

UTILIZAÇÃO DE UM JOGO DE TIRO AO ALVO PARA EVIDENCIAR CONCEITOS E PROPRIEDADES DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL MOBILIZADOS POR ALUNOS DA ESCOLA ELEMENTAR

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.16.248-270>

Thaís Coelho do Nascimento Silva¹
José Luiz Magalhães de Freitas²

Resumo: Neste artigo apresentamos uma discussão acerca de conhecimentos sobre o Sistema de Numeração Decimal (SND) por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental com dificuldades de aprendizagem em atividades realizadas com o uso de jogos. Para tanto, analisamos conceitos e propriedades mobilizados pelos alunos, bem como as representações semióticas por eles utilizadas. Os sistemas de representação semiótica empregados foram o numérico e o da língua natural, assim como representações próprias desses alunos, sem regras claras e bem definidas. Para a pesquisa, apoiamos na construção de uma sequência didática inspirada nos princípios da Engenharia Didática. Como um dos resultados, concluímos que os conhecimentos concernentes à estrutura e propriedades do SND revelados pelos alunos eram insuficientes, considerando o necessário para os conteúdos matemáticos do ano escolar que cursavam. Também observamos que o jogo de tiro ao alvo pode ser um recurso didático útil para o estudo de operações e propriedades do SND.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Jogos. Sistema de Numeração Decimal. Representações Semióticas.

USING A TARGET SHOOTING GAME TO EVIDENCE CONCEPTS AND PROPERTIES OF THE DECIMAL NUMBER SYSTEM RECRUITED BY ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS

Abstract: In this article we discuss the knowledge on the Decimal Numbering System (DNS) held by 4th-grade students with learning difficulties using game-mediated activities. To this end, concepts and properties recruited by these students were analyzed, along with the semiotic representations employed. The semiotic representations used were numerical or based on natural language, but also included personal systems devoid of clear, well-defined rules. For this investigation, we developed a teaching sequence drawing on Didactic Engineering principles. One of the findings was that the students' knowledge on DNS structure and properties was insufficient for tackling Grade 4 mathematical content. The target shooting games proved a useful didactic resource for the study of DNS operations and properties.

Keywords: Elementary School. Games. Decimal Number System. Semiotic Representations.

Introdução

¹Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) – E-mail: tacns2@gmail.com.

²Professor do Instituto de Matemática e do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) e Universidade Anhanguera - Uniderp – E-mail: joseluizufms2@gmail.com.

Neste artigo apresentamos um recorte de uma pesquisa que teve como objetivo investigar conhecimentos do Sistema de Numeração Decimal (SND) de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental por meio de registros na utilização de jogos – especificamente do jogo de tiro ao alvo.

A investigação também visou (1) identificar e analisar dificuldades dos alunos na mobilização dos registros envolvendo conceitos do SND, (2) analisar as conversões e tratamentos dos registros mobilizados e (3) analisar o uso do jogo de tiro ao alvo como recurso didático para investigações.

Compreender propriedades e regularidades do SND é fundamental para a compreensão das operações elementares de adição, subtração, multiplicação e divisão, que constituem um importante bloco de conteúdo no primeiro ciclo do Ensino Fundamental. De acordo com Nunes (2009, p. 33), “os sistemas de numeração são necessários para que os alunos venham a desenvolver sua inteligência no âmbito da matemática, usando os instrumentos que a sociedade lhes oferece”.

Para identificar conhecimentos dos alunos a respeito deste conteúdo, é necessário colocá-los diante de situações que deles requeiram diferentes representações pertinentes ao SND ao buscarem solucioná-las. Segundo Macedo, Petty e Passos (1997, p. 45):

[...] criar formas de registro para posterior análise é um instrumento valioso, na medida em que lhe permite conhecer melhor seus alunos, identificando eventuais dificuldades e oferecer condições para a criança reavaliar ações passadas, podendo criar novas estratégias e até mesmo modificar os resultados.

Escolhemos utilizar o jogo como recurso didático para obter dados, por considerarmos que por meio dele o professor pode avaliar conhecimentos dos alunos de forma não convencional. Segundo Luvison (2011, p. 17):

Através da ludicidade, a criança participa de um ambiente de múltiplas linguagens, como a oral, a escrita, a gestual, a artística e a musical. No ambiente de brincadeira a criança encontra sua essência, transcendendo para um contexto que lhe é próprio, no qual é possível atribuir significados, elaborar estratégias e refletir sobre inúmeras possibilidades e abstrações.

Discutiremos aqui atividades realizadas em três sessões com o jogo de tiro ao alvo em que visamos analisar representações semióticas utilizadas pelos sujeitos, bem como a

compreensão destes sobre a composição aditiva e multiplicativa de números, o conceito de valor posicional e a formação do número cardinal em sua representação numérica através dos agrupamentos.

O jogo como recurso didático

Nas pesquisas, os jogos podem ter papel de recurso didático, configurando-se como auxílio ao pesquisador no desenvolvimento de seu trabalho com uma sequência de atividades em sala de aula e a coleta de dados. De acordo com Grandó (1995, p. 35):

Inserido neste contexto de ensino-aprendizagem, o jogo assume um papel cujo objetivo transcende a simples ação lúdica do jogo pelo jogo para se tornar um jogo pedagógico, com um fim na aprendizagem matemática – construção e/ou aplicação de conceitos. Para o aluno, a atividade é livre e desinteressada no momento de sua ação sobre o jogo, mas, para o professor, é uma atividade provida de interesse didático-pedagógico, visando um “ganho” em termos de motivação do aluno à ação, à exploração e construção de conceitos matemáticos.

