

## **MANIFESTAÇÕES DA LINGUAGEM ALGÉBRICA EVIDENCIADAS NA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

André Luis Trevisan<sup>1</sup>  
Anna Flávia Magnoni Vieira<sup>2</sup>  
Jader Otavio Dalto<sup>3</sup>  
Loreni Aparecida Ferreira Baldini<sup>4</sup>

**Resumo:** Este trabalho apresenta o resultado de uma investigação cujo foco foi analisar manifestações da linguagem algébrica evidenciadas na produção escrita dos alunos de um quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede municipal de Londrina-PR, na resolução de uma tarefa que permite a exploração do procedimento de cálculo do perímetro de figuras retangulares. Para tanto, levantaram-se alguns questionamentos: Que tipo de linguagem os alunos utilizam ao realizar a tarefa? Que simbologia surge em cada linguagem adotada por eles? Como resultado, identificou-se o uso da linguagem retórica (natural), mais recorrente na primeira parte da tarefa, embora alguns grupos tenham “ousado” utilizar outros tipos de linguagens, além da linguagem natural (em sua maioria, sincopada, e em alguns grupos, algébrica). A discussão coletiva promovida a partir das respostas dos alunos e a posterior sistematização orquestrada pela pesquisadora evidenciaram, na resolução da segunda parte da tarefa, a mobilização e a interpretação de símbolos matemáticos segundo uma forma de pensamento mais sintética.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática. Tarefas matemáticas. Linguagem algébrica. Análise da produção escrita.

## **MANIFESTATIONS OF THE ALGEBRA LANGUAGE EVIDENCED IN THE WRITTEN PRODUCTION OF STUDENTS OF THE 5th YEAR OF FUNDAMENTAL EDUCATION**

**Abstract:** In this work we present results of an investigation whose focus was analyzing some aspects of the algebraic language evidenced by fifth-year students' written production at an elementary public school of Londrina – Paraná State, Brazil. Students were asked to answer a task related with the concept of perimeter of rectangular figures. Therefore, some questions were raised: what kind of language do the students use when performing the task? What symbolism arises within each language adopted by them? As a result, we identified the use of (natural) rhetorical language was most recurrent in a first part of the task, although some groups "dared" types of languages beyond natural language (mostly syncopated, and in some groups, algebraic). The collective discussion promoted from the students' answers, and the later systematization orchestrated by the researcher, promoted, in the resolution of the second part of the task, the mobilization and interpretation of mathematical symbols according to a more synthetic way of thinking.

<sup>1</sup>Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UTFPR-LD. E-mail: andrelt@utfpr.edu.br

<sup>2</sup>Mestre em Ensino de Matemática. Professora da Educação Básica. E-mail: anna\_flavia\_magnoni@hotmail.com

<sup>3</sup>Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professora da Educação Básica. E-mail: loreni.baldini@gmail.com

<sup>4</sup>Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UTFPR-CP. E-mail: jaderdalto@utfpr.edu.br

**Keywords:** Mathematics Education. Mathematical tasks. Algebraic language. Written production analysis.

## **Introdução**

Diferentes alternativas pedagógicas, como a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, a Investigação Matemática, surgem no âmbito da Educação Matemática (EM), buscando proporcionar aos estudantes um ambiente em que possam refletir e elaborar o conhecimento. De modo geral, buscam que os estudantes trabalhem de forma colaborativa, com tarefas desafiadoras<sup>5</sup> que propiciem a reflexão, a interação e que tenham potencial para promover a aprendizagem.

Identificar elementos na expressão dos estudantes (diálogos, produção escrita) e do professor (intervenções, *feedback*) envolvidos na elaboração de conceitos, no trabalho com tarefas de aprendizagem matemática<sup>6</sup> em salas de aula, mostra-se um objeto de investigação e a *análise da produção escrita* constituiu-se, neste trabalho, por parte dos pesquisadores, um meio para compreender a atividade matemática em sala de aula. Assim o objetivo do estudo que deu origem a este artigo foi analisar manifestações da linguagem algébrica evidenciadas na produção escrita dos estudantes de um 5º ano do Ensino Fundamental, quando proposta a resolução de uma tarefa que permite a exploração do procedimento de cálculo do perímetro<sup>7</sup> de figuras retangulares. Mais especificamente, busca-se destacar o seguinte: Que tipo de linguagem os alunos utilizam ao realizar a tarefa? Que simbologia surge na linguagem adotada por eles?

