

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS MANIFESTADAS POR ESTUDANTES EM DOIS NÍVEIS DE ESCOLARIDADE

Jéssika Naves de Oliveira¹
Eliane Maria de Oliveira Araman²

Resumo: Este trabalho tem como objetivo realizar uma reflexão a respeito de algumas dificuldades apresentadas pelos alunos, em relação ao conjunto dos números racionais, no 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Para isso, foi aplicada uma sequência de atividades com 11 questões, das quais cinco serão discutidas nesse artigo. Tal sequência foi aplicada para 134 alunos, em que 72 eram do 9º ano do Ensino Fundamental e 62 do 3º ano do Ensino Médio, de três escolas públicas do município de Cornélio Procópio-PR. Para a análise desses dados, foram utilizadas algumas técnicas da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2004). Por meio das análises foi possível observar que os alunos apresentam muitas dificuldades, que as mesmas persistem ao longo dos anos e que embora o conteúdo dos números racionais esteja disposto nos documentos oficiais para ser ensinado no 7º ano do Ensino Fundamental, mesmo no 3º ano do Ensino Médio tais dificuldades ainda estão presentes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Números Racionais. Dificuldades de aprendizagem.

DIFFICULTIES IN LEARNING RATIONAL NUMBERS MANIFESTED BY STUDENTS AT TWO LEVELS OF SCHOOLING

Abstract: This study aims to investigate some difficulties presented by the students about the set of rational numbers, on two education levels. For that, was applied a sequence of activities with 11 questions, which five will be discussed in this article. This sequence was applied to 134 students, where 72 were 9th year elementary school students (13 and 14 years) and 62 were 3rd year high school students, of three public schools in the city of Cornélio Procópio - PR. For this data analysis were used some techniques of Content Analysis proposed by Bardin (2004). Through the analysis was observed that students have shown many difficulties, that persist through the years, and although the content of rational numbers is disposed in official documents to be taught in the 7th year of elementary school, still in the 3rd year of high school these difficulties are present.

Keywords: Mathematics Education. Rational Numbers. Learning Difficulties.

O ensino dos números racionais

Os professores que ensinam Matemática se deparam com várias dificuldades apresentadas por seus alunos, durante o período escolar do mesmo. Uma vez que essas dificuldades permeiam todos os níveis de ensino, após o 2º ciclo do Ensino Fundamental,

¹Licenciada em Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. E-mail: jessikanaves04@gmail.com.

²Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. E-mail: elianearaman@utfpr.edu.br.

quando o conteúdo começa a ser ensinado (BRASIL, 1997).

O ensino dos números racionais, normalmente, é abordado tradicionalmente, ou seja, por meio de um processo de memorização e mecanização, em que não há desenvolvimento da autonomia dos alunos. Nesse contexto é comum os professores usarem o livro didático, como o único material de apoio para preparar suas aulas (NASCIMENTO, 2008). E assim, na perspectiva de Brolezzi (1996), o ensino de matemática não tem conseguido

[...] construir na mente dos alunos um conceito de Número Racional que permita sua utilização mais tarde. As operações com racionais são, quando muito, mecanizadas em torno de algumas regrinhas básicas geralmente confundidas umas com as outras (BROLEZZI, 1996, p.1).

A abordagem desse conteúdo para este ciclo tem como objetivo principal “levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas” (BRASIL, 1997, p.67).

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE) sugerem que os conteúdos básicos do Ensino Fundamental, sejam “abordados de forma articulada, que possibilitem uma intercomunicação e complementação dos conceitos pertinentes à disciplina de Matemática” (PARANÁ, 2008, p.77). O documento estabelece que o conjunto dos números racionais deve ser ensinado para os alunos no 7º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de levá-los a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão (BRASIL, 1998, p.101).

Por meio de experiências práticas da primeira autora, com tarefas que abordaram o conjunto dos números racionais, como estágio obrigatório e oficinas de extensão ficaram evidentes como é comum os alunos apresentarem dificuldades quando o assunto envolve o conjunto dos números racionais, bem como a persistência dessas dificuldades por vários níveis escolares, já que as tarefas foram desenvolvidas no 9º ano do Ensino Fundamental, 1º e 3º anos do Ensino Médio.

Nesse contexto, o objetivo desse trabalho é refletir a respeito de algumas dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao conjunto dos números racionais, no 9º ano de Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio.

Dessa forma, abordamos a seguir, um estudo teórico que se refere às dificuldades apresentadas pelos alunos, em relação aos números racionais, discutidas por autores da área, bem como uma síntese das mesmas para subsidiar uma análise detalhada posteriormente.

Dificuldades na aprendizagem dos números racionais

As dificuldades³ na aprendizagem do conjunto dos números racionais são alvo de várias pesquisas (VALERA, 2003, ONUCHIC; ALEVATTO, 2008, QUARESMA; PONTE, 2012, LIMA, 2013).

Quando é ensinado, o conjunto dos números racionais e suas diferentes representações aos alunos, para Quaresma e Ponte (2012), os mesmos

[...] têm então de aprender rapidamente a operar com estas representações, que não chegam a ser devidamente trabalhadas. Isso implica que os alunos têm que compreender as novas representações dos números racionais e, ao mesmo tempo, tornar-se capazes de operar e resolver problemas com eles (QUARESMA; PONTE, 2012, p.39).