Em nosso estudo com recurso ao jogo, também nos apoiamos na obra *Homo ludens*, de Huizinga (2010), que enumera algumas características presentes na atividade lúdica, para então apresentar o seguinte conceito:

Atividade livre, conscientemente tomada como não séria e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras (HUIZINGA, 2010, p. 16).

Um critério para nós determinante foi que o jogo favorecesse a mobilização de registros pelos alunos. Para tanto, alguns jogos sofreram adaptações para servirem a nosso objetivo. Conjuntamente, definimos como característica importante que o jogo trabalhado envolvesse disputa, ou seja, que tivesse caráter competitivo. O caráter antitético das competições tipicamente leva o aluno a se envolver na busca por vitória e na demonstração de seus conhecimentos ou habilidades, em que cada participante age em oposição direta aos outros membros do grupo. Segundo Huizinga (2010, p. 58), “o objetivo pelo qual jogamos e competimos é antes de mais nada e principalmente a vitória”. No entanto, tratando-se de jogos

didáticos, estamos de acordo com o que resume Grandó (1995, p. 47): “a vitória é apenas uma possibilidade do jogo e não a essência do jogo”.

Outra característica, que já se inseria nessa, foi a de que o jogo tivesse dois ou mais participantes. Em nossa pesquisa, esse elemento primordial para as disputas visava também favorecer a troca de conhecimentos matemáticos entre os jogadores. A troca se dá por meio do diálogo entre os participantes, o que nos auxiliou a identificar a representação utilizada para análise de conhecimentos matemáticos dos alunos.

Por fim, uma característica que garante o desenvolvimento do jogo é a presença de regras, que limitam e direcionam as ações dos participantes. As regras são definidas e apresentadas antes do início do jogo, o que não implica necessariamente que não possam ser reajustadas. O reajuste e a inserção de novas regras podem ser feitos durante o jogo, desde que todos os membros concordem.

Registros de representação semiótica como referencial teórico de análise

O fato de a atividade matemática só lidar com representações de seus objetos pode constituir-se como uma das dificuldades no processo de aprendizagem desta ciência, visto que muitos alunos consideram a representação de um objeto matemático como o próprio objeto matemático. Assim, o modo de acesso aos objetos matemáticos difere quando comparado ao de objetos de outras áreas de conhecimento. Pelo fato de os objetos matemáticos não pertencerem ao mundo físico, compreendê-los requer distinguir entre os objetos e suas representações. Estas últimas, denominadas representações semióticas, têm função de objetivação e de expressão. As representações semióticas têm sua própria organização, que muda de acordo com o sistema semiótico utilizado. Por exemplo, $\frac{1}{2}$ e 0,5 representam o mesmo objeto matemático, mas cada representação tem suas próprias especificidades de manejo.

O que dissemos acima faz parte da Teoria de Registros de Representação Semiótica, formulada por Duval (2011). Trata-se de uma teoria cognitivista que considera que a aprendizagem em matemática só é efetivada quando o sujeito consegue transitar por dois ou mais registros de representação semiótica de um mesmo objeto matemático. Esse autor afirma

que a compreensão dos diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático é condição necessária para a conceitualização, ou *noésis*, do conhecimento matemático. O domínio de apreensão e produção de representações é denominado *semiósis*. Segundo ele: “Não há *noésis* sem *semiósis*, é a *semiósis* que determina as condições de possibilidade e de exercício da *noésis*” (DUVAL, 2009, p. 17).

Damm (2010) aponta três atividades cognitivas fundamentais de representação intrínsecas à *semiósis*:

1. A formação de uma *representação* identificável que possua características e dados do conteúdo representável, com regras que assegurem seu reconhecimento.
2. O *tratamento* de uma representação, ou seja, uma transformação que ocorre dentro do próprio registro e mobiliza apenas esse registro de representação. Essa transformação está ligada à forma do objeto matemático, e não a seu conteúdo.

Como exemplo, podemos citar o cálculo. Segundo Duval (2009, p. 57), “o cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismos e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura de números”.

3. A atividade de conversão consiste na transformação de determinada representação em outra pertencente a um novo sistema semiótico, ou seja, constitui a mudança da forma de representação de um conteúdo. Por exemplo, “o produto da abscissa pela ordenada é maior que 0”, em registro da língua natural, corresponde a “ $x \cdot y > 0$ ” no registro algébrico.

Após o sujeito ter se apropriado de vários registros de representação, seu efetivo êxito se dará na coordenação destes, a fim de que ocorra apreensão conceitual do objeto. De acordo com Damm (2010), como cada registro apresenta apenas informações parciais de seu conteúdo, o trabalho com vários registros de representação possibilita ao sujeito perceber suas próprias especificidades na compreensão do objeto como um todo. Assim, segundo essa teoria, para que ocorra a aprendizagem de um objeto matemático, torna-se necessário o trabalho com diferentes representações concernentes a esse objeto.

O Sistema de Numeração Decimal e algumas dificuldades para sua compreensão

O SND é caracterizado por suas potencialidades operatórias. Com poucos signos representam-se infinitos números, ou seja, para expressar grandes quantidades bastam apenas 10 números (0 a 9). Justamente por esse caráter econômico, o SND acaba por ocultar a numerosidade subjacente da coleção no registro numérico, o que traz consequentes entraves a sua compreensão e utilização.