A opção pela temática articula-se com recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que apontam, como um dos objetivos do Ensino Fundamental, a importância de desenvolver propostas de ensino que possibilitem aos alunos utilizar diferentes linguagens para “produzir, expressar e comunicar suas ideias” (BRASIL, 1998, p.4).

---

<sup>5</sup> Tarefas desafiadoras, para Cyrino e Jesus (2014), são aquelas que têm o potencial de envolver os alunos em um trabalho que desencadeia formas complexas de pensamento.

<sup>6</sup> Deste ponto em diante, a palavra *tarefa* será utilizada em lugar de *tarefa de aprendizagem matemática*, que se refere a um “segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular” (STEIN; SMITH, 1998, p.105).

<sup>7</sup> Entendemos perímetro como a medida do contorno de uma figura. No contexto da tarefa apresentada no estudo, por envolver apenas polígonos, adota-se perímetro como a soma das medidas dos lados de um polígono.

Alinhada a este documento, tem-se, ainda, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), documento que, atualmente, rege o Ensino Fundamental no país e que destaca como competência específica da Matemática:

[...] enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2017, p.265).

Além disso, a literatura, tanto nacional quanto internacional (seja por meio de documentos como os PCN e BNCC, ou de publicações no âmbito da *Early Algebra*<sup>8</sup>, citadas na continuidade deste texto), há algumas décadas, tem apontado possibilidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico já nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na sequência do artigo, são colocados alguns aspectos teóricos do uso da linguagem natural e algébrica na aprendizagem matemática, elementos caracterizadores do pensamento algébrico e a disposição desses elementos em documentos oficiais, discutindo a importância e a viabilidade do trabalho com essa temática nos anos iniciais. Na sequência, vêm os procedimentos metodológicos, a análise da produção escrita de alunos na resolução de uma tarefa, alguns resultados e apontam-se algumas implicações para o ensino.

### **As linguagens natural e algébrica no ensino e na aprendizagem da Matemática**

De acordo com os PCN, ao se comunicar matematicamente, o aluno deve “descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas” (BRASIL, 1998, p.48). Para tal, pode utilizar tanto representações em linguagem natural quanto em linguagem algébrica. Ainda segundo esse documento, a linguagem algébrica é considerada como construção necessária para descrever simbolicamente regularidades. É importante que seja proposto ao aluno investigar padrões, por meio de sucessões numéricas ou geométricas, e identificar suas estruturas, para que, dessa

---

<sup>8</sup> Título do projeto iniciado no final da década de 1990, nos EUA, tendo como referência os pesquisadores Analúcia D. Schliemann, Bárbara M. Brizuela e David W. Carraher, no intuito de realizar investigações ligadas à Educação Algébrica nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

forma, possa construir a linguagem algébrica e descrevê-la simbolicamente.

Nessa direção, a BNCC, acerca do ensino da Álgebra, ressalta que, desde os anos iniciais, sua principal finalidade é o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento (pensamento algébrico), que é “essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (BRASIL, 2017, p.268).

Tradicionalmente, a Álgebra, na fase simbólica, é introduzida no currículo escolar brasileiro somente nos anos finais do Ensino Fundamental. Geralmente é “a partir do final do sexto ano do Ensino Fundamental que aparecem as primeiras menções à álgebra escolar, em um ambiente estritamente mecânico, isolado dos outros conhecimentos matemáticos, aparentemente sem relação alguma entre eles” (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p.32).

Nesse sentido, Ribeiro e Cury (2015) salientam que a Álgebra deveria ser explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que se configura como um fio condutor do currículo escolar e do desenvolvimento do pensamento algébrico, ou seja, ela faz parte de um conjunto de processos e pensamentos originados de experiências com números, padrões, entes geométricos e análise de dados, assim, o ensino da Álgebra pode permitir ao aluno abstrair e generalizar.

Nessa mesma direção, Silva e Savioli (2012), com base nos estudos de Kieran (2004), destacam que, desde essa etapa de escolaridade, podem-se desenvolver formas de *pensar algebricamente* a partir do trabalho com tarefas nas quais a linguagem simbólica possa ser utilizada como uma ferramenta. Tais formas de pensar não são exclusivas da Álgebra e podem ser desenvolvidas sem a utilização de uma linguagem simbólica, ou seja, o aluno pode ser capaz de perceber relações entre quantidades, analisar mudanças, resolver problemas, generalizando, modelando e justificando sem o intermédio de uma linguagem formal.