Com isso, surgem dificuldades de aprendizagem, que podem persistir em vários níveis de escolaridade. Campos e Rodrigues (2007) relatam que:

A prática de sala de aula, entretanto, revela que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p.70).

Os PCN (BRASIL, 1998) apontam alguns dos obstáculos que os alunos enfrentam ao lidar com os números racionais:

- cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, ... são diferentes representações de um mesmo número;

³ Concebemos *dificuldades* como algo que impede a boa execução do entendimento imediato de algo, segundo Centeno (1988).



- a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;
- se o “tamanho” da escrita numérica, no caso dos naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza ($8345 > 83$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
- se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
- se a sequência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87 (BRASIL, 1998, p.101).

Valera (2003) ao analisar o desempenho dos alunos em avaliações do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo- SARESP, dos anos de 1996 e 1997, aplicados à 4^a, 7^a e 8^a séries (atualmente 5^o, 8^o e 9^o anos) do Ensino Fundamental, dos períodos diurno e noturno da cidade de Marília – SP, elenca que algumas dificuldades de um número racional nas suas diferentes representações são:

- i. transformar um número fracionário em um número decimal, ou seja, o aluno tem a convicção de que $\frac{3}{8}$ é igual a 3,8, não efetua a divisão de 3 por 8 que resulta em 0,375;
- ii. à partir de uma figura, dividida em partes iguais, os alunos apresentam dificuldades em encontrar a fração que representa a figura e transformá-la em porcentagem;
- iii. ordenar números racionais na forma decimal, ou seja, ao comparar os números 0,5; 0,25; 0,42; 0,315 a maioria dos alunos entendem que o número 0,315 é o maior entre eles;
- iv. localizar um número racional na forma de fração e na forma decimal na reta numérica. Por exemplo, ao localizar o número $\frac{12}{5}$ entre dois números inteiros, a maioria dos alunos, apontam que ele localiza-se entre os números 1 e 2;

Ainda em relação às dificuldades dos alunos, Monteiro e Pinto (2007) relatam que os alunos apresentam dificuldades na representação de um número racional na forma decimal,

como:

- confusão entre décimas e centésimas. Por exemplo, confundem 2,5 com 2,05;
- acham que entre 0,1 e 0,2 não existem números racionais (MONTEIRO; PINTO, 2007, p.11).

Santos (2011) ao analisar questões sobre os números racionais, em questões do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco- SAEP/2008, em 3 escolas do município de Recife - PE e entrevistar 26 alunos que responderam tais questões, também aponta que os mesmos interpretam frações como dois números naturais distintos. Por exemplo, ao corresponder uma figura dividida em partes iguais a uma fração, é proposto na atividade que eles assinalem a figura que representa $\frac{2}{3}$, alguns alunos somam 2 com 3 e assinalam a figura na qual tem 5 quadradinhos pintados. Com isso, conclui que

[...] os alunos permanecem ligados ao contexto do problema sem dominar as relações entre os conceitos envolvidos, e tentam resolver a questão utilizando as operações matemáticas com as quais estão familiarizados para operar esses dados, e assim encontrar a resposta (SANTOS, 2011, p.114).

Severo (2008) também relatou algumas dificuldades, dos alunos, em relação ao conjunto dos números racionais:

- ao resolverem uma questão na qual os alunos deveriam marcar entre quais números inteiros estava localizado $\frac{11}{4}$ (a partir de uma figura da reta numérica com intervalo de -4 a +4) eles continuaram a reta numérica, desenhando-a até o número inteiro 11 e marcaram o número 11. Ainda nesta mesma questão, como o espaço entre os números inteiros dados na reta numérica estavam divididos em quatro partes iguais, alguns alunos:
 - contaram os milímetros até chegar no 11 e marcaram entre os números 2 e 3 na reta numérica;
 - apresentam dificuldades em saber o que é denominador e numerador das frações;
 - ao se depararem com uma questão em que tinham que obter a porcentagem que R\$ 20,00 representa em um total de R\$ 40,00, vários alunos responderam que representa 20%;

Lima (2013, p.18) mostra, também que os alunos apresentam dificuldades no conceito de números racionais quando “não entendem porque um mesmo objeto matemático (uma fração) pode ser representado de infinitas formas diferentes (frações equivalentes)”.

Segundo Brasil (1998), uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente “deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais” (BRASIL, 1998, p. 101).

Muitas vezes, os alunos se apropriam de regras, estratégias e propriedades válidas para os números naturais e para os números inteiros, que são ensinados anteriormente. Para Romanatto (1997):

Muitas das dificuldades apresentadas pelos estudantes na compreensão de determinadas classes de problemas, bem como na resolução dos algoritmos associados às operações matemáticas com certos tipos de número, podem estar relacionadas ao não entendimento de que, em cada conjunto numérico, assim como as operações com ele realizadas, são, na maioria das vezes, diferentes daquelas do conjunto numérico anterior (ROMANATTO, 1997, p.87).

