

A UTILIZAÇÃO DA PROVA EM FASES COMO RECURSO DE ENSINO EM AULAS DE CÁLCULO

Marcele Tavares Mendes¹
Regina Luzia Corio de Buriasco²

Resumo: Neste artigo será apresentada uma discussão para um repensar a prática pedagógica da disciplina de matemática, em particular, Cálculo Diferencial e Integral, a partir dos dados obtidos em uma pesquisa de doutorado, de natureza qualitativa de cunho interpretativo, que investigou a utilização da Prova em Fases em aulas de Cálculo em uma turma com 48 alunos de um curso de engenharia de uma universidade federal do Paraná. Esse repensar está baseado nos pressupostos da Educação Matemática Realística e da Avaliação como Prática de Investigação e Oportunidade de Aprendizagem. Trechos de uma experiência com o instrumento de avaliação Prova em Fases é apresentado como possibilidade para efetivar o contexto de ensino, de aprendizagem e de avaliação aqui discutido e evidenciar potencialidades desse instrumento quando reconhecido como um recurso de ensino.

Palavras-chave: Avaliação da Aprendizagem. Prova em Fases. Educação Matemática Realística. Ensino de Cálculo.

THE USE OF TEST IN PHASES AS EDUCATIONAL RESOURCE IN CALCULUS CLASSES

Abstract: In this article is presented a discussion to rethink pedagogical practice for the math discipline, in particular, Differential and Integral Calculus, from the data obtained in a doctoral research, qualitative interpretative, which investigated the use of Test in Phases in Differential and Integral Calculus classes in a class with 48 students of an engineering degree from a Federal University of Parana. This rethink is based on the assumptions of Mathematics Education Realistic and evaluation as Research Practice and Learning Opportunity. Excerpts from an experience with the assessment tool Test in Phases is presented as a possibility to effect the context teaching, learning and assessment discussed here and show capabilities in assessment tool Test in Phases when recognized as a teaching resource.

Keywords: Learning Assessment. Test in Phases. Realistic Mathematics Education. Calculation of education.

Introdução

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral figura entre as disciplinas básicas de diversos cursos superiores, e seu ensino é um dos grandes desafios para os professores e pesquisadores da Educação Matemática, uma vez que altos índices de evasão e reprovação

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). E-mail: marceletavares@utfpr.edu.com.

² Doutora em Educação pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). E-mail: reginaburiasco@gmail.com.

nessa disciplina são corriqueiros. O seu ensino ainda é comumente pautado em modelos tradicionais, nos quais os alunos, a partir das instruções expositivas do professor, resolvem “exercícios-tipo”. Nesse modelo, geralmente o aluno é passivo na condição de observador de aulas em que o professor apresenta um raciocínio pronto e acabado e a prática avaliativa se resume a uma avaliação somativa, na qual é utilizada para avaliar as atividades dos alunos, de forma estanque, com a qual se pretende avaliar o desempenho, com o objetivo de classificá-los ou certificá-los.

Nesse processo somativo "se propõe fazer um balanço (uma soma), depois de uma ou várias sequências ou, de uma maneira mais geral, depois de um ciclo de formação" (HADJI, 1994, p.64), esse balanço tem a função de informar o rendimento do aluno, não é analisado na expectativa de orientar o ensino e a aprendizagem. De encontro com essa prática, reconhece-se a necessidade de discutir um processo avaliativo enquanto processo "sistemático, dinâmico e contínuo que busca desvelar o processo de aprendizagem dos alunos, bem como acompanhar e participar dele" (MENDES, 2018, p.654).

A partir dos dados obtidos em uma pesquisa de doutorado³, de natureza qualitativa de cunho interpretativo, que investigou a utilização da Prova em Fases em aulas de Cálculo Diferencial e Integral, este artigo apresenta um repensar da prática pedagógica dessa disciplina, evidenciando potencialidades desse instrumento de avaliação quando reconhecido como um recurso de ensino. Esse repensar baseia-se nos pressupostos da Educação Matemática Realística e da Avaliação como Prática de Investigação e Oportunidade de Aprendizagem.