Kaput *et al.* (2008 apud MESTRE, 2014, p.45):

[...] consideram o processo de simbolização como dinâmico e aditivo que é construído a partir do momento em que os alunos são confrontados com uma situação de sala de aula que procuram descrever usando palavras, desenhos ou outras representações. Esta construção é coletiva porque é mediada pelas intervenções dos alunos, quando inseridos em salas de aulas onde discussões matemáticas são “nutridas e apoiadas” (p.28), e vive de aditivas redefinições desenvolvendo uma cadeia de significação (COBB *et al.*, 1997) que é

orquestrada pela ação do professor.

Na literatura, há uma diversidade de “compreensões” acerca da expressão “pensamento algébrico”. Neste trabalho, adota-se a definição proposta por Blanton e Kaput (2005): um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de dados particulares, estabelecem essas generalizações por meio de argumentação, e as expressam de uma maneira cada vez mais formal e apropriada para a idade em questão.

Considera-se como um dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico, possível de ser trabalhado nos anos iniciais, com ênfase na caracterização proposta por Blanton e Kaput (2005, p.423), o pensamento funcional, mais especificamente a subcategoria referente ao “simbolizar quantidades e operar com as expressões simbólicas”<sup>9</sup>. O foco, nesse caso, é o uso de símbolos para modelar problemas ou para operar com expressões simbolizadas, não a resolução de uma equação para descobrir um valor desconhecido ou a generalização de propriedades aritméticas.

Toma-se como base a sistematização proposta por Fernandes e Savioli (2016), realizada por meio de uma análise de documental<sup>10</sup>, para destacar algumas características do pensamento algébrico relacionadas ao pensamento funcional (Quadro 1).

**Quadro 1:** Características do pensamento algébrico relacionadas ao pensamento funcional

Utilizar diferentes sistemas de representação;
Analisar e representar relações matemáticas;
Revelar e argumentar a respeito de ideias algébricas, mesmo que em linguagem natural;
Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente;
Interpretação de símbolos matemáticos;
Analicidade (operar com números desconhecidos como se fossem conhecidos)

Fonte: Adaptado de Fernandes e Savioli (2016)

Entre os pontos comuns dos autores estudados, no que tange à caracterização do pensamento algébrico, em especial o pensamento funcional, destaca-se “a necessidade de estabelecimento de uma linguagem simbólica que tenha significado para os estudantes”, bem

<sup>9</sup>Ao lado dela, tem-se também: representar dados graficamente, descobrir relações funcionais, prever resultados desconhecidos, usando dados conhecidos, identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

<sup>10</sup> Foram consultados os seguintes autores: Ana Matos, Antonio Miguel, Eliane Matesco Cristovão, Fernando Luis Pereira Fernandes, João Pedro da Ponte, Joaquim Gimenez, James J. Kaput, Neusa Branco, Maria Angela Miorim e Rômulo Lins.

como “a possibilidade de desenvolver o pensamento algébrico com auxílio da aritmética e de estruturas algébricas que permitem a construção de significados” (FERNANDES; SAVIOLI, 2016, p.133-134).

Ferreira (2017, p.18), na análise de alguns documentos curriculares nacionais brasileiros, focando aspectos constituintes do pensamento algébrico, aponta que “sua abordagem como um dos eixos de trabalho da Matemática está em fase embrionária”. Em especial, nenhuma menção explícita é feita à subcategoria do pensamento algébrico supracitada nos documentos por ela analisados, aqueles direcionados à formação de professores dos anos iniciais e as Diretrizes Curriculares Nacionais.

Assim, conforme reforça Viola dos Santos (2007), tarefas matemáticas que exijam o reconhecimento de regularidades tanto em conjuntos numéricos quanto em figuras geométricas, o estabelecimento de padrões matemáticos, ou que tratem de algum tipo de generalização que faça uso da linguagem algébrica proporcionando ao aluno uma visão das ideias matemáticas, seja na Álgebra, na Aritmética ou na Geometria, ainda representam algo que necessita ser reforçado nas práticas de professores da Educação Básica, especialmente nos anos iniciais.