Valera (2003) propõe alguns itens, que podem proporcionar uma aprendizagem em que são instigados a vontade de saber e o raciocínio dos alunos:

- A visão integrada dos números racionais;
- O uso dos materiais manipuláveis, que auxiliaria as atividades de raciocínios relacionados com essa atividade;
- O questionamento da metodologia, das prioridades de conteúdos, do recorte curricular, os quais ampliam a frente de possibilidades alternativas que irão contribuir para melhorar o ensinar e aprender os números racionais (VALERA, 2003, p. 58).

Outro fator que é de suma importância, para o processo de aprendizagem do conjunto dos números racionais é o papel do professor, Valera (2003) ressalta que:

É papel do educador certificar-se daquilo que o aluno aprendeu, para ratificar seu aprendizado, quando o número, a relação, o conceito e o princípio implícito ao problema forem apresentados significativamente, do ponto de vista matemático (VALERA, 2003, p.58).

Além disso, o autor aponta uma alternativa para melhor aprendizagem dos alunos referente ao conteúdo:

A combinação do trabalho individual e do trabalho de grupo poderia ser uma alternativa para proporcionar aos alunos a oportunidade de conhecer ideias novas e diferentes, confrontá-las e discuti-las, relacioná-las com o seu entorno, evitando assim, o desinteresse devido ao tratamento rotineiro e mecânico em que frequentemente o tema Números Racionais é abordado (VALERA, 2003, p.58).

Uma forma também que pode contribuir para uma melhor compreensão dos números racionais são as representações pictóricas. Segundo Catto (2000), no estudo dos números racionais, seja no registro fracionário ou decimal a representação do concreto pela representação pictórica torna-se uma poderosa ferramenta para a compreensão dos registros favorecendo o entendimento do conteúdo envolvido.

Embora as dificuldades sejam de naturezas diversas, a maioria revela falta de compreensão conceitual que se estende pelas diferentes formas de representações utilizadas nos métodos atuais de ensino.

O quadro 1 apresenta uma síntese das ideias abordadas nesta seção, no que se refere à aprendizagem das representações do conjunto dos números racionais, segundo a literatura, bem como as dificuldades apresentadas e sugestões para o processo de ensino e aprendizagem, ou seja, o que os documentos oficiais abordam sobre a aprendizagem desse conteúdo.

Quadro 1: Comparação da aprendizagem do conjunto dos números racionais.

Representação	Documentos oficiais	Dificuldades
Ponto racional	<ul style="list-style-type: none"> - Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações (BRASIL, 1998, p.71). - Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal (BRASIL, 1997, p. 59). 	<ul style="list-style-type: none"> - ao localizar o número $\frac{12}{5}$ entre dois números inteiros, os alunos apontam que ele localiza-se entre os números 1 e 2 (VALERA, 2003); - ao localizar o número $\frac{11}{4}$ na reta numérica os alunos marcam o número 11 (SEVERO, 2008).
Fração	<ul style="list-style-type: none"> - O conceito de equivalência assim como a construção de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes são fundamentais para resolver problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e efetuar cálculos com esses números (BRASIL, 1998, p.103). - Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso 	<ul style="list-style-type: none"> - ao comparar números fracionários $\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ os alunos apontam que $\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$, pois $2 < 3$ (BRASIL, 1998); - ao transformar um número fracionário em um número decimal, o aluno tem a convicção de que $\frac{3}{8}$ é igual a 3,8 (VALERA, 2003); - os alunos interpretam uma fração como dois números distintos



	<p>frequente (BRASIL, 1997, p.59).</p> <ul style="list-style-type: none">- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária (BRASIL, 1997, p. 59).- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas (BRASIL, 1997, p. 59).	<p>(SANTOS, 2001);</p> <ul style="list-style-type: none">- os alunos têm dificuldades em distinguir o numerador e o denominador de uma fração (SEVERO 2008);- os alunos não entendem que uma fração pode ser representada de infinitas formas, que no caso são as frações equivalentes (LIMA, 2013).
Decimal	<ul style="list-style-type: none">- Compreensão do sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam e extensão das regras desse sistema para leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal (BRASIL, 1998, p.71)- Compreensão e utilização das regras do sistema de numeração decimal, para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza (BRASIL, 1997, p. 58).- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional (BRASIL, 1997, p. 59).- Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal (BRASIL, 1997, p.59).- Representar na forma decimal um número racional expresso em notação fracionária (BRASIL, 1998, p.76).	<ul style="list-style-type: none">- ao ordenar números decimais os alunos desconsideram o zero e a vírgula, por exemplo, acham que $0,5 < 0,350$, pois $350 > 5$ (VALERA, 2003);- os alunos confundem décimas e centésimas, por exemplo, confundem 2,5 com 2,05 (MONTEIRO; PINTO, 2007);- acham que entre 0,1 e 0,2 não há números racionais (MONTEIRO; PINTO, 2007);
Porcentagem	<ul style="list-style-type: none">- Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário (BRASIL, 1997, p. 59).	<ul style="list-style-type: none">- Ao se depararem com uma questão em que tinham que descobrir qual a porcentagem que R\$ 20,00 representa em um total de R\$ 40,00, os alunos respondem que equivale a 20% (SEVERO, 2008);
Pictórica	<ul style="list-style-type: none">- No ensino de Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos (BRASIL, 1997, p.19).	<ul style="list-style-type: none">- à partir de uma figura, dividida em partes iguais, os alunos apresentam dificuldades em encontrar a fração que representa a figura e transformá-la em porcentagem (VALERA, 2003);

Fonte: (OLIVEIRA; ARAMAN, 2015).