Uma prática avaliativa a serviço da aprendizagem

Em contrapartida a uma prática avaliativa somativa, espera-se que nas salas de aula o processo avaliativo preste-se à regulação das aprendizagens, na qual o aluno seja orientado para que situe, ele mesmo, suas dificuldades, analise e descubra, ou pelo menos operacionalize, os procedimentos que lhe permitam progredir (HADJI, 2001), de tal forma que o processo de avaliação esteja a serviço da aprendizagem. Esse contexto, contudo, não se

³ Mendes (2014).

configura sem um repensar de toda a prática pedagógica, até porque a prática avaliativa é um elemento da prática pedagógica, realizada permanentemente, com tarefas que não se diferenciam das tarefas de sala de aula (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; BARLOW; 2006).

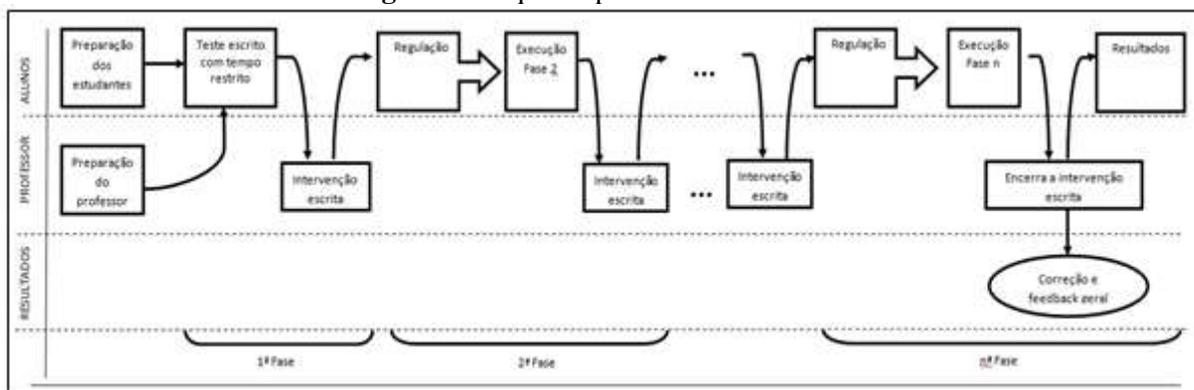
Ao reconhecer a avaliação como um processo de natureza didática e integrado aos processos de ensino e de aprendizagem, aproximamo-nos de uma prática que apoia as decisões educacionais para além das certificativas, uma prática que torna-se "eco em retorno da ação, estímulo a completar, modificar, a aperfeiçoar a tarefa em andamento" (BARLOW, 2006, p.16). Esse ecoar informa o professor a respeito do processo de ensino e os alunos a respeito de seus próprios percursos de aprendizagem – seus êxitos, suas dificuldades.

Mendes (2014) apresenta a Prova em Fases⁴ como um recurso profícuo para superar esse modelo tradicional classificatório e certificativo, proveniente de práticas baseadas na transmissão e verificação de conteúdos e que buscam homogeneizar os resultados.

A Prova em Fases é uma prova escrita, resolvida individualmente e em sala de aula, contendo questões associadas aos objetivos de aprendizagem a serem explorados ao longo de determinado espaço de tempo (um bimestre, um semestre, um ano), à qual os estudantes têm acesso desde a primeira fase (mesmo antes das aulas nas quais serão explorados tais objetivos). Os próprios estudantes podem reconhecer/escolher que questões resolver em cada fase, podendo alterar as resoluções, nas etapas subsequentes, sempre que julgarem necessário. Ressalta-se que outras e muitas versões de Prova em Fases podem ser utilizadas em sala de aula. A Figura 1 é um esquema da dinâmica da Prova em Fases utilizada na pesquisa de Mendes (2014). Nessa pesquisa a prova foi realizada em dez fases.