Nessa perspectiva, cumpre observar que o uso das representações geométricas auxilia na construção da linguagem algébrica, uma vez que, por meio das construções geométricas, os alunos passam a estabelecer relações e generalizações de forma significativa. Assim, para Oliveira e Laudares (2012, p.7),

[...] a importância de trabalhar Geometria e Álgebra relacionando conceitos, se explica com razões plausíveis, porque a geometria é um assunto do cotidiano do estudante e de acesso fácil, basta que o professor a explore para que sirva como motivação para o desenvolvimento dos conteúdos em concomitância, fazendo da abstração e o uso de símbolos, uma consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade para a construção e/ou consolidação de conceitos.

A respeito da linguagem simbólica, Viola dos Santos (2007) destaca três fases associadas ao seu desenvolvimento histórico: a retórica (ou verbal), sincopada e simbólica. A primeira refere-se ao processo de resolução de problemas, aritméticos ou geométricos, utilizando somente a linguagem natural, sem o uso de símbolos ou abreviações. A segunda é caracterizada pelo uso de algumas abreviações ou símbolos específicos para quantidades ou

elementos geométricos que se repetiam com certa frequência, existindo uma combinação entre algumas abreviações de palavras, símbolos e a linguagem corrente na resolução dos problemas. A terceira fase diz respeito ao uso de letras para quantidades, expressão de soluções gerais e formulação de regras para as relações numéricas.

### **Procedimentos metodológicos**

Este texto é resultado de uma pesquisa de natureza qualitativa de cunho interpretativo e origina-se como desdobramento do estudo da segunda autora em seu mestrado, que, em sua dissertação (MAGNONI-VIEIRA, 2018) propôs uma análise do processo de delineamento de tarefas matemáticas elaboradas por um grupo de professores de Matemática com foco na simbolização de quantidades e operações com expressões simbólicas. Esse grupo de estudo, constituído por meio de um projeto desenvolvido em parceria entre a UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, e professores da rede Estadual de Ensino de uma cidade na região metropolitana de Londrina-PR, iniciou suas atividades em 2013. Desde então, realiza encontros que acontecem quinzenalmente com vistas a refletir a partir de tematizações da própria prática, preparar tarefas para suas aulas, examinar produções escritas de seus estudantes, formular hipóteses a respeito de dificuldades por eles apresentadas, buscando formas de incorporar essas análises às suas práticas.

Um esboço inicial das tarefas que compõem a pesquisa que deu origem a este artigo foi elaborado de forma conjunta pelos professores em um dos encontros ocorrido no mês de maio de 2016. Naquele momento, o foco do grupo era elaborar tarefas que permitissem aos alunos do 8º ano atribuir significados às operações com expressões simbólicas. A inspiração para a elaboração das tarefas foi a construção de um material manipulável com base no Algeplan<sup>11</sup>, constituído por peças de formatos retangulares e quadrados<sup>12</sup>, feitas com cartolina de diversas cores, cujas dimensões foram designadas pelas letras x, y e z (Figura 1).

---

<sup>11</sup> O Algeplan é um material manipulativo formado por peças retangulares com diferentes dimensões, utilizado para o ensino de soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois, relacionando as expressões algébricas ao perímetro e à área das peças.

<sup>12</sup> Embora, matematicamente falando, todo quadrado seja retângulo, utilizamos neste trabalho a duas nomenclaturas como geralmente os professores que ensinam Matemática utilizam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

**Figura 1:** Retângulos construídos em cartolina.



Fonte: Autores.

A tarefa original, advinda do grupo de estudos, foi adaptada por uma das professoras integrante, para uma turma de 6º ano, em um *layout* bastante similar ao apresentado na Figura 2. Como desdobramento dessa experiência, e fundamentados em pressupostos da *Early Algebra*, realizamos uma nova adaptação, com vistas a propô-la a turmas do 5º ano. Nesse novo “desenho”, a tarefa foi organizada em duas partes. Na primeira (Figura 2), os estudantes teriam à sua disposição, além do material manipulável (Figura 1), alguns palitos de sorvete e palitos de fósforo. Na segunda parte (Figura 3), o material seria recolhido para que se observasse a linguagem utilizada pelos estudantes em sua resolução, por meio da exploração do procedimento do cálculo de perímetro, já conhecido por eles<sup>13</sup>.

