores antes de ir para o gol.

Fonte: Acervo dos autores.

Figura 11: Protocolo do G4 referente ao item (a) da AT2

a) Discuta a situação com os membros do seu grupo e descreva a trajetória da bola.

Primeiro a bola sobe e depois desce.

Fonte: Acervo dos autores.

Figura 12: Protocolo do G7 referente ao item (a) da AT2

a) Discuta a situação com os membros do seu grupo e descreva a trajetória da bola.

A bola fica que sobe em uma altura acima da barreira, e logo depois desce diretamente para o gol.

Fonte: Acervo dos autores.

O Grupo 2 foi o único que utilizou a palavra “curva” para descrever o percurso feito pela bola, enquanto os Grupos 4 e 7 utilizaram as palavras “subir/sobe” e “descer/desce” para registrar esse trajeto. As respostas sugerem que esses grupos compreenderam a proposta e souberam manipular o registro da língua natural para descrever a situação retratada no enunciado.

As palavras destacadas no parágrafo anterior podem ser consideradas como unidades de sentido da língua materna, necessárias no ato de conversão que exige que essas unidades sejam postas em correspondência com outras de uma segunda representação num outro registro. No caso dessa atividade, como o enunciado exige que a descrição da situação apresentada em língua materna seja transformada em uma representação no registro gráfico,

então, isso requer que a correspondência entre as unidades de sentido das representações desses registros seja realizada.

As demais respostas, embora estejam coerentes, não correspondem ao que foi solicitado como podemos observar na Figura 13.

Figura 13: Protocolo do G1 referente ao item (a) da AT2

a) Discuta a situação com os membros do seu grupo e descreva a trajetória da bola.

O jogador teria que chutar a bola com uma força suficiente para fazer a bola passar por cima da barreira e chegar no gol.

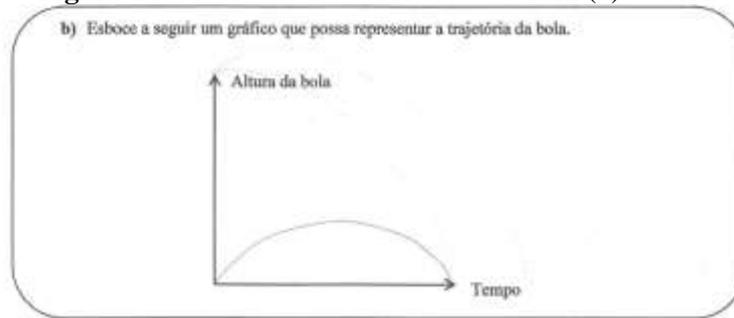
Fonte: Acervo dos autores.

Apesar de a maioria dos grupos manifestarem dificuldade em manipular a língua materna para apresentar a trajetória da bola a partir da situação descrita no enunciado, todos eles responderam satisfatoriamente ao item (b), o que sugere que eles tinham um conhecimento prévio sobre essa situação, porém, não souberam manipular o registro da língua natural para expressá-la. Nosso intuito no item (b) foi analisar se os grupos conseguiriam esboçar um gráfico que representasse a situação descrita no item anterior. Para tanto, seria necessária a realização de uma mudança do registro na língua materna para o registro gráfico.

A conversão exigida demandava um alto custo cognitivo em sua realização, ou seja, exigia uma grande mobilização de conhecimentos, mesmo para aqueles grupos que explicitaram na língua materna algumas unidades de sentido, haja vista que tal conversão era não congruente porque não havia uma correspondência direta entre as unidades de sentido da representação de partida (língua materna) e aquelas da representação de chegada (gráfica).

Além do mais, ainda existia o distanciamento cognitivo entre a língua materna e os demais registros específicos da Matemática como destaca Duval (2011), nesse caso específico entre a língua materna e o registro gráfico. Apesar disso, todos os grupos apresentaram respostas satisfatórias, considerando que o esperado era que eles esboçassem uma curva com concavidade voltada para baixo como representação daquela situação. Os Grupos 1, 4, 5 e 6 esboçaram gráficos semelhantes à uma parábola como podemos verificar na Figura 14.

Figura 14: Protocolo do G5 referente ao item (b) da AT2



Fonte: Acervo dos autores.