⁴ Trabalhos do GEPEMA (PASSOS, 2009; PIRES, 2013; TREVISAN, 2013; MENDES, 2014; PRESTES, 2015) têm apresentado propostas de desdobramento da prova em mais fases, enquanto meio para ressignificação da prova escrita, a qual tem sido chamada simplesmente de Prova em Fases. GEPEMA – Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, (<http://www.uel.br/grupoestudo/gepema/>) do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, coordenado por Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco.

Figura 1: Esquema para a Prova em Fases



Fonte: Mendes (2014, p.50).

Mendes (2014), a partir da produção escrita dos alunos na primeira fase (primeiro momento em que os alunos lidaram com a prova), iniciou a análise da produção escrita e, com base nela, realizou questionamentos e considerações por escrito, na prova de cada aluno, acerca da resolução completa ou parcial apresentada. Os questionamentos e considerações não foram correções, mas intervenções escritas, pois não houve menção a correto ou incorreto. Cada aluno interpretou e decidiu o caminho que devia seguir nas fases seguintes, tanto na produção escrita nessa prova, como em seus estudos. Com isso ampliou-se a função do instrumento, que passou a ser um instrumento de ensino e de aprendizagem.

A Figura 2 é um esquema que intenciona sintetizar a Prova em Fases como um instrumento que serve a uma prática avaliativa constituinte e permanente da prática pedagógica.

Figura 2: Prova em Fases – no ensino, na aprendizagem, na avaliação.

ENSINO	O professor guia o aluno a construir ou a fazer uso de seus conhecimentos relativos aos conteúdos necessários para resolver as questões da prova por meio das intervenções
APRENDIZAGEM	O aluno constrói ou faz uso de seus conhecimentos a partir do lidar com as questões, das intervenções do professor, das apreciações de sua produção escrita ao longo das fases, regula seu próprio percurso de aprendizagem.
AVALIAÇÃO	As fases favorecem uma avaliação integrada ao processo de ensino e de aprendizagem. A nota final surge a partir da correção das escolhas das estratégias ao longo da prova, dos procedimentos escolhidos para efetivação das estratégias, das respostas dadas aos problemas, assim como das intervenções escritas.

Fonte: Mendes (2014, p.58)

Aspectos do caminho percorrido – procedimentos metodológicos

Os procedimentos metodológicos aqui apresentados serviram a uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, em que a problemática foi investigar a utilização da Prova em Fases como recurso para a regulação da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.

Os pressupostos de ensino e de aprendizagem de matemática, nos quais a pesquisa relatada foi desenvolvida, fundamentam-se na Educação Matemática Realística – RME, abordagem de ensino cujo desenvolvimento foi inspirado, principalmente, nas ideias e contribuições de Hans Freudenthal (1905-1990), que tem sido tomado como um referencial teórico para os estudos/pesquisas do GEPEMA. De modo particular, nesta pesquisa, esses pressupostos estão intimamente ligados às atitudes das pesquisadoras de tal forma que não são apresentados diretamente com o intuito de serem fundamentos para a criação da pesquisa, mas para demarcar a perspectiva de ensino e de aprendizagem que foi considerada (MENDES, 2014).

Nessa abordagem, a matemática é tomada como uma atividade humana, na direção de ser uma atividade de organizar a realidade, evoluindo sob a influência das modificações sociais. Pressupõe-se uma matemática escolar articulada com outros domínios, em que sua aprendizagem consiste em ferramenta para organizar situações diversas, em oposição a um ensino que, mais comumente, restringe as finalidades da disciplina a si mesma".

Diante disso, espera-se dar aos alunos a oportunidade de matematizar a realidade por meio de tarefas autênticas – aquelas que requerem ser resolvidas e que reflitam objetivos relevantes. Conforme Mendes (2014), aquelas em que o aluno, ao lidar com o problema, desenvolve estratégias e procedimentos que abrangem tópicos do assunto da área da matemática em amplitude e profundidade, e que podem ser resolvidas de diferentes formas e em diferentes níveis, favorecendo algum aprendizado a todos os alunos envolvidos em sua resolução.