Kamii (1990) e Nunes (2009) apontam dificuldades na compreensão das ideias de número e do sistema numérico de base 10. Outros estudos focalizam dificuldades com a conceituação de número nas notações numéricas (FAYOL, 1996; LERNER; SADOVSKY, 1996; BRANDT, 2005; AGRANIONIH, 2008).

Lerner e Sadovsky (1996, p. 110) apontam ainda dificuldades relacionadas ao valor posicional na numeração falada ou no registro da língua natural:

A numeração falada se interpõe no caminho da posicionalidade e dá origem a produções “aditivas”. Estas produções são facilmente interpretadas não só pelos adultos, como também, pelos colegas que já escrevem convencionalmente os números em questão, o que coloca em evidência uma indubitável vantagem dos sistemas aditivos: sua transparência.

De fato, quando dizemos determinado número, somamos os valores de cada símbolo utilizado: o número 303, por exemplo, é falado “trezentos” e “três”. É necessário somar cada número dito para se obter o número final.

A teoria de Duval (2011) oferece respaldo para sua utilização na identificação e análise da estrutura do SND em registros de representação de quantidades e da palavra que expressa o número. Teixeira (1996, p. 199) afirma que:

[...] a análise de conceituação tendo em vista o papel das diferentes formas simbólicas utilizadas nas atividades de numeração, mais particularmente da numeração posicional e da tradução não tem sentido se não recorrermos a uma teoria de representação.

No jogo de tiro ao alvo, a operação de contagem necessária para sua realização traz em si a coordenação de duas representações diferentes. Segundo Duval (2011, p. 46):

[...] a operação de contagem mobiliza a coordenação de duas representações diferentes: as unidades distintas materiais ou não, E, um conjunto de denominações ou um sistema de numeração simbólico. As denominações de

números, verbais ou simbólicas, cumprem duas funções. Elas constituem uma espécie de memória externa da enumeração feita e elas criam uma apreensão sintética imediata da coleção de unidades materiais contadas.

Para esclarecermos este tema, nos basearemos em Brandt e Moretti (2005), que se aprofundaram no estudo das representações de número e suas especificidades próprias das unidades cognitivamente pertinentes.

No SND há dois tipos de registro de representação semiótica dos números: a palavra e o numeral arábico (BRANDT; MORETTI, 2005), que correspondem ao registro da língua natural e ao registro numérico.

As palavras que expressam números, em sua maioria, não têm lexicação direta, ou seja, não há uma palavra específica para designar cada número. Assim, o registro numérico requer a justaposição dos números em sua numeração falada, isto é, no registro da língua natural. Caso não houvesse esta justaposição, “trezentos e quinze” permitiria, por exemplo, grafar “30015”. Este fato acaba por ocultar a estrutura do SND implícita no número em seu registro numérico. Além disso, as palavras que nomeiam os números não se valem de uma regra única para todos eles.

O número, em sua representação numérica, tem características que também não se revelam tão prontamente. Um exemplo é o dos agrupamentos que concernem à composição do número de acordo com sua posição. Os números também requerem as operações de adição e multiplicação, chamadas de composição aditiva e multiplicativa. O número 89, por exemplo, constitui-se dessas duas operações: $(8 \times 10) + 9 = 89$.

A Engenharia Didática e o desenvolvimento do jogo de tiro ao alvo

O estudo com esse jogo foi realizado em três sessões, com presença de nove alunos no total, todos matriculados no 4º ano do Ensino Fundamental. A experimentação desenvolveu-se em uma escola municipal de tempo integral na cidade de Campo Grande, MS. Os sujeitos da pesquisa eram alunos que frequentavam aulas de reforço escolar, ou seja, que apresentavam dificuldades de aprendizagem em matemática. A pesquisa foi realizada durante essas aulas.

A metodologia que nos permitiu desenvolver esse trabalho foi a Engenharia Didática, descrita por Artigue (2000). Tem por finalidade guiar a elaboração e aplicação de uma

sequência de atividades que possibilitem identificar conhecimentos, estratégias, dificuldades e aprendizagens dos alunos.

Uma das principais características dessa metodologia é que a validação dos dados é feita internamente, ou seja, comparam-se as hipóteses levantadas pelo pesquisador com os dados obtidos durante a parte de experimentação da pesquisa.

A Engenharia Didática é constituída de quatro fases: análise preliminar; concepção e análise *a priori*; experimentação; e, por fim, análise *a posteriori* e validação. A seguir serão brevemente descritas essas fases, segundo Machado (2010).

1. *Análise preliminar*

Visando a elaboração da sequência didática, estuda-se na análise preliminar o panorama geral do assunto da pesquisa, desde seu ensino atual e seus efeitos até a origem do objeto matemático a ser abordado e as dificuldades a ele relacionadas.

Em nossa pesquisa, estudamos nesta etapa o conteúdo de documentos oficiais: os PCN (BRASIL, 1997), o referencial curricular da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande, MS (CAMPO GRANDE, 2008) e o Guia do PNLD (BRASIL, 2012). Para focalizar as dificuldades comumente apresentadas na aprendizagem do SND, consultamos pesquisas sobre o assunto.

2. *Concepção e análise a priori*

Nesta etapa é concebida a sequência de atividades a ser desenvolvida na experimentação e também são escolhidas as variáveis didáticas levando em consideração a análise preliminar realizada.