**Figura 2:** Tarefa (parte 1)

1) Complete a tabela:

Figura	Comprimento	Largura	Perímetro (Contorno)
			
			
			
			
			

Fonte: Autores.

<sup>13</sup> Embora o formato dos palitos não confira ao processo de medição uma boa precisão, processos de aproximação foram possíveis frente ao objetivo da tarefa.

**Figura 3:** Tarefa (parte 2).

1) Escreva o perímetro de cada figura da tabela:

Fonte: Autores.

A tarefa assim elaborada foi proposta em uma oficina realizada com estudantes de duas turmas de 5º ano de uma escola da rede do município de Londrina-PR, como parte de um projeto desenvolvido em parceria entre a UTFPR e o município durante a I CIMATEC - Mostra de Ciências, Matemática e Tecnologia, em outubro de 2017. Aplicou-se a tarefa em cada turma separadamente. Na primeira, havia 24 estudantes presentes, e na segunda, 26. Os estudantes foram convidados a se organizarem em grupos de três ou quatro integrantes (8 trios e dois quartetos no 5º A e 8 trios no 5º B), totalizando 16 equipes.

A escolha dos integrantes de cada grupo foi feita pelas professoras regentes de cada uma das turmas, buscando (segundo elas) mesclar estudantes com diferentes níveis de dificuldade, para que, dessa forma, nenhum grupo se desencorajasse a realizar a tarefa proposta. Para o encaminhamento da aula, a pesquisadora (segunda autora do artigo, contando com a participação de seu orientador de mestrado, primeiro autor) adotou pressupostos da abordagem conhecida como Ensino Exploratório<sup>14</sup>.

Primeiramente entregou o material manipulável para que cada grupo pudesse conhecê-lo. Cada *kit* era composto por representações de quadrados e retângulos de diversas cores e palitos de fósforo e palitos de sorvete (que serviriam como “instrumentos de medida” dos lados das figuras), juntamente com primeira parte da tarefa (Figura 4).

<sup>14</sup> Abordagem de ensino que visa trazer o aluno para o centro das atividades matemáticas. Assim, uma aula desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório se constitui de quatro fases: proposição e apresentação da tarefa; desenvolvimento da tarefa; discussão coletiva da tarefa e sistematização (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2011).

**Figura 4:** *Kit para a resolução da tarefa.*



Fonte: Autores.

As peças do material foram construídas de modo que os perímetros das peças que compõem o material (e de outras obtidas de composições das peças) pudessem ser representados por diferentes linguagens e com simbologias diversas. Os lados das peças podiam ser representados pelas quantidades inteiras ou pelas metades de palitos de sorvete e palitos de fósforo. Assim, o lado da forma quadrada de cor vermelha correspondia a um palito de sorvete; da verde, a um palito de fósforo; e da amarela, a meio palito de sorvete. Para as formas retangulares, os lados correspondiam a um ou a meio palito de sorvete, e um palito de fósforo.

Para identificar manifestações do pensamento algébrico, relacionadas ao pensamento funcional (Quadro 1), evidenciadas pelos estudantes durante a resolução das duas partes da tarefa, lançou-se mão da análise da produção escrita dos grupos como estratégia de investigação. Segundo Santos (2014, p.23), o objetivo da análise da produção escrita é “obter informações que possibilitem uma tomada de consciência do ocorrido nos processos de ensino e de aprendizagem e uma tomada de decisão de modo a auxiliar tanto professor quanto alunos a organizar e orientar suas ações”.

Para tal, realizou-se uma leitura vertical da produção dos grupos (as produções de cada grupo em particular, em todos os itens da tarefa), seguida de uma leitura horizontal (produção de todos os grupos em um mesmo item da tarefa, o que permitiu perceber semelhanças entre as resoluções de todos os grupos e identificar estratégias utilizadas com mais frequência).

Para fins de análise, selecionaram-se produções escritas de quatro grupos, julgadas representativas das resoluções da turma, apresentadas na continuidade deste texto com as siglas G1(primeira parte da tarefa) ou G2 (segunda parte da tarefa), seguida de uma letra que identifica o grupo (A, B, C e D).