A avaliação aqui apresentada é fundamentada na perspectiva de avaliação adotada pelo GEPEMA – uma Avaliação como Prática de Investigação e Oportunidade de Aprendizagem. Conforme, Buriasco e Mendes (2015), uma prática complexa e integrada no âmbito escolar, de natureza didática, uma avaliação a serviço da aprendizagem, oportunizando momentos de

reflexão tanto para o aluno quanto para o professor; a este, para que regule seu processo de ensino e intervenha, àquele, para que regule seu próprio processo de aprendizagem.

Os sujeitos da pesquisa foram a professora e 48 alunos matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de Engenharia de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná no segundo semestre de 2011. A Prova em Fases foi elaborada com base nos conteúdos do Quadro 1 e continha 25 questões. A intenção foi fazer dela um instrumento de comunicação, que oportunizasse identificar as dificuldades e potencialidades dos alunos nos conteúdos envolvidos para orientar as decisões relativas à aprendizagem e, de modo especial, instruir o aluno sobre seu próprio percurso para regular a aprendizagem. Também se buscou, por meio das questões da “prova”, gerar a oportunidade de o aluno reelaborar conteúdos considerados básicos para um curso de Cálculo Diferencial e Integral I. Os conteúdos contemplados na Prova em Fases são os primeiros três blocos do programa da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Quadro 1: Conteúdos contemplados na Prova em Fases.

C1	Sistematização dos Conjuntos Numéricos	Identificação dos conjuntos numéricos; o corpo dos números reais; a reta numerada real; valor absoluto, desigualdades reais e algumas propriedades algébricas dos números reais.
C2	Sistema Cartesiano Ortogonal	Representação de dados em sistemas de eixos coordenados: Sistema Cartesiano Ortogonal.
C3	Relações e Funções no Espaço Real Bidimensional	Definição de Relação e de Função; funções e representações gráficas de funções elementares; funções pares e ímpares; transformação de funções por meio de: translação, compressão e estiramento etc.; funções compostas; funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas; funções inversas; funções exponenciais e logarítmicas; funções trigonométricas e suas inversas.

Fonte: Mendes (2014, p.63).

Ressalta-se que esse instrumento foi o meio com o qual a professora guiou o aluno a construir ou a fazer uso de seus conhecimentos dos conteúdos contemplados. Conforme planejamento, foi também o instrumento para a primeira avaliação parcial da disciplina. Não foram realizadas aulas específicas para tratar desses conteúdos, e os processos de ensino e de aprendizagem foram desenvolvidos exclusivamente por meio da análise da produção escrita de cada aluno feita pela professora.

Elaborou-se um cronograma de 30 aulas para a realização da Prova em Fases: 15 aulas, de um universo de 102 aulas presenciais, e 15 presenciais e agendadas em horário extraclasse. Cada encontro foi constituído de 3 aulas, ou seja, a Prova em Fases foi realizada em 10 fases.

O resultado final (nota) dessa prova surgiu de uma escala de classificação, na qual, para cada questão, foram consideradas as escolhas das estratégias, os procedimentos desenvolvidos para efetivação das estratégias, as respostas dadas tanto às questões quanto aos questionamentos levantados pelo professor ao longo da prova.

Assim, após o desenvolvimento da Prova em Fases, os dados recolhidos foram: o conjunto das resoluções de cada aluno matriculado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, no 2º. semestre de 2011, para cada uma das 25 questões da prova, em todas as dez fases de aplicação, e pelo conjunto das intervenções escritas da professora.

A partir desse conjunto de dados, na direção de discutir os objetivos propostos no delinear da pesquisa, fez-se uma seleção de uma produção de cada uma das 25 questões da Prova em Fases desenvolvida para analisar especificamente e, por fim, construir um quadro geral com relação ao objetivo do trabalho - estudar a Prova em Fases como um recurso para a regulação da aprendizagem. De modo particular, neste artigo trata-se de um dos objetivos específicos: a utilização da produção escrita dos alunos em uma Prova em Fases como recurso de ensino.