A análise *a priori* envolve uma parte de descrição e outra de previsão, na qual o objetivo é atingir o conhecimento visado. A previsão antecipa os possíveis comportamentos dos alunos frente aos desafios das situações propostas. Assim, com a descrição realizada é possível dar um significado a esses comportamentos.

3. *Experimentação*

Esta é a fase em que o pesquisador aplicará aos alunos a sequência de atividades elaboradas na análise *a priori*. Durante a experimentação são coletados os dados necessários à

análise posterior. Esses dados provêm da produção dos alunos em sala de aula.

4. *Análise a posteriori e validação*

A análise *a posteriori* se apoia exclusivamente nos dados recolhidos durante a experimentação. Já sua validação se dá no confronto das duas análises: *a priori* e *a posteriori*. Nesta última, se validam as hipóteses levantadas durante a investigação.

O jogo de tiro ao alvo

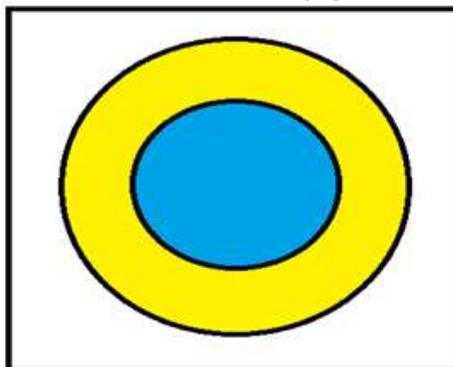
Esse jogo possibilita explorar propriedades próprias do SND, como a composição aditiva, a multiplicativa e o valor posicional. Segundo Nunes (2009, p. 21):

[...] para mostrar que uma criança realmente compreende a organização do sistema numérico decimal, precisamos mostrar que ela compreende a ideia de que existem unidades de valores diferentes no sistema e que as diferentes unidades podem ser somadas, formando uma quantia única.

Para início do jogo, pode-se determinar a ordem de participação por meio do lançamento de um dado. Quem obtiver maior pontuação será o primeiro jogador, e assim sucessivamente, de acordo com o número de pontos obtido.

Em sua vez de jogar, cada participante lança quatro pedrinhas ou feijões simultaneamente sobre o alvo (Figura 1) e observa sua pontuação: a região amarela vale um ponto e a azul vale 10; peças caídas na parte branca ou fora da folha não contam pontos. Ganha o jogo quem primeiro obtiver a placa que representa a centena.

Figura 1: Folha de cartolina do jogo de tiro ao alvo.



Fonte: Produzido para esta pesquisa.

Análise a priori: sessão 1

Variável didática: uso do material dourado.

A fim de observarmos conhecimentos dos alunos referentes ao SND, propusemos a utilização de um material manipulável para a representação da contagem dos pontos. Dispusemos então o material dourado para os participantes e iniciamos a sessão com uma breve revisão das propriedades do SND.

A utilização do material dourado teve por objetivo verificar as trocas e equivalências realizadas pelos alunos como meio de fazerem suas anotações de pontos durante as sessões. Visou também verificar se o aluno percebia a formação dos números, observando os grupos de 10, base do SND. Acreditamos que por se tratar de um material concreto manipulável que pode representar o SND, exceto em seu valor posicional, facilitaria aos alunos seu primeiro contato com o jogo e o registro dos pontos na tabela (Figura 2).

Figura 2: Tabela de pontuação das sessões 1 e 2.

NOME:			
JOGADAS	 DEZENA	 UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA			
2ª JOGADA			
3ª JOGADA			
4ª JOGADA			
5ª JOGADA			
6ª JOGADA			
TOTAL			

Fonte: Produzido para esta pesquisa.

Estas foram as estratégias previstas para a sessão 1:

- E1: Tomar somente as unidades (cubinhos) para pontuar no jogo.

Não se deve induzir os alunos sobre as trocas a serem feitas, pois almeja-se verificar se

eles compreendem a estrutura do SND por meio dos conceitos e propriedades que mobilizam. Por exemplo, se o estudante obtiver com o lançamento das pedras $20 \text{ pontos} = 2 \times 10$, observamos se ele toma duas barrinhas da dezena ou 20 cubinhos da unidade. Sobre tais procedimentos de troca e substituição, Brandt (2005, p. 198) observa:

Nem sempre a soma de 10 unidades foi interpretada como um grupo de 10. Quando a criança soma de 1 em 1 para aumentar 10 unidades significa que ela não as agrupa denominando-as de uma dezena e tampouco identifica a dezena nos algarismos do numeral que representa o número.

- E2: Realizar as devidas trocas das peças do material dourado.

Como os participantes já conheciam o material dourado, podiam realizar trocas de acordo com os agrupamentos dos grupos de 10. Entretanto, proceder a essas trocas no material dourado não significa que os alunos reconheçam no registro de representação numérico as mesmas propriedades.

Descrição e análise *a posteriori* da sessão 1:

Nesta sessão estiveram presentes apenas três alunos, que designaremos por D_1 , Z e L_5 . Como planejado, inicialmente relembramos aos alunos as propriedades e equivalências entre as peças do material dourado. Também explicamos como anotar os pontos na tabela.

Pensávamos que com o uso de material manipulável as crianças não sentissem necessidade de anotar seus pontos na tabela impressa. Caso não fizessem anotações, analisaríamos as conversas realizadas durante o jogo, ou seja, o registro em língua natural. Contrariamente ao previsto, houve apenas um aluno, D_1 , que utilizou a tabela como suporte para anotar os pontos obtidos.