Buscamos uma análise mais detalhada e com bases científicas, para elaboração de uma sequência de atividades em que cada atividade abordava uma das dificuldades elencadas no quadro acima, para aplicar para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino

Médio e analisar se as que serão encontradas na análise dessa sequência condizem com as elencadas no quadro acima e se persistem ao longo do tempo.

Procedimentos metodológicos

Pelas características desta pesquisa e visando atingir nosso objetivo, que é realizar uma reflexão de algumas dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao conjunto dos números racionais, em dois níveis de escolaridade, optamos por utilizar a pesquisa qualitativa. De acordo com Bogdan e Biklen (1994): a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu instrumento principal; os dados coletados são predominantemente descritivos; a preocupação com o processo é maior do que com o produto; o significado que as pessoas dão às coisas e a sua vida são focos de atenção especial do pesquisador; a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Primeiramente foi organizada uma síntese dos documentos oficiais, em relação aos números racionais e de estudos que abordam dificuldades de tal conteúdo (quadro 1), de acordo com cada representação, a fim de subsidiar a elaboração de uma sequência de atividades, para que a mesma abordasse as dificuldades elencadas. Com isso, foi elaborada uma sequência de atividades, composta por onze atividades, porém discutiremos neste trabalho cinco delas, das quais abordam as representações dos números racionais, com o intuito de investigar se ocorrem as dificuldades sintetizadas, por meio do quadro 1.

Os sujeitos da pesquisa foram 134 alunos de três escolas públicas do município de Cornélio Procópio, nos quais 72 alunos são do 9º ano do Ensino Fundamental e 62 alunos são do Ensino Médio.

Escolhemos alunos nesses níveis de escolaridade para identificarmos as dificuldades encontradas em cada um deles e se tais dificuldades persistem ao longo da vida escolar dos alunos. Assim, escolhemos um ano do Ensino Fundamental e um do Ensino Médio, de modo que estejam distantes uma da outra, para que sejam mais explícitas a persistências das dificuldades.

Todas as escolas participantes dessa pesquisa nos concederam um *Termo de Consentimento Livre e Esclarecido*, a fim de autorizarem a utilização dos dados coletados no

trabalho de campo, para publicação dos mesmos, com a condição de que seja garantido o anonimato dos alunos que participaram.

As sequências de atividades foram aplicadas aos alunos, pela primeira autora deste trabalho, nos meses de agosto e setembro de 2015, conforme a disponibilidade da escola, com duração de uma hora/aula (50 minutos) em cada sala. Os alunos participantes da pesquisa responderam as questões individualmente, sem consulta de materiais.

Para a análise dos dados obtidos foram utilizadas algumas técnicas da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2004).

Para Bardin (2004) a Análise de Conteúdo é:

Um conjunto de técnicas de análises das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (várias inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2004, p.37).

A análise de conteúdo na perspectiva de Bardin (2004) organiza-se em torno de três polos cronológicos: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A pré-análise segundo Bardin (2004, p.95) “trata-se de estabelecer um programa que podendo ser flexível, deve, no entanto, ser preciso”. Essa primeira etapa teve como base as dificuldades sintetizadas no quadro 1. Com isso, foi elaborada a sequência de atividades com questões que objetivam a percepção dessas dificuldades.

A exploração do material “consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração, em função de regras previamente formuladas” (BARDIN, 2004, p. 95). Nessa etapa, foram analisadas as atividades aplicadas para os alunos, com base no quadro 1. No tratamento dos resultados, as dificuldades foram subdivididas em agrupamentos a fim de analisar se as mesmas persistem ao longo dos anos. A análise foi feita com as resoluções dos alunos que responderam incorretamente cada atividade, já que o nosso objetivo era realizar uma reflexão sobre as dificuldades. Porém, atentamo-nos ao fato de que houve respostas corretas como disposto na tabela abaixo:



Tabela 1: Quantidade de respostas corretas.

Questão aplicada	9º ano	3º ano
1	23,6%	53,2%
4	9,7%	35,5%
6	34,7%	77,4%
7	36,1%	66,1%
8	12,5%	32,2%
10	9,7%	11,3%

Fonte: Dados da pesquisa.

Na fase da inferência e interpretação foram apresentados os resultados das análises, se as dificuldades apresentadas pelos alunos condizem com as dificuldades relatadas na literatura, sintetizadas no quadro 1, bem como os argumentos do pesquisador, tendo como finalidade comunicar os significados construídos após as análises (BARDIN, 2004).