### Resultados e Discussões

Na primeira parte da tarefa, foi solicitado aos alunos que preenchessem a tabela utilizando apenas o material que tinham à disposição (Figura 4). Não houve dificuldade por parte dos alunos em identificar a possibilidade de utilizar como instrumentos e unidades de medida os palitos de sorvete e os palitos de fósforo, reconhecendo, assim, a possibilidade de *utilizar um sistema de representação* com unidades diferentes daquelas padronizadas (centímetro ou milímetro, por exemplo). A professora de uma das turmas relatou à pesquisadora que é habitual realizarem tarefas fazendo uso de algum tipo de material manipulável envolvendo os conceitos de área e perímetro.

Partiu de alguns grupos a iniciativa em quebrar os palitos para medir os lados de algumas peças, bem como investigar qual tipo de palito (fósforo ou sorvete) melhor se ajustaria à medida do lado. Essa ação possibilitou que reconhecessem uma equivalência aproximada entre as peças: 1 palito de sorvete tinha medida equivalente a 3 palitos de fósforo. Além de evidenciar sua capacidade de *analisar e representar relações matemáticas*, tal fato permitiu que uma maior diversidade de representações fosse utilizada durante a resolução.

**Figura 5:** Produções escritas dos alunos (parte 1).

Figura	Comprimento	Largura	Perímetro (Contorno)	Figura	Comprimento	Largura	Perímetro (Contorno)
	1 palito de sorvete	1 palito de sorvete	4 palitos de sorvete		1 palito	1 palito	4 palitos
	1 palito de fósforo	1 palito de fósforo	4 palitos de fósforo		1 palito de fósforo	1 palito de fósforo	4 palitos de fósforo
	1 palito de sorvete	1 palito de sorvete	4 palitos de sorvete		1 palito de sorvete	1 palito de sorvete	4 palitos de sorvete
	1 palito de sorvete	1 palito de sorvete	4 palitos de sorvete		1 palito de sorvete	1 palito de sorvete	4 palitos de sorvete
	1 palito de sorvete	1 palito de sorvete	4 palitos de sorvete		1 palito de sorvete	1 palito de sorvete	4 palitos de sorvete
G1-A				G1-B			



perímetro como a medida do contorno das figuras (poligonais) – aqui apresentado por meio das somas das medidas dos lados nas respostas desses grupos. No caso de G1-A, o grupo utilizou a conjunção “e” para expressar o perímetro quando havia necessidade de utilizar, simultaneamente, palitos de fósforo e palitos de sorvete na representação, evidenciando uma *interpretação dos símbolos matemáticos* utilizados (FERNANDES; SAVIOLI, 2016).

Após todos os grupos finalizarem a primeira parte, a pesquisadora convidou alguns integrantes para expor no quadro a resolução de seu grupo. A escolha não foi realizada de forma aleatória, houve um monitoramento das resoluções apresentadas pelos grupos, de modo a obter respostas diversificadas que pudessem evidenciar os diferentes modos de pensar dos alunos. Tal ação possibilitou encaminhar uma discussão coletiva junto à turma, o que permitiu aos grupos:

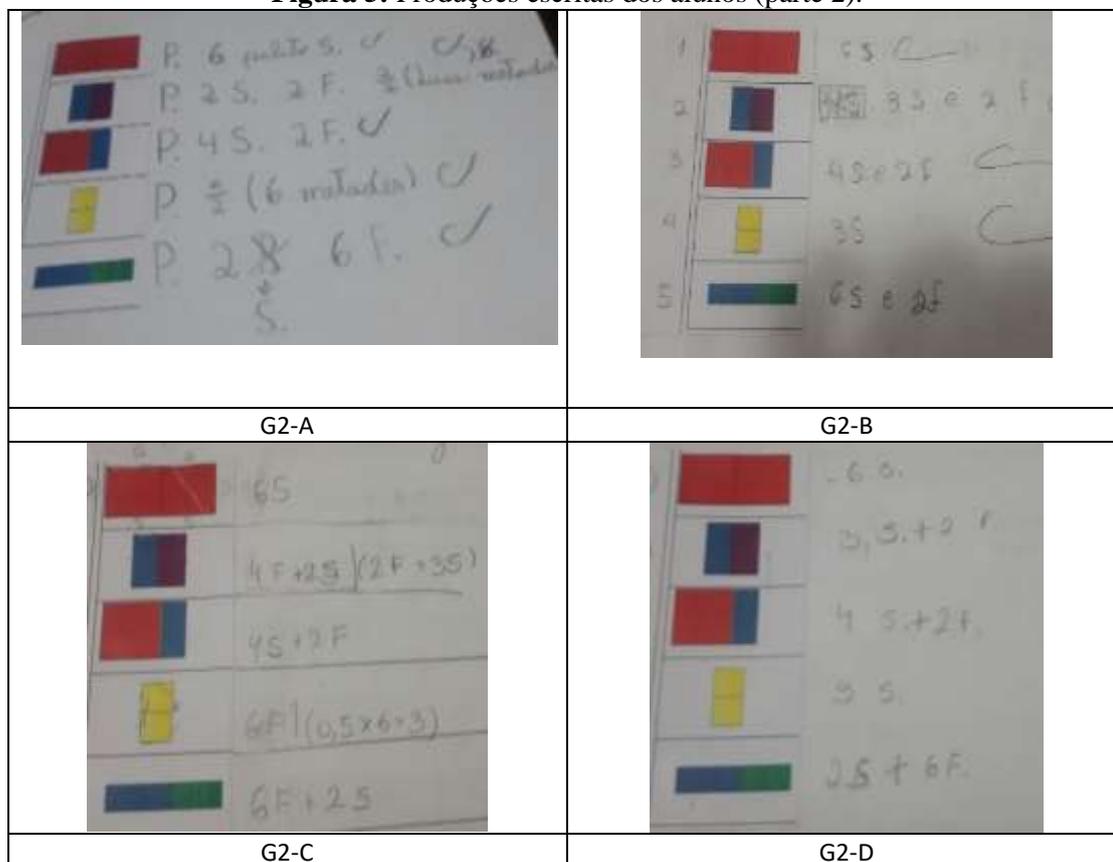
- validar seu processo de desenvolvimento/criação de uma linguagem matemática “personalizada”;
- conhecer outros sistemas de representação, eventualmente diferentes daquele utilizado em sua resolução;
- reconhecer e interpretar símbolos matemáticos que apareceram nas resoluções da turma;
- analisar e representar relações matemáticas equivalentes;
- reconhecer a possibilidade de utilização de linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Em um segundo momento da aula, foi entregue outra parte da tarefa envolvendo o perímetro de figuras com composições das formas do material, mas os alunos não tiveram à disposição o material, uma vez que já tinham as medidas das figuras no quadro. O intuito foi observar tanto a simbologia que utilizariam quanto o conceito de perímetro evidenciado. A Figura 6 apresenta as produções dos grupos já mencionados<sup>15</sup>.

---

<sup>15</sup>Eventuais marcas de “correção” ao lado das resoluções foram realizadas pelo próprio grupo, no momento de discussão coletiva, conforme seu entendimento, e não foram validadas pela pesquisadora durante a aplicação da tarefa.

**Figura 5:** Produções escritas dos alunos (parte 2).



Fonte: autores

Ao confrontar a produção escrita dos alunos na segunda parte com a produção na primeira parte da tarefa, verificou-se que todos os grupos mostraram reconhecer a possibilidade de utilização de linguagem mais concisa ao expressar-se matematicamente. Isso vai ao encontro das ideias discutidas por Mestre (2014), as quais ressaltam que o processo de simbolização é construído a partir do momento em que os alunos são confrontados com uma situação de sala de aula.

A simbologia utilizada ilustra uma forma de pensamento mais sintética, se comparada à primeira parte da tarefa, uma vez que os grupos operam naturalmente com os números desconhecidos (as medidas dos lados) como se fossem conhecidos, expressando-os *por meio de uma linguagem algébrica* (por exemplo, escrevendo **6S** em lugar de  $S + S + S + S + S + S$ ).

Outro aspecto que se pode observar (Figura 5) é que os alunos do 5º ano, ao buscarem

uma representação algébrica para a solução da tarefa, evidenciam nas produções escritas que perceberam o padrão e compreenderam o significado de cada letra utilizada, visto que essa estratégia foi criada por eles, evidenciando, com isso, abstrações e generalizações (RIBEIRO; CURY, 2015).