Figura 3: Protocolo do aluno D_1 .



JOGADAS	DEZENA	UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA	1	10	21
2ª JOGADA	13	21	14
3ª JOGADA	12		
4ª JOGADA			
5ª JOGADA			
6ª JOGADA			
TOTAL			

Fonte: Obtido nesta pesquisa.

No protocolo (Figura 3) percebe-se haver dificuldade na representação do número de pontos obtidos: na coluna das unidades são também representadas dezenas.

D₁: Thaís, eu vou ter que marcar aonde o vinte e um?

Com a ajuda da pesquisadora, o aluno conseguiu anotar corretamente os pontos na linha destinada à primeira jogada. Nessa jogada, *D₁* ainda somou as dezenas às unidades em voz alta e com a ajuda de uma colega:

D₁: Um mais dez. Um mais um... Zero mais um? Zero mais um...

L: Um.

D₁: Um mais um, quanto? Vinte e um. O meu deu vinte e um, gente!

Percebe-se que a manipulação dos pontos com o material dourado foi alcançada, mas não se obteve sucesso em registrar na tabela as partes constituintes do número: dezenas e unidades. Constatamos isso ao verificar posteriormente o registro dos improváveis pontos na tabela.

Mais tarde, *D₁* conseguiu 13 pontos (provavelmente na segunda jogada) e novamente teve dúvidas na anotação.

D₁: Thaís, eu coloco o treze aqui ou aqui? (indicando a coluna das dezenas e das unidades).

Pesquisadora: Quantas dezenas tem o treze?

D₁: Quantas dezenas tem o treze?... Dez.



Pesquisadora: Tem dez dezenas? Quanto que é uma dezena?

D₁: Uma dezena? Dez.

Pesquisadora: E treze? Você acha então que tem dez dezenas?

O aluno não respondeu esta última pergunta. Ele sabe quanto vale uma dezena, mas quando questionado sobre quantas dezenas há na quantidade de 13 pontos, não consegue responder e registrar na tabela. Percebe-se que a utilização do material dourado parece não auxiliar o aluno a anotar seus pontos na tabela e a observar a quantidade das unidades constituintes do número, no caso não identificando as dezenas no registro numérico. Assim, inferimos que o aluno não conseguiu realizar a conversão do registro material para o numérico.

Na tabela constata-se também que o aluno se confundiu ao marcar os pontos. Por exemplo, na terceira jogada, em que anotou haver 12 dezenas, uma pedra havia na verdade caído na região azul e duas na amarela. O aluno disse haver conseguido 12 dezenas e estava tomando 12 barrinhas (12 dezenas) do material dourado. Na tentativa de explicar ao aluno sua afirmação sobre o total de pontos que obteve, perguntamos aos outros participantes:

Pesquisadora: Gente, o D₁ tinha caído aqui assim [exemplificando a jogada no alvo] e ele tá pegando doze dezenas. Tá certo?

L e Z: Não.

Z: Tá errado. Tem que pegar dez e tem que pegar mais duas. Assim [pegando as peças correspondentes às unidades no material dourado]. Aqui, D₁.

D₁: Eu sei.

Este diálogo reforça a constatação de que o aluno D₁ teve dificuldade em manipular o material dourado para escolher as peças correspondentes à quantidade de pontos que obteve e também em representar em registro numérico o número correspondente à quantidade. Verificamos que esse aluno tem dificuldades de representação do sistema relacionadas ao valor posicional, não coordenando a operação de contagem dos objetos e sua representação numérica nas partes constituintes do número.

Em geral, os alunos tiveram dificuldades ao lidar com o material dourado ao procederem a agrupamentos e trocas, que logo foram sanadas após retomarmos com eles o diálogo sobre equivalências e propriedades.

Constatamos que o material dourado não foi tão eficiente quanto esperado para facilitar a ideia de agrupamentos e trocas. O único aluno que anotou os pontos na tabela não percebeu as correspondências entre as representações com o material dourado e o registro numérico.

Análise a priori: sessão 2

Variável didática: jogar sem utilização do material dourado.

Nesta sessão, o material dourado não foi utilizado, induzindo assim o aluno a fazer registros em papel. Acreditamos que com essa remoção o aluno possa elaborar novas estratégias para anotar pontos diretamente na tabela, sem ter que recorrer ao material dourado, podendo assim estabelecer correspondências entre o material representativo do SND e sua representação numérica.

As regras estabeleciam que o vencedor seria aquele que primeiro obtivesse 100 pontos.

Utilizou-se uma tabela igual à da sessão anterior, com a diferença que para anotar os pontos os alunos precisavam agora coordenar a contagem das pedrinhas caídas no alvo com o registro numérico da tabela, valendo-se de símbolos próprios e pertinentes ao SND. Além da conversão em registro numérico, a tabela exigia que o aluno decompusesse as unidades do número em suas partes constituintes, ou seja, em dezenas e unidades.

Estratégias utilizadas:

- E1: Somar o total de pontos com desenhos (marcas de unidade) correspondendo biunivocamente ao número de pontos.

Na utilização do algoritmo da adição do total de pontos, espera-se que possam surgir diferentes tipos de representação. Os alunos podem se valer de tracinhos ou algum outro recurso para representação dos objetos da coleção gozando de propriedades cardinais e ordinais.

- E2: Aplicar o algoritmo da adição e multiplicação para realizar o registro numérico.