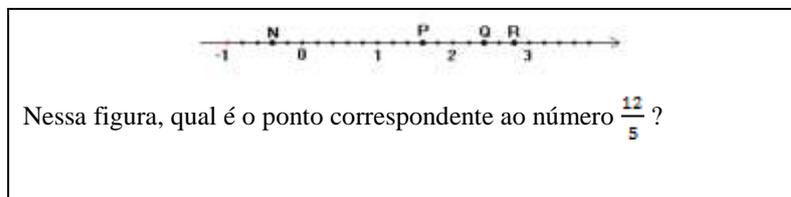
Análise dos dados

Em seguida são apresentadas cinco questões da sequência de atividades, bem como as dificuldades que os alunos apresentaram na resolução de tal sequência. Na pré-análise e exploração do material (BARDIN, 2004), as respostas dos alunos foram organizadas e agrupadas, de acordo com as dificuldades encontradas.

Para preservar as identidades dos estudantes foram atribuídos os seguintes códigos de identificação: A- aluno; 9 (9º ano do Ensino Fundamental) ou 3 (3º ano do Ensino Médio); 01 à 72- para alunos do 9º ano e 01 à 62 para alunos do 3º ano.

Foram atribuídos os códigos G1, G2, ..., para os agrupamentos das dificuldades encontradas nas resoluções dos alunos. Tais agrupamentos foram feitos baseados nas questões incorretas, já que nessas questões é possível encontrar as dificuldades que os mesmos apresentaram ao resolvê-las.

Quadro 2: Atividade 1 aplicada aos alunos

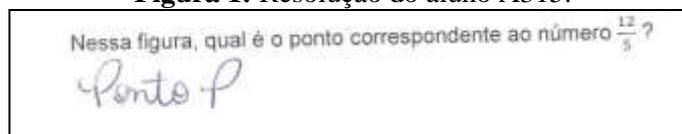


Fonte: VALERA, 2003.

As dificuldades encontradas das resoluções dos alunos foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

G1) Alunos que responderam um ponto qualquer, sem efetuar cálculos: este agrupamento é composto por alunos que escrevem um ponto da reta numérica dada. Não há evidências do raciocínio dos alunos quanto ao erro, sendo assim não se consegue perceber qual dificuldade o levou a tal erro.

Figura 1: Resolução do aluno A315.

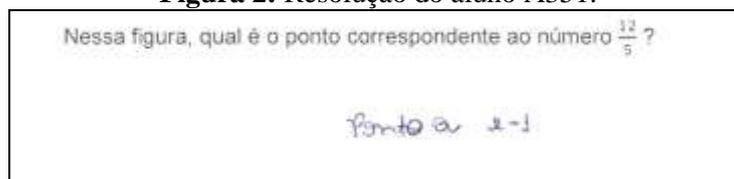


Fonte: Dados da pesquisa.

Há um grande número de alunos que respondem o ponto “P”, que está localizado entre os números 1 e 2 na reta numérica dada. Há a possibilidade de o aluno conceber o número 12, como dois números separados 1 e 2 e responder o ponto P na reta numérica. Além de não identificar a fração como uma divisão e não conseguir identificar um número racional na reta numérica.

G2) Os alunos escreveram que a fração dada corresponde a dois pontos: este agrupamento é composto por alunos que correspondem a fração $\frac{12}{5}$ a mais de um ponto na reta numérica.

Figura 2: Resolução do aluno A351.

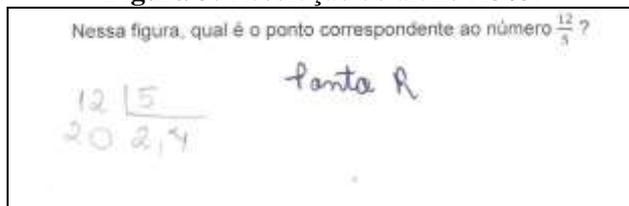


Fonte: Dados da pesquisa.

Na resposta dos alunos não há indícios de uma explicação que os levassem a tal erro. Associamos essas soluções à dificuldade do aluno em identificar números na reta numérica ou que o mesmo concebe fração como dois números distintos, já que indica dois pontos como resposta.

G3) *Alunos que identificam fração como uma divisão e localizam incorretamente o ponto correspondente na reta numérica:* este agrupamento é composto por alunos que realizam a operação de divisão, na qual dividem 12 por 5 e encontram o resultado de 2,4, porém encontram dificuldade ao localizar tal número na reta numérica.

Figura 3: Resolução do aluno A305.



Nessa figura, qual é o ponto correspondente ao número $\frac{12}{5}$?

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 5} \\ 20 \quad 2,4 \end{array}$$

ponto R

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos transformam a fração em um número decimal, efetuando a divisão do numerador pelo denominador, porém indicam o ponto “R” na reta numérica dada. Apesar de o ponto R estar localizado entre os números inteiros 2 e 3, este encontra-se posicionado à frente do número 2,5 que é o meio de 2 e 3, assim $R > 2,4$. Há evidências que as dificuldades dos alunos foram em relação à localização de 2,4 na reta numérica, já que por meio das operações foi possível ver que os mesmos sabem o conceito de fração, porém as resolve de forma diferente. O aluno A305 efetua a operação de divisão, dividindo 12 por 5 e encontrando o resultado de 2,4.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 1, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

Quadro 3: Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 1.