Enquanto em um livro didático usual, apenas no 8º ano apresentam-se definições como monômio, parte literal, coeficiente e termo semelhante, para em seguida apresentar a “regra” segundo a qual, “para adicionar ou subtrair monômios, soma-se/subtrai-se apenas os coeficientes e conserva-se a parte literal”, as relações estabelecidas pelos alunos aqui decorrem intuitiva e naturalmente da articulação entre Geometria e Álgebra proporcionada pela tarefa, porquanto as representações geométricas são importantes para a resolução de alguns problemas algébricos, conforme é apontado por Oliveira e Laudares (2012).

Por meio de sua produção escrita, os grupos mostraram também reconhecer que os referentes “fósforo” e “sorvete” utilizados para representar as dimensões das figuras são disjuntos e, portanto, não poderiam ser adicionados. Além disso, no caso de G2-C e G2-D, há uma substituição do conectivo “e” por “+”, evidenciando *terem interpretado esse símbolo* como representação da união de quantidades com referentes diferentes (e não como comando para calcular, como usualmente é tratado nos anos iniciais).

### **Algumas Considerações**

Esta investigação tinha o objetivo de analisar quais manifestações da linguagem algébrica os alunos do quinto ano do Ensino Fundamental revelariam por meio da análise de suas produções escritas, na resolução de uma tarefa que envolvia a compreensão do conceito de perímetro.

No que diz respeito ao tipo de linguagem utilizada por eles, identificou-se que o uso da linguagem retórica (natural) foi mais recorrente na primeira parte da tarefa, possivelmente por ainda não estarem habituados ao uso de letras para a resolução de problemas matemáticos. No entanto, alguns grupos “ousaram” utilizar outros tipos de linguagens além da linguagem natural (em sua maioria, sincopada, e em alguns grupos, algébrica). Tarefas como a proposta neste estudo oferecem aos estudantes a oportunidade de uso e de entendimento de uma

linguagem mais concisa, e até mesmo uma linguagem simbólica. No entanto, essa apropriação é um processo que se dá em longo prazo e que pode ser articulada com o campo Grandezas e Medidas quando, por exemplo, os estudantes podem reconhecer que as expressões “2 cm” e “3 m” ( $1\text{ m} + 1\text{ m} + 1\text{ m}$ ) podem ser associadas, respectivamente, às expressões “2 centímetros” e “3 metros”. Assim, o resultado de uma medição se associa a uma linguagem simbólica.

Esses resultados são consistentes com estudos na perspectiva da *Early Algebra* e sustentam a necessidade do trabalho com tarefas que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico, relacionadas ao pensamento funcional. Considerando haver apenas algumas poucas subcategorias do pensamento algébrico dispostas nos currículos oficiais dos anos iniciais do Ensino Fundamental, como destacou o estudo de Ferreira (2017), este trabalho evidencia possibilidades de redefinição do trabalho em salas de aula desse nível de escolaridade.

## Referências

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p.412–446, 2005.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v.20, n.3, p.751-764, 2014.

FERNANDES, R. K.; SAVIOLI, A. M. P. D. Características de Pensamento Algébrico Manifestadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.5, p.131-151, 2016.

FERREIRA, M. C. N. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais. **REnCiMa**, v.8, n.5, p.16-34, 2017.

GAFANHOTO, A., CANAVARRO, A. P. Utilização e conciliação de diversas representações

RPEM, Campo Mourão, Pr, v.7, n.14, p.71-87, jul-dez. 2018.

das funções em sala de aula. In: NUNES, C. et al. (Eds.). **Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa: APM, 2011, p.1-15.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, v.8, n.1, p.139-151, 2004.

MAGNONI-VIEIRA, A. F. **Elementos valorizados por professores de Matemática na elaboração e implementação de tarefas no contexto da Álgebra**. 2018. Dissertação - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2018.

MESTRE, C. M. M. V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: uma experiência de ensino**. 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa. Lisboa, 2014.

OLIVEIRA, S.; LAUDARES, J. Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. In: Encontro Mineira de Educação Matemática, 7. **Anais...** EMEM, São João Del Rei – MG, 2015, p.1-10.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor** – explorando conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SANTOS, E. R. **Análise da produção escrita em matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino**. 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**, v.6, n.1, p.206-222, 2012.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, n.3, p.268-275, 2008.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em Matemática**. 2007, 108 p. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

**Recebido em: 28 de fevereiro de 2018**  
**Aprovado em: 23 de julho de 2018**