O aluno deve saber o valor posicional para efetuar o registro numérico dos pontos. Pode recorrer ao algoritmo da adição para saber quantos pontos obteve em uma jogada. Por

exemplo, se as duas pedrinhas caírem na região azul, podem somar os pontos ($10 + 10 = 20$) ou utilizar a composição multiplicativa ($2 \times 10 = 20$).

- E3: Somar o total de todas as dezenas com todas as unidades obtidas.

O aluno pode somar todas as dezenas presentes na coluna e também todas as unidades da coluna correspondente para assim obter o total de pontos em cada uma, somando por fim o total de dezenas com o de unidades. Tal estratégia pode levar à compreensão de que o número é composto de unidades constituintes.

- E4: Registrar os pontos das dezenas de acordo com o obtido no jogo.

Já que o número de pedrinhas caídas na parte azul deve ser multiplicado por 10 para que o aluno possa saber quantos pontos obteve, acreditamos que possa registrar o total de pontos desta forma: em vez de anotar quantas dezenas conseguiu, o aluno anota o total de pontos obtidos na região azul. Por exemplo, se em uma jogada caíram duas pedrinhas na região azul e uma na amarela, o aluno anota o correspondente a 20 na coluna das dezenas e o correspondente a 1 na das unidades. Caso isso ocorra, pergunta-se ao aluno a respeito dos agrupamentos de 10 necessários nessa situação, para que verifique se sua afirmação está correta.

- E5: Escrever a composição final do número apenas justapondo partes constituintes pela composição multiplicativa.

Diferentemente da estratégia anterior, os alunos podem anotar os pontos corretamente de acordo com a representação do valor posicional do número. Logo, pode também ocorrer que algum aluno escreva o resultado final justapondo os números obtidos correspondentes à coluna das dezenas e unidades. Para contornar tal situação, pode-se questionar os alunos sobre as unidades constituintes do número em relação à posição do algarismo.

Descrição e análise a posteriori da sessão 2

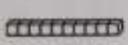
Na sessão em que foi trabalhado o jogo do tiro ao alvo sem utilização do material dourado, estiveram presentes sete alunos. Para facilitar o desenvolvimento das atividades e a obtenção de dados, os participantes foram divididos em três grupos: JC e D; B e L; P, M e Z.

Inicialmente, informamos que o vencedor seria aquele que conseguisse 50 pontos.



Alguns alunos tiveram dificuldade em anotar os pontos correspondentes a cada jogada. Alguns também manifestaram dificuldades ao somar a pontuação obtida para saberem se já havia um vencedor. O aluno JC, por exemplo, somou todos os seus pontos nos dedos. Pode-se dizer que essa ação equivale à estratégia prevista de realizar o tratamento dos valores com traços correspondentes termo a termo à quantidade de pontos. Entretanto, em certo momento esse aluno contou que em cinco jogadas obtivera 11 pontos cada vez. Logo, disse haver obtido 55 pontos.

Figura 4: Protocolo do aluno JC.

JOGADAS	 DEZENA	 UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA	10	1	11
2ª JOGADA	10	1	11
3ª JOGADA	10	1	11
4ª JOGADA	10	1	11
5ª JOGADA	10	1	11
6ª JOGADA		1	55
TOTAL			

Fonte: Obtido nesta pesquisa.

O protocolo (Figura 4) traz o registro das jogadas, mostrando, por coincidência ou não, que ele obteve o mesmo valor em todas elas. Como não estávamos o tempo todo ao lado de cada aluno, não pudemos observar os detalhes de tudo o que acontecera. Entretanto, o aluno justificou sua pontuação total, conforme mostra este diálogo:

JC: Tia, fiz cinquenta e cinco!

Pesquisadora: Como você fez? Como você sabe que conseguiu cinquenta e cinco?

JC: Ó: um, dois, três, quatro, cinco [indicando o total de vezes em que obteve onze pontos].

Pesquisadora: E onde você tá marcando? Tem que marcar aqui no total.

JC: Eu sei.

Pesquisadora: Então marca. Quanto você fez?

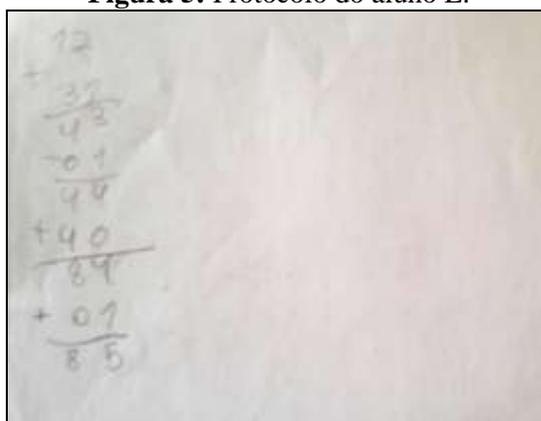
JC: Não sei...

O aluno realiza o cálculo mentalmente, mas, questionado sobre as representações utilizadas e os tratamentos realizados no registro numérico, mostra-se hesitante. Indagado novamente sobre o total de pontos, demonstra certa desconfiança frente a seus próprios cálculos. Essa atitude, segundo Muniz (2010, p. 94), “pode significar, já na perspectiva da criança, uma desvalorização dos processos mais ‘espontâneos’ desenvolvidos no jogo em relação aos algoritmos institucionalizados na escola pelo professor”.