Análise de uma produção escrita – Questão 12

A título de exemplo das análises específicas das 25 produções selecionadas que foram descritas na pesquisa de Mendes (2014), apresentam-se: o enunciado de uma das questões da Prova em Fases realizada; a descrição de uma resolução e da intervenção realizadas ao longo das fases da prova; apontamentos específicos levantados a partir dessa interação escrita. O aluno que resolveu a questão aqui apresentada lidou com ela nas Fases 1, 2, 4, 6 e 8 (por sua decisão).

Quadro 2: Enunciado da Questão 12 da Prova em Fases realizada.

Escreva um número que seja, simultaneamente, múltiplo de 2, 3 e 5.

Fonte: Mendes (2014, p.129).

Essa questão foi considerada como uma que requer um nível de proficiência de reprodução, pois, para resolvê-la, é necessário executar um procedimento rotineiro, cálculo do mínimo múltiplo comum. A questão aborda conteúdos enquadrados em C1, do Quadro 1, por ser preciso identificar números reais e compreender as definições de múltiplos e divisores de um número. É considerada uma questão de nível fácil de dificuldade em relação ao conteúdo.

Como forma de aumentar a credibilidade do potencial da Prova em Fases utilizada por Mendes (2014), realizou-se a validação das questões por quatro professores de Cálculo Diferencial e Integral I de duas instituições públicas de Ensino Superior de Londrina. Esses professores examinaram as questões, uma a uma, com relação a: pertinência de conteúdo, nível de dificuldade previsto e nível de proficiência previsto.

Quadro 3⁵: Desenvolvimento de uma questão em uma Prova em Fases

Fase 1
R – Como 2, 3, 5 são primos, o único que é múltiplo dos três é 30. $2.3.5 = 30$
<i>O aluno apresenta uma resposta à questão, mas ao elaborá-la, faz menção ao fato de os números serem primos e apresenta a resposta 30 como o único múltiplo entre eles.</i>
Fase 2
<i>Na expectativa de fazê-lo refletir acerca dos conceitos apresentados em sua resposta, questiono:</i>
Q1 – O que significa dizer que 2, 3 e 5 são primos?
RQ1 – Dizer que os números são primos significa que eles são divisíveis por eles mesmos e por 1.
Q2 – Qual é a relevância disso [serem primos] para se determinar um valor múltiplo entre eles?
RQ2 – Quando os números são primos e queremos achar um número que seja múltiplo dos três

⁵ No quadro faz-se uso de uma legenda: a letra **R** refere-se à primeira produção escrita nessa questão, em itálico, a professora aponta a leitura que fez da produção do aluno; a letra **Q** seguida de um número denota a ordenação das intervenções escritas realizadas pelas professoras; as letras **RQ** seguidas de um número indicam uma produção escrita do aluno a partir de uma intervenção escrita e sua ordenação; a letra **R** seguida de um número remete a uma produção escrita que não é resposta direta a uma intervenção escrita da professora.



simultaneamente aplicamos o método do m.m.c (mínimo múltiplo comum) então multiplicamos $2 \times 3 \times 5$ para achar o menor múltiplo entre eles. É como fazermos separadamente a tabuada de cada um e olharmos o primeiro que coincide na tabuada dos três números.

Q3 – Apenas o número **30** é múltiplo de **2, 3 e 5** simultaneamente?

RQ3 – Não é apenas o número **30** que é múltiplo dos **3** números ao mesmo tempo. Ele é o menor número que aparece primeiro.

Fase 4

Com vistas a fazê-lo apresentar o que entende por múltiplo e refletir a respeito, questiono:

Q4 – O que significa dizer que **30** é múltiplo de **3**?

RQ4 – Significa que ele aparece na tabuada do **3**, ou seja, o número **“3”** multiplicará um número que nesse caso é **10** e resultará em **30**.

Sua resposta está atrelada à tabuada e não à definição de múltiplo de números inteiros.

Fase 6

Com o propósito de ampliar o seu conceito de múltiplo, questiono:

Q5 – Posso dizer que **6** é múltiplo de **1,5**?

RQ5 – Pode dizer que **6** é múltiplo de **1,5**, porém **1,5** é um número que não é natural e positivo e não aparece na tabuada.