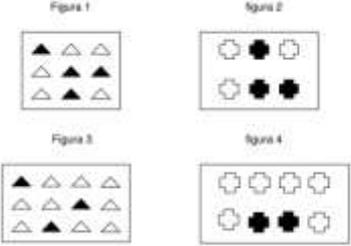
Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 17 Incorretas: 39 Em branco: 16	G1) Alunos que responderam um ponto qualquer, sem efetuar cálculos: 31 alunos; G2) Alunos que escreveram que a fração dada corresponde a dois pontos: 5 alunos; G3) Alunos que identificam fração como uma divisão e localizam incorretamente o ponto correspondente na reta numérica: 3 alunos.
3º ano	Corretas: 33 Incorretas: 25 Em branco: 4	G1) Alunos que responderam um ponto qualquer, sem efetuar cálculos: 18 alunos; G2) Alunos que escreveram que a fração dada corresponde a dois pontos: 3 alunos; G3) Alunos que identificam fração como uma divisão e localizam incorretamente o ponto correspondente na reta numérica: 4 alunos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos apresentam dificuldades em localizar um número racional na reta numérica, pois identificam uma fração como dois números naturais distintos e separados como elenca Santos (2011) e não a identificam como uma divisão. Na atividade 1 a maioria dos alunos identificou que o ponto $\frac{12}{5}$ estava localizado entre os números 1 e 2 como aponta Valera (2003). Atenta-se também ao fato de que, as dificuldades encontradas nas resoluções incorretas dos alunos são as mesmas nos dois níveis de ensino.

Quadro 4: Atividade 4 aplicada aos alunos.

Observe a parte sombreada nas seguintes figuras:



A parte sombreada pode ser representada pela mesma fração em quais figuras?

Fonte: SANTOS, 2011.

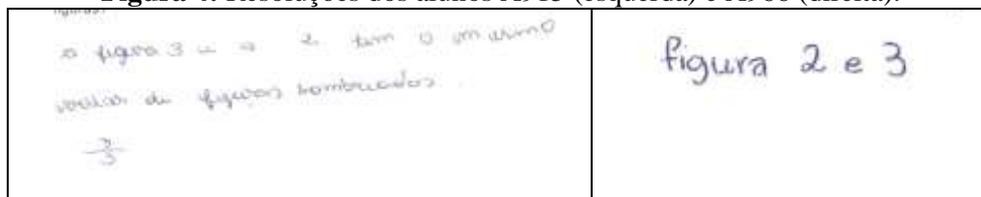
As dificuldades encontradas das resoluções dos alunos foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

G1) Alunos que responderam figuras 2 e 3: este agrupamento é composto por alunos que responderam que a parte sombreada pode ser representada pela mesma fração nas figuras 2 e



3.

Figura 4: Resoluções dos alunos A915 (esquerda) e A966 (direita).

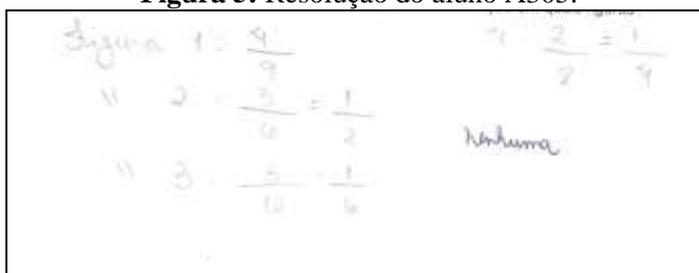


Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A915 (esquerda) respondeu que as figuras 2 e 3 têm o mesmo valor de figuras sombreadas e escreveu a fração $\frac{3}{3}$. O aluno A966 respondeu figura 2 e 3. Nota-se que ambos os alunos apresentam dificuldades em representar um conjunto de elementos iguais, em que parte está sombreada, em fração, que eles obtêm essa resposta relacionando as figuras que têm o mesmo número de figuras sombreadas.

G2) Alunos que representam corretamente as figuras na forma fracionária e respondem incorretamente a atividade: este agrupamento é composto por alunos que representam corretamente as figuras na forma fracionária, porém não simplificam as frações ou o faz incorretamente.

Figura 5: Resolução do aluno A305.



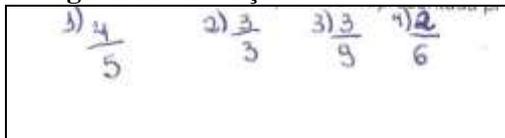
Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A305 corresponde cada figura a uma fração corretamente, porém ao simplificar a fração da figura 3, o faz incorretamente, fazendo com que ocorra o erro e não encontre frações equivalentes. Observa-se que a dificuldade do aluno seja em simplificar as frações, ou até falta de atenção, já que simplifica corretamente as outras frações.

G3) Alunos que representam incorretamente as figuras na forma fracionária: este agrupamento é composto por alunos que representam incorretamente as figuras dadas na

atividade, na forma fracionária.

Figura 6: Resolução do aluno A940.