Observa-se também, na coluna destinada às dezenas, que o aluno não efetua as equivalências de que 10 pontos correspondem a uma dezena. Apenas anota os pontos de acordo com as regras do jogo, considerando que a região azul corresponde à coluna das dezenas e a amarela à das unidades.

Para averiguar quantos pontos havia conseguido, a dupla B e L usou uma estratégia bastante pertinente, somando as parcelas a cada duas jogadas. Incentivamos essa estratégia porque a maioria dos alunos mostrou dificuldades ao efetuar os tratamentos concernentes à adição de todas as parcelas de uma só vez (Figura 5).

Figura 5: Protocolo do aluno L.


$$\begin{array}{r} 12 \\ + 32 \\ \hline 44 \\ - 01 \\ \hline 43 \\ + 40 \\ \hline 83 \\ + 01 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Obtido nesta pesquisa.

Entretanto, a conversão dos pontos obtidos das unidades materiais, de acordo com as regras do jogo, não foi compreendida pelos alunos. Essa constatação se deve ao fato de não haverem marcado os pontos na tabela de acordo com o número de peças que atingiram o alvo. Em vez disso, marcaram na coluna das dezenas o número correspondente às unidades, ou seja,

quatro (dezenas) multiplicado por 10.

Análise a priori: sessão 3

Variável didática: utilização de lançamento de dados

Fizemos algumas modificações nas regras do jogo nesta sessão. Dispúnhamos de três dados para cada alvo. Assim, para cada região em que o dado caísse, se multiplicaria o valor dessa região pelo número obtido no dado. Passamos a considerar agora que todas as regiões da folha contendo o alvo valeriam para a contagem de pontos: a região branca passaria a valer uma unidade, a amarela 10 e a azul 100. Assim, o vencedor seria aquele que obtivesse 500 pontos.

Nesta sessão o aluno precisou realizar a composição multiplicativa além da aditiva. Analisamos então a produção dos alunos quanto à composição do número. Caso uma região não fosse contemplada em dada jogada, verificávamos a compreensão do aluno sobre a ausência do valor da casa em questão.

A tabela utilizada é mostrada na Figura 6.

Figura 6: Tabela de pontuação da sessão 3.

NOME:				
JOGADAS	CENTENA	DEZENA	UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA				
2ª JOGADA				
3ª JOGADA				
4ª JOGADA				
5ª JOGADA				
6ª JOGADA				
TOTAL				

Fonte: Produzido para esta pesquisa.

As estratégias previstas foram as mesmas descritas na análise *a priori* da sessão anterior.

Descrição e análise a posteriori da sessão 3:

A sessão teve início com uma explicação sobre as novas regras do jogo para as oito crianças presentes, que se dividiram em três grupos: P, Z e M; B, L e L₁; e JC e D.

Além da explicação das novas regras, esclareceu-se também sobre a composição do número, agora acrescida da ordem das centenas.

Logo que os alunos iniciaram a primeira partida, percebemos que muitos apresentavam dificuldades em anotar os pontos na nova tabela. Foi preciso então chamá-los novamente para explicar como registrar os pontos. Percebemos que o lançamento de dados foi motivo de dificuldades em registrar os pontos na tabela. Após a explicação, os alunos iniciaram uma nova partida. Analisando os diálogos, verificamos que os alunos, após a nova explanação sobre a tabela, compreenderam como registrar os pontos (Figura 7).

Figura 7: Protocolo do aluno Z.

JOGADAS	CENTENA	DEZENA	UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA	0	5	0	50
2ª JOGADA		7	0	70 110
3ª JOGADA		8	0	80 180
4ª JOGADA		5	4	54
5ª JOGADA		9	0	90
6ª JOGADA		1	1	11
TOTAL	3	34	5	

Fonte: Obtido nesta pesquisa.

A coluna das unidades foi preenchida com o último algarismo do número. Como visto nos livros didáticos estudados, essa divisão das ordens das classes com que se representa um número geralmente é feita dessa maneira, com cada algarismo correspondendo a uma ordem. Quanto aos dois números, 110 e 180, no final das linhas da 2ª e da 3ª jogada, embora não tenha sido possível interrogar o aluno no momento em que efetuava o registro, é provável que



ao somar a 1ª com a 2ª ele tenha se equivocado na notação (110 em vez de 120) e na 3ª tenha anotado o resultado de $120 + 60 = 180$, mas observa-se que ele opera no SND.

O aluno M conseguiu em uma jogada 110 pontos, pela soma de dois lances com quatro pontos e um com três, todos na região azul, sendo por isso o vencedor da partida. Para a contagem dos pontos obtidos, os colegas de grupo o ajudaram, contando na sequência numérica de 10 em 10 os lançamentos que caíram na região azul:

P: Oitenta, noventa, cem, duzentos.

Percebemos o equívoco na contagem feita oralmente no registro da língua natural, como também ocorreu com outros alunos. Eles iniciavam a contagem das dezenas na sequência numérica, mas após a primeira centena já pulavam para a centena seguinte, como visto acima, na fala do aluno P.

Chegado o momento de anotar os pontos na tabela, o aluno P não conseguia “encaixar” 110 de acordo com as classes especificadas. Novamente, um colega de grupo o auxiliou:

Pesquisadora: Quantas dezenas tem?

P: Aqui tem quatro, aqui tem quatro e aqui tem três [indicando a pontuação de cada lançamento].

Pesquisadora: Então como que eu faço pra juntar tudo?

P: Onze.

Pesquisadora: Onze dezenas, não são?

M: Não... Sim!