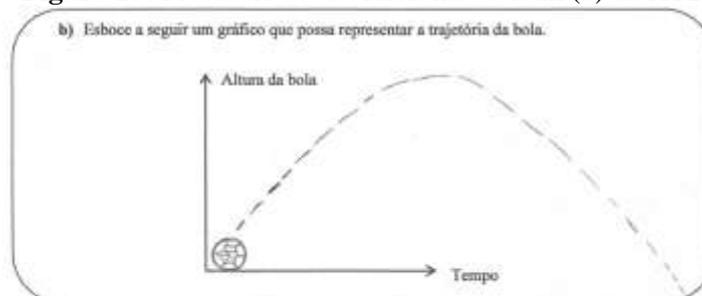
Já os Grupos 2, 3 e 7 também esboçaram uma curva, no entanto, fizeram uso de elementos pictóricos conforme podemos observar nas Figuras 15 e 16 a seguir.

Figura 15: Protocolo do G2 referente ao item (b) da AT2



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 15: Protocolo do G7 referente ao item (b) da AT2



Fonte: Acervo dos autores.

Nesse item, os grupos foram bem-sucedidos, embora a conversão requerida fosse não congruente por não existir uma correspondência termo a termo entre as representações do registro de partida (língua natural) e o de chegada (gráfico), e ainda haver uma distância cognitiva considerável entre os registros da língua natural e os demais registros específicos da Matemática, nessa situação, com o registro gráfico.

Além disso, a dificuldade em manipular o registro da língua materna para descrever a situação, não os impediram de representar essa mesma situação no registro gráfico. Uma possível explicação seja o fato de essa situação ser corriqueira na vida desses estudantes, seja

por experiência própria ou por acompanhar na televisão, o que pode ter facilitado no momento da resolução. Nessa direção, os PCN (BRASIL, 1998) afirmam que é essencial não subestimar o potencial matemático dos estudantes e reconhecer que esses resolvem problemas ao lançar mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscam estabelecer relações entre o já conhecido e o novo.

Já no item (c) nosso intuito foi discutir sobre a maior altura alcançada pela bola durante sua trajetória para iniciar uma discussão sobre as noções de máximo e mínimo em um gráfico. As respostas dadas a esse item evidenciam que a compreensão referente a valores de máximos e mínimos era é muito incipiente pelo fato de ainda não terem estudado esse conceito. Além disso, ficou evidente nessa atividade, para esse grupo de estudantes, que saber/conhecer o esboço de um gráfico não significa saber propriedades intrínsecas a ele.

Embora alguns grupos tenham afirmado que a altura atingida pela bola tenha sido máxima, explicitando assim uma unidade de sentido da representação da língua materna, as justificativas demonstram que eles ainda não conseguiram colocar em correspondência essa unidade de sentido com outras próprias do registro gráfico, como a concavidade da curva voltada para baixo (esboço do item anterior) e, assim, reconhecer essa situação em duas representações diferentes. Esse fato sugere que eles ainda não compreenderam a relação entre esse conceito e o esboço do gráfico como podemos observar nas Figuras 17 e 18. Contudo, é importante salientar que essa foi primeira atividade que abordou tal conceito, dessa forma, não foi suficiente para desenvolver essa habilidade de maneira plena.

Figura 17: Protocolo do G2 referente ao item (c) da AT2

e) Observando o esboço do gráfico do item (b), é possível afirmar que a altura atingida pela bola foi máxima ou mínima? Justifique a sua resposta.

Máxima, pois tem a concavidade para ultrapassar a barreira e voltar no gol.

Fonte: Acervo dos autores.

Figura 18: Protocolo do G5 referente ao item (c) da AT2

e) Observando o esboço do gráfico do item (b), é possível afirmar que a altura atingida pela bola foi máxima ou mínima? Justifique a sua resposta.

É máxima, pois conseguiu ultrapassar a barreira.

Fonte: Acervo dos autores.