*Nesta resposta o aluno afirma que **6** pode ser múltiplo com uma ressalva que contradiz respostas anteriores.*

Fase 8

Para fazê-lo confrontar suas respostas e investigar o conceito de múltiplo, solicito:

Q6 – Na sua resposta anterior dizia que, para ser múltiplo, precisa estar na tabuada, agora que, mesmo não estando pode ser múltiplo. Investigue uma condição para definir múltiplo de um número.

RQ6 – Tem que ser os inteiros, por isso na tabuada só tem números naturais.

$\frac{C}{A} = B \Rightarrow C$ (se for inteiro) será múltiplo de **A** (inteiro), pois contém **A** multiplicando **B** (inteiro) vezes.

O aluno apresenta uma definição de múltiplo independente da tabuada, de forma generalizada e abstrata.

Fonte: Mendes (2014, p.129 - 131).

Pedir a um aluno para obter o mínimo múltiplo comum entre três números é solicitar que execute um procedimento de rotina, competência do nível de reprodução. Agora, pedir ao aluno que reflita e discorra a respeito de cada conceito envolvido nesse procedimento são competências do nível de reflexão, pois isso requer argumentação, abstração, generalização de conceitos matemáticos.

Um movimento dos níveis das competências ao lidar com a questão, a partir das intervenções da professora, é evidenciado em R, RQ4 e RQ6. Em R, o aluno demonstrou uma competência de reprodução ao executar um procedimento de rotina para determinar um múltiplo. Em RQ4, o aluno trouxe a tabuada para sua resposta, evidenciando alguma ampliação do que havia apresentado em R, mais do que a execução de um procedimento de rotina. Por fim, em RQ6, o aluno articulou as respostas anteriores e apresentou uma abstração e generalização para o conceito de múltiplo, revelando competências de reflexão e uma regulação da aprendizagem.

A generalização apresentada pelo aluno em RQ6 não é a definição que a álgebra apresenta, entretanto está bem próxima do conceito. Mais do que saber “repetir” um conceito, é desejável que os estudantes reflitam e consigam construir significados e alcançar o conhecimento formal.

A possibilidade de passar por diferentes níveis de compreensão do conceito de múltiplo não dependeu das características da questão posta *a priori* (primeiro enunciado com que o aluno lidou), mas do compromisso do aluno ao lidar com a Prova em Fases a partir das intervenções realizadas pela professora, intervenções carregadas de intenção de conduzi-lo durante esse processo de aprendizagem. Conforme Pires (2013), “aprender supõe passar por diferentes níveis de compreensão”.

Uma discussão – um repensar

A análise da produção escrita nessa questão, como nas outras questões da Prova em Fases utilizada na pesquisa de Mendes (2014), possibilitou à professora observar, analisar e recolher informações para agir num contexto de ensino, em favor da aprendizagem, e ao aluno, ser respeitado em suas idiossincrasias no processo de aprender. De acordo com Van den Heuvel-Panhuizen (1996, 2000, 2002), os alunos, em vez de serem receptores de uma matemática pronta, foram tratados como participantes ativos no processo educacional. Nesse processo, aos alunos foi dada a oportunidade de desenvolverem e revisitarem ferramentas matemáticas para lidar com as questões da Prova em Fases.

Freudenthal (1979) discute a necessidade de evitar materiais didáticos pré-estruturados, em que o conteúdo e a aprendizagem se tornam derivados exclusivos dessa

estrutura. Cada aluno foi guiado por sua produção escrita e pelas intervenções escritas do professor, pôde seguir um caminho ao lidar com conteúdos contemplados na prova. Esses caminhos revelam a flexibilidade que a Prova em Fases proporciona na organização de tópicos da disciplina.