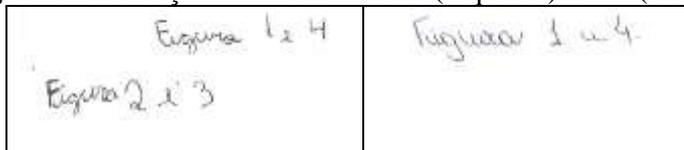
Handwritten student work for Figura 6 showing four fractions: $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{3}{9}$, and $\frac{2}{6}$.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A940 representa incorretamente as figuras na forma de fração, onde o numerador são as figuras que estão sombreadas e o denominador são as figuras que não estão sombreadas. Percebe-se que o aluno apresenta dificuldade em representar as figuras na forma fracionária e não relaciona a parte com o todo da fração.

G4) Alunos que escolhem uma, duas ou as quatro figuras, sem relações nas respostas: este agrupamento é composto por alunos que respondem somente uma figura, duas figuras ou as quatro figuras, sem relação em sua resposta.

Figura 7: Resoluções dos alunos A922 (esquerda) A905 (direita).



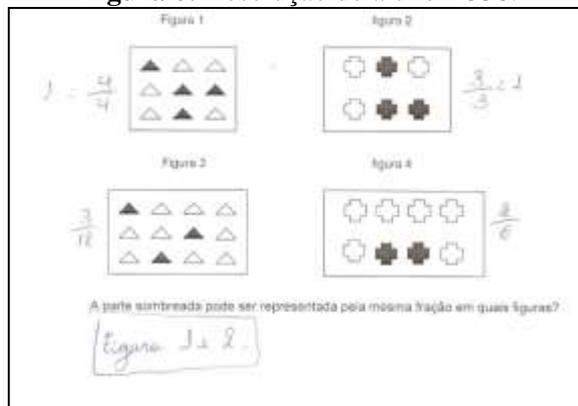
Handwritten student work for Figura 7 showing two boxes. The left box contains 'Figura 1 e 4' and 'Figura 2 e 3'. The right box contains 'Figuras 1 e 4'.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A922 (esquerda) obteve como resposta as figuras 1 e 4 e as figuras 2 e 3, ao relacionar as figuras 2 e 3 podemos recorrer à dificuldade que o aluno identificou o mesmo número de figuras sombreadas em tais figuras, porém não encontramos relação entre as figuras 1 e 4, que também é a resposta do aluno A905 (direita) dificultando identificar o que os levaram a tal erro.

G5) Alunos que respondem duas figuras incorretamente: este agrupamento é composto por alunos que não representam corretamente a figura pela fração ou não a simplificam corretamente e indicam duas figuras incorretamente.

Figura 8: Resolução do aluno A358.



Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno representou incorretamente as figuras 1, 2 e 4 em frações e a figura 3 corretamente. Nas figuras 2 e 4 representou o numerador da fração pelo número de figuras sombreadas e o denominador pelo número de figuras em branco. O aluno encontrou uma relação entre as figuras 1 e 2 e as deu como resposta. Com o aluno representou uma das figuras pela fração correta, não podemos analisar que sua dificuldade foi em representar a figura em uma fração, pode ser que ocorreu falta de atenção.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 4, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

Quadro 5: Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 4.

Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 7 Incorretas: 59 Em branco: 6	G1) Alunos que responderam figuras 2 e 3: 34 alunos; G2) Alunos que representam corretamente as figuras na forma fracionária e não respondem a atividade: 4 alunos; G3) Alunos que representam incorretamente as figuras na forma fracionária: 2 alunos; G4) Alunos que escolhem uma, duas ou as quatro figuras, sem relações nas respostas: 8 alunos;
3º ano	Corretas: 22 Incorretas: 35 Em branco: 5	G1) Alunos que responderam figuras 2 e 3: 19 alunos; G2) Alunos que representam corretamente as figuras na forma fracionária e não respondem a atividade: 4 alunos; G5) Alunos que respondem duas figuras incorretamente: 12 alunos.

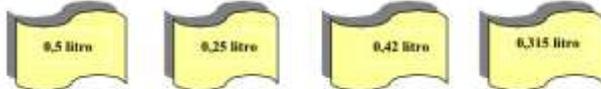
Fonte: Dados da pesquisa.



Ao representar uma figura por uma fração os alunos do 9º apresentam muitas dificuldades, houve um número elevado de respostas incorretas nessa atividade. Muitas vezes, invertem numerador e denominador, como pontua Severo (2008) ou conseguem representar a fração e não conseguem fazer a simplificação da mesma e encontrar as frações equivalentes, como pontua Lima (2013), indicando a resposta incorreta. Por meio da análise dessa questão, podemos perceber que mesmo algumas dificuldades persistindo do 9º ano para o 3º ano, houve algum progresso no aprendizado dos alunos de um nível de escolaridade para o outro.

Quadro 6: Atividade 6 aplicada aos alunos.

Roberto deve colocar etiquetas em vidros que contem certa quantidade de líquido. Observe as etiquetas:



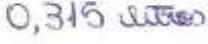
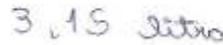
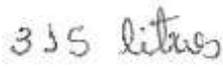
A etiqueta que Roberto deve colocar no vidro em que há maior quantidade de líquido é:

Fonte: (VALERA, 2003).