Novamente os alunos tiveram dificuldades em separar o número de pontos em suas unidades constituintes: centenas, dezenas e unidades. Percebemos também que não associavam as regiões do alvo com as classes que compõem a totalidade do número em seu registro numérico.

Outra ação não constatada foi a de efetuar a soma por meio das unidades das ordens constituintes do número, ou seja, somar todas as centenas, todas as dezenas e todas as unidades para posteriormente compor o número final. Tal fato evidenciou ausência de compreensão da estrutura do SND. Muitos alunos desistiram de verificar sua pontuação por

não conseguirem realizar a soma de todas as parcelas da coluna de totais.

Considerações finais

Nesta narrativa, apresentamos fragmentos de três sessões em que trabalhamos com o jogo de tiro ao alvo. O uso desse jogo permitiu-nos explorar de forma gradativa conceitos do SND e, assim, investigar conhecimentos mobilizados pelos alunos durante sua participação. Essa mobilização constituiu-se em duas ações de transformação de representação do número, as quais Duval denomina tratamento e conversão.

A pesquisa revelou que os conhecimentos dos alunos sobre a conceituação da estrutura e propriedades do SND foram insuficientes para a realização das atividades e conteúdos matemáticos abordados no 4º ano. Uma das dificuldades identificadas foi o não reconhecimento das potências de base 10 que compõem as representações dos números no SND.

A conversão, que consiste em mudança de um registro a outro, ou seja, mudança de sistemas de representação semiótica, também possibilitou verificar que os alunos procediam de forma mecânica, apoiando-se na memória de fatos isolados, sem compreender as relações e regularidades próprias do SND.

A necessidade de realizar somas para conhecer o vencedor das partidas foi importante para evidenciar dificuldades dos alunos nos tratamentos aditivos próprios ao registro numérico do SND. Tal fato indica a necessidade de estudos e retomadas, para melhor compreensão de relações e propriedades – enfim, da estrutura – do sistema decimal pelos alunos.

Quanto ao uso do jogo como recurso didático para coleta de dados, observamos que possibilitou alcançar o objetivo desejado. Durante todas as sessões trabalhadas com esse recurso, a participação dos alunos foi intensa. Por meio desse jogo percebeu-se também que os alunos perguntavam e buscavam diferentes soluções, assim como repensavam o que já conheciam sobre o assunto. Observamos também que eles se envolveram com responsabilidade e compromisso nas atividades.

Por fim, gostaríamos de salientar que o objetivo principal deste estudo não foi o de

desenvolver um trabalho visando a aprendizagem do conteúdo pelos alunos, mas sim investigar produções, conceitos e propriedades do SND mobilizados pelos alunos ao participarem das atividades propostas.

No desenvolvimento experimental, o meio, incluindo tanto recursos humanos quanto materiais, foi utilizado para pesquisar o processo de aprendizagem dos alunos. Acreditamos também que a sequência didática, com as observações feitas antes e depois das sessões, pode auxiliar professores dos anos iniciais a identificar conhecimentos dos alunos sobre a estrutura e propriedades do SND. O uso do jogo de tiro ao alvo pode ser um recurso diferenciado nas listas de atividades voltadas à abordagem de conceitos e propriedades do SND.

Referências

AGRANIONI, N. T. **Escritas numéricas de milhares e valor posicional**: concepções iniciais de alunos da 2ª série. Tese (doutorado em educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

ARTIGUE, M. Engenharia didática. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 2000. p. 193-217.

BRANDT, C.F. **Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração**. Tese (doutorado em educação científica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

BRANDT, C.F.; MORETTI, M.T. O papel dos registros de representação na compreensão do sistema de numeração decimal. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 7, n. 2, p. 201-227, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática: ensino de 1ª a 4ª série. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2013**: matemática. Brasília: MEC, 2012.

CAMPO GRANDE (MS). Secretaria Municipal de Educação. **Referencial curricular da rede municipal de ensino**: 1º e 2º ano do ensino fundamental. Campo Grande, SME, 2008.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, S.D.A. (Org.). **Educação matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Educ, 2010. p. 167-188.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels). São Paulo:

Livro da Física, 2009. fascículo 1.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FAYOL, M. **A criança e o número: da contagem à resolução de problemas.** Tradução: Rosana Severino de Leoni. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GRANDO, R.C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** Dissertação (mestrado em educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

HUIZINGA, J. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura.** 6. ed. São Paulo: Perspectiva, 2010.

KAMII, C. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.** 3. ed. Campinas: Papirus, 1990.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artmed, 1996.

LUVISON, C. C. **Mobilizações e (re)significações de conceitos em processos de leitura e escrita de gêneros textuais a partir dos jogos.** Dissertação (mestrado em educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

MACEDO, L.; PETTY, A.L.S.; PASSOS, N.C. **4 cores, senha e dominó.** São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.

MACHADO, S.D.A. Engenharia didática. In: MACHADO, S.D.A. (Org.). **Educação matemática: uma (nova) introdução.** São Paulo: Educ, 2010.

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

NUNES, T. **Educação matemática 1: números e operações numéricas.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

TEIXEIRA, L. Aprendizagem inicial do valor posicional dos números: conceituação e simbolização. In: NOVAES, M.H.; BRITO, M.R.F. **Psicologia na educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica.** Rio de Janeiro: ANPEPP, 1996. p. 187-204.

Recebido em: 18 de junho de 2018.

Aprovado em: 18 de julho de 2019.