A Prova em Fases foi um recurso que permitiu à professora, por meio da análise da produção escrita, criar um ambiente em que os alunos sentiram-se dispostos a refletir sobre o seu trabalho à medida que se envolveram com ele, na direção de construir e reconstruir suas próprias respostas. A própria produção do aluno foi tanto uma aprendizagem quanto uma ferramenta de ensino primordial, a qual determinou o progresso de matematização e das intervenções. Na RME, a produção dos alunos funciona como uma imagem no espelho da atividade didática do professor, um de seus traços característicos, e é considerada com um valor prognóstico inconfundível (TREFFERS, 1987).

Para Freudenthal (1973), toda atividade de matematização de um aluno é relevante e pode ser refinada a partir da sua capacidade de refletir, podendo essa reflexão ser provocada pela interação e por suas próprias produções. Ao fazer uso da Prova em Fases, a professora teve a oportunidade de conhecer os níveis de formalismo em que o aluno estava operando e de adaptar intervenções de ensino para atender às suas necessidades, aspectos considerados necessários ao professor quando ensina, segundo De Lange (1999). Ao refletir sobre sua produção e lidar com as intervenções, o aluno pôde evoluir nos níveis de compreensão dos conceitos e ferramentas matemáticas utilizados na resolução das questões da Prova em Fases.

Por meio das intervenções escritas, é possível reconhecer a responsabilidade da professora em criar um ambiente que oportunizasse aos estudantes revisar e construir/reconstruir seus conhecimentos. Esse recurso posicionou a professora como um guia, na medida em que elaborou a escrita de questionamentos, comentários ou sugestões que avaliou pertinentes para o processo de aprendizagem do estudante. Assim como proposto por Van den Heuvel-Panhuizen (2000), a professora elaborou intervenções que buscavam fazer uso da própria produção do aluno para encaminhá-lo ao entendimento do que se desejava que ele aprendesse e não orientá-lo de modo fixo, apontando o que ele devia aprender.

Na direção de assistir o aluno na reflexão e na compreensão autônoma de seu conhecimento, a escrita avaliativa deve ser clara, apontar pistas para as ações futuras, sem

incluir a correção de erros, e incentivar o aluno a reanalisar a sua resposta (SANTOS, 2003).

As intervenções foram resultado de reflexões da atividade da professora em busca de atender às suas intenções com a tarefa, de realçar aspectos da questão que lhe favorecessem perpassar por diferentes níveis de competência, sem eliminá-lo da posição de sujeito ativo e regulador de seu processo de aprendizagem. Para isso, a professora, intuitivamente, elaborou trajetórias de ensino e de aprendizagem individuais, as quais davam a ideia dos objetivos para a aprendizagem dos alunos, do modo como alcançá-los, das tarefas a serem utilizadas (intervenções escritas) bem como dos percursos dos alunos (produções escritas). Esses elementos são destacados por Van den Heuvel-Panhuizen (2001, 2002) no que se refere à elaboração da trajetória.

Enfim, por meio dos materiais analisados é possível dizer que o professor, ao fazer uso de uma Prova em Fases, tem a possibilidade de:

- desenvolver um diálogo escrito com o aluno que vai ao encontro do principal propósito da avaliação escolar: promover a aprendizagem;
- elaborar para os seus alunos retornos a respeito de seus trabalhos – o *feedback* proposto na RME (DE LANGE, 1999; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996);
- analisar o desenvolvimento do trabalho do estudante a cada momento para fazer as intervenções oportunas ao longo do processo de aprendizagem;
- olhar a produção dos alunos na direção de ver o que eles sabem, em vez do que eles não sabem (DE LANGE, 1999);
- analisar o desenvolvimento do aluno e o seu modo de lidar com ferramentas matemáticas;
- flexibilizar as competências requeridas em uma questão, na direção de dar a oportunidade de todos os alunos apresentarem uma evolução em relação aos seus conhecimentos matemáticos, e não em comparação com outrem;
- repensar e reorientar o encaminhamento das aulas a partir das informações de cada fase;

- proporcionar momentos oportunos para, em sala de aula, discutir as diferentes maneiras de lidar encontradas nas quais o diálogo escrito não foi suficiente;
- promover uma flexibilização na ordem dos conteúdos a serem ensinados;
- guiar cada aluno em seu processo de aprender por meio da análise de sua própria produção escrita, favorecendo o desenvolvimento de diferentes níveis de competência;

Algumas considerações

O número de alunos em sala nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharias dificulta a interação aluno-professor. Por conseguinte, é quase inviável que, com base na falta de oportunidade, todos os alunos se posicionem e o professor “enxergue” caminhos para guiar seus alunos. A comunicação individual restringe-se (quase sempre) a linguagem escrita, o que aponta a necessidade de um olhar reflexivo para esse meio de comunicação a fim de fazê-lo também um instrumento que oferece a oportunidade de regular e orientar o processo de ensino e de aprendizagem.