Os Grupos 4 e 7 afirmaram que a altura atingida pela bola seria mínima, o que indica que esses grupos não conseguiram discriminar as unidades de sentido pertinentes da língua materna correspondente às unidades de sentido do esboço feito no item anterior e para Duval (2011), essa discriminação é a condição preliminar para a aquisição de conceitos. Dessa forma, as justificativas dadas por esses dois grupos também evidenciam que não houve uma compreensão sobre a relação entre a maior altura atingida pela bola e o esboço do gráfico. Podemos verificar essa situação na Figura 19.

Figura 19: Protocolo do G7 referente ao item (c) da AT2

e) Observando o esboço do gráfico do item (b), é possível afirmar que a altura atingida pela bola foi máxima ou mínima? Justifique a sua resposta.

A altura atingida pela bola foi mínima, pois, ela precisava apenas passar por cima da travessa do gol.

Fonte: Acervo dos autores.

Em relação a esse item ainda houve respostas como a do Grupo 1 que mostram que esses estudantes consideraram toda a trajetória da bola desde o momento que ela foi chutada até o gol como podemos verificar na Figura 20.

Figura 20: Protocolo do G1 referente ao item (c) da AT2

e) Observando o esboço do gráfico do item (b), é possível afirmar que a altura atingida pela bola foi máxima ou mínima? Justifique a sua resposta.

De máxima para mínima, pois que a bola precisava dar um chute alto para a bola chegar ao gol.

Fonte: Acervo dos autores.

A frase “de máxima para mínima” sugere que os estudantes desse grupo entenderam que a altura da bola aumentaria num primeiro momento e em seguida diminuiria, ou seja, eles consideraram a altura da bola ao longo do percurso feito. Pela resposta dada, indica que esse grupo não conseguiu discriminar as unidades de sentido próprias de cada representação (gráfica e língua materna), portanto, também não conseguiu fazer a correspondência entre essas unidades para poder reconhecer a situação em duas representações distintas. Isso é um indício de que ele, assim como os demais grupos, não compreendeu a relação entre o esboço do gráfico e a altura máxima alcançada pela bola.

As respostas dadas a essa atividade evidenciam que trabalhar com situações do cotidiano dos estudantes facilita a compreensão de um conteúdo, mas não são suficientes para abordar todas as propriedades inerentes a ele. Além disso, não colocar em correspondência as unidades de sentido próprias de cada representação, nesse caso as da gráfica com aquelas da língua natural, dificulta que uma mesma situação seja reconhecida em representações diferentes e para Duval (2011) esse reconhecimento é essencial para a atividade matemática.

Destacamos que esse foi o primeiro trabalho com a turma que envolveu o conceito de máximo, assim, salientamos que outras situações são necessárias para que haja compreensão, ou seja, esse conceito precisa ser mais explorado. O fato de a abordagem desse conceito ainda estar no início, pode ter ocasionado a não compreensão dessa situação por parte dos grupos. Contudo, a exploração de outras situações envolvendo o conceito seja o caminho para que as habilidades envolvidas possam ser desenvolvidas.

Considerações finais

Analisando as respostas dadas pelos estudantes nas duas atividades, percebemos que o registro na língua materna foi o mais mobilizado ao passo que o registro algébrico não foi manipulado e a conversão para esse registro suscitou maiores dificuldades. Por ser o primeiro contato dos estudantes com esses conceitos, foi evidenciado que é mais fácil eles descreverem as situações, ou apresentarem respostas em língua materna, do que em outros registros específicos da Matemática, pois de acordo com Duval (2011) a existência do distanciamento cognitivo entre os registros da língua materna e aqueles específicos da Matemática é na maioria das vezes o causador de dificuldades na realização de atividades.

Na primeira atividade, a relação de dependência envolvia a quantidade de polígonos e a posição da figura. Nessa atividade havia dois itens que exigia uma conversão da representação dada no registro figural para outra no registro algébrico e/ou da língua materna. No item cuja conversão era congruente, os estudantes tiveram facilidade em manipular a representação da língua materna, mas a representação algébrica sequer foi mobilizada.

Já no item em que a conversão era não congruente, os estudantes sentiram dificuldade, inclusive, em manipular a língua natural que só foi possível com o auxílio dos pesquisadores e mesmo com a intervenção, a representação algébrica também não foi mobilizada. As respostas dadas sugerem que os estudantes conseguiram coordenar os registros da língua materna e figural quando ocorria o fenômeno de congruência na conversão, mas não o fizeram no fenômeno de não congruência e em ambos não ocorreu uma coordenação entre o registro

algébrico e os demais registros da situação.