A Prova em Fases se mostrou um recurso adequado para findar o propósito de assistir os alunos, pois permitiu que se conhecesse, a cada fase, o perfil dos estudantes e, com isso, elaborar uma intervenção mais adequada a esse perfil. As intervenções individuais foram apontadas como importantes em Dias e Santos (2008), por evidenciar que o mesmo *feedback* escrito não serve da mesma forma a todos os alunos.

Além disso, a Prova em Fases serviu também a um ensino respaldado no preceito da matemática como atividade humana ao habituar os estudantes a abordar matematicamente diferentes situações e por guiar o aluno na construção de uma formalização da matemática (essa formalização foi o estágio final do processo e não o ponto de partida).

Por fim, ressalta-se que orientar o aluno por meio de sua produção escrita não implica que o não produzir, a pouca dedicação do aluno, ou a sua não evolução serão suficientes para certificar uma aprovação; implica que ao aluno será permitido revelar o que sabe, terá a

oportunidade de receber intervenções e *feedbacks* a respeito de seu trabalho, terá o professor como um guia companheiro em seu processo de aprendizagem como um todo.

Referências

BARLOW, M. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BURIASCO, R. L. C ; MENDES, M. T. Uma Pesquisa Qualitativa: regulação da aprendizagem um contexto de aulas de Cálculo. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 18, p. 468-484, 2015.

DIAS, S.; SANTOS, L. Por que razão é importante identificar e analisar os erros e dificuldades dos alunos? O *feedback* regulador. In: L. Menezes, L.; Santos, H.; Gomes, C.; Rodrigues, C. (org.). **Avaliação em Matemática**: Problemas e desafios. Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, p.133-143, 2008.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1973.

FREUDENTHAL, H. Matemática nova ou educação nova? **Perspectivas**, Portugal, v. 9, n.3, p. 317-328, 1979.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo**: das intenções aos instrumentos. Tradução Júlia Lopes Ferreira e José Manuel Cláudio. 4. ed. Portugal: Porto, 1994.

MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C . O dinamismo de uma prova escrita em fases: um estudo com alunos de Cálculo Diferencial e Integral. **Bolema** (Rio Claro), v. 32, p. 653-672, 2018.

MENDES, M. T. **Utilização da prova em fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. 275f. Trabalho Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

PIRES, M.N.M. **Oportunidade para aprender**: uma Prática da Reinvenção Guiada na Prova em Fases. 2013. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SANTOS, L. Avaliar competências: uma tarefa impossível? **Educação e Matemática**,

Lisboa, n. 74, p. 16-21, 2003.

TREFFERS, A. **Three dimensions**: a model of goal and theory description in mathematics instruction – the wiskobas project. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University, 1996.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. Mathematics education in the Netherlands: a guided tour. In: **Freudenthal Institute**. Utrecht: Utrecht University, 2000.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. A Learning-teaching trajectory as a hold for teaching primary-school mathematics in the Netherlands. In: TZAKAKI, M. **Didactics of Mathematics and Informatics in Education**, Thessaloniki, Aristotle University of Thessaloniki/University of Macedonia, Thessaloniki, p.21-39, 2001.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. Realistic Mathematics Education: work in progress. In: LIN, F. L. (ed.), **Common Sense in Mathematics Education**. Proceedings of The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education, Taipei, Taiwan, National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, p. 1-42, 2002.

Recebido em: 28 de fevereiro de 2018
Aprovado em: 20 de julho de 2018