Na segunda atividade solicitamos a representação da trajetória de uma bola ao ser chutada por um jogador de futebol no registro gráfico. A conversão exigida era não congruente e tinha como representação de partida a língua materna e como representação de chegada, a gráfica. Apesar da não congruência entre as representações, os estudantes foram bem-sucedidos ao representar a situação no registro gráfico.

A partir das respostas dadas a esse item podemos inferir que o fator cultural influencia o aprendiz de forma significativa. Ao fazer essa inferência, consideramos o fato de que os sujeitos pesquisados mesmo sem ainda ter estudado o conceito de função quadrática e consequentemente o gráfico que a representa, a maioria obteve êxito ao representar a trajetória da bola no registro gráfico, apresentando uma curva semelhante à parábola. No entanto, eles tiveram dificuldade em manipular o registro da língua materna. Esse fato sugere a dificuldade na coordenação entre esses registros, ou seja, a dificuldade em reconhecer uma mesma situação em duas representações diferentes.

O fato de ser esse o primeiro contato dessa turma com as noções função quadrática pode ter feito com que os estudantes apresentassem mais dificuldades em que a conversão era não congruente, porém esta pesquisa vem a reafirmar que o fenômeno de não congruência é um dos principais causadores de dificuldades na aprendizagem matemática. No entanto, essa constatação não pode e nem deve fazer com que na preparação das tarefas de ensino os professores procurem evitar que os estudantes se deparem com esse tipo de fenômeno na realização das atividades. Pelo contrário, quanto mais expostos a esse tipo de obstáculo, maior será a habilidade dos aprendizes em fazer matemática.

Considerando essas questões, os professores de Matemática podem realizar seu planejamento de forma a explorar um pouco mais a manipulação e coordenação de diferentes representações da função quadrática, dando ênfase nas conversões não-congruentes a fim de minimizar as dificuldades, principalmente ao que tange o registro algébrico.

Referências

BRAGA, E. R.; VIALI, L. Função Quadrática – análise das alterações gráficas mediante a modificação dos parâmetros da expressão algébrica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 10., 2010, Salvador. **Anais**. Salvador: UCSal, 2010, p. 1-16. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T15_CC377.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Segunda versão

revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em
<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em:
30 set. 2016.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 1998. Disponível em:
<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2015.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

_____. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. In: CAMPOS, T. M. M. (Org.). **Ver e ensinar Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica**. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

_____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Mérciles Thadeu Moretti. **REVEMAT: R. Eletr. De Edu. Matem.** eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012.

FERREIRA, G. S. **A importância dos registros de representação semiótica na aprendizagem de função quadrática**. 2017. 208 f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

LOPES, J. P.; ANGOTTI, J. A. P.; MORETTI, M. T. Função Afim e conceitos unificadores: o ensino de Matemática e Física numa perspectiva conceitual e unificadora. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS (ENPEC), 4., 2003, Bauru. **Atas**. Bauru: USP, 2003, p. 1-11.

LOPES, S. P. Registros de representações semióticas no estudo das funções polinomiais de segundo grau. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 11., 2013, Curitiba. **Anais**. Curitiba: PUC-PR, 2013, p. 1-16.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.

MENDONÇA, M. S. **Registros de Representação Semiótica, calculadora e Geogebra: enlances possíveis na aprendizagem de função exponencial**. 2017. 254 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

NOVA ESCOLA. **Generalizações e cálculos algébricos**. Disponível em:
<<http://rede.novaescolaclub.org.br/planos-de-aula/generalizacoes-e-calculos-algebricos>>.
Acesso em: 30 jul. 2016.

PIRES, R. F.; SILVA, B. A. Função: concepções daquele que ensina e daquele que aprende. **EM TEIA**, v. 5, n. 3, p.1-25, 2015.

SILVA, N. L. *et al.* Explorando a parábola da função polinomial do 2º grau em um ambiente informático. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013, p. 1-16.

Recebido em: 30 de janeiro de 2020
Aprovado em: 21 de abril de 2020