As dificuldades encontradas das resoluções dos alunos foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

G1) Alunos que responderam que a maior quantidade era a etiqueta que correspondia a 0,315 litro: este agrupamento é composto por alunos que responderam que a maior quantidade era a etiqueta que correspondia a 0,315 litro.

Figura 9: Resoluções dos alunos A907 (esquerda), A903 (centro), A958 (direita).

		
---	---	---

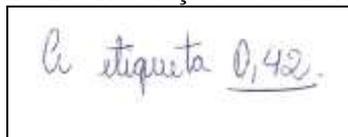
Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A907 (esquerda) responde 0,315 litros, o aluno A903 (centro) responde 3,15 litros e o aluno A958 (direita) responde 315 litros. Há vestígios de que os alunos apresentaram dificuldades na compreensão da representação decimal, pois consideraram o número 315 o maior dentre os números dados, desconsiderando o zero e a vírgula. Os alunos A903 e A958 ainda colocam a vírgula na posição errada ou nem a consideram.

G2) Alunos que escolheram uma das etiquetas, respondendo incorretamente: este

agrupamento é composto por alunos que responderam que a maior quantidade era a etiqueta que correspondia a 0,42 litro ou 0,25 litro.

Figura 10: Resolução do aluno A331.



Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A331 obteve como resposta a etiqueta 0,42 litro. Infere-se que o aluno tem dificuldades em ordenar números decimais.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 6, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

Quadro 7: Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 6.

Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 25 Incorretas: 41 Em branco: 6	G1) Alunos que responderam que a maior quantidade era a etiqueta que correspondia a 0,315 litro: 36 alunos; G2) Alunos que escolheram uma das etiquetas, respondendo incorretamente: 5 alunos;
3º ano	Corretas: 48 Incorretas: 13 Em branco: 1	G1) Alunos que responderam que a maior quantidade era a etiqueta que correspondia a 0,315 litro: 12 alunos; G2) Alunos que escolheram uma das etiquetas, respondendo incorretamente: 1 aluno.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na atividade seis, ao comparar números decimais, os alunos, principalmente do 9º ano do Ensino Fundamental, das resoluções incorretas, responderam que 0,315 é o maior número entre os que foram dados (0,5; 0,25; 0,42; 0,315), desconsiderando a vírgula, como aponta Valera (2013). Ao apresentarem uma resposta para a atividade ainda confundem centésimas e milésimas, confundem 0,315 com 3,15 ou ainda com o número natural 315, dificuldade apontada por Monteiro e Pinto (2007). Alguns alunos também obtêm como respostas os números 0,42 e 0,25, apresentando dificuldades em ordenar os números na representação decimal.

Quadro 8: Atividade 7 aplicada aos alunos.

A professora Clotilde pediu que seus alunos escrevessem um número que representasse meio ou metade.

Geraldo	Cássio	Carla	Fernando
$\frac{1}{2}$	0,5	1,2	0,005

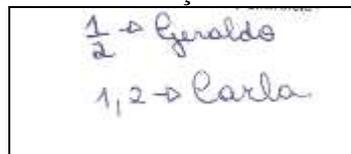
Quais alunos acertaram o exercício?

Fonte: (SANTOS, 2011).

As dificuldades encontradas das resoluções dos alunos foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

G1) Alunos que respondem que dois nomes e seus respectivos números racionais estão corretos: este agrupamento é composto por alunos que responderam que Geraldo e Carla acertaram o exercício, ou seja, que $\frac{1}{2} = 1,2$.

Figura 11: Resolução do aluno A936.

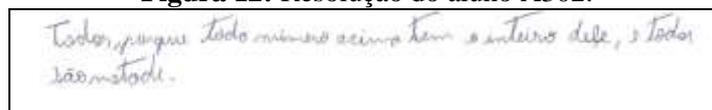


Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A936 responde que Geraldo e Carla acertaram o exercício. Percebe-se que a dificuldade do aluno está em representar um número racional de diferentes formas, já que reconhece que $\frac{1}{2}$ equivale à meio ou metade, porém acredita que 1,2 também equivale a um meio ou metade. Pode ser que o aluno respondeu que 1,2 equivale a um meio ou metade, pois identifica fração como dois números separados.

G2) Alunos que responderam que todos estão corretos: este agrupamento é composto por alunos que responderam que todos acertaram o exercício, ou seja, que $\frac{1}{2} = 0,5 = 1,2 = 0,005$.

Figura 12: Resolução do aluno A302.



Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A302 respondeu que todos acertaram o exercício, pois todos os nomes e seus

respectivos números racionais representavam metade de algum número. O erro do aluno pode ter ocorrido devido à interpretação da atividade ou ao ter que identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

G3) Alunos que respondem que três nomes e seus respectivos números racionais estão corretos: este agrupamento é composto por alunos que responderam que três nomes dados na atividade e seus respectivos números racionais estão corretos.

Figura 13: Resolução do aluno A901.



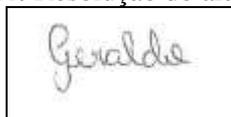
Geraldo, Cássio e Carla.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A901 respondeu que Geraldo, Cássio e Carla acertaram o exercício que a professora Clotilde pediu para seus alunos fazerem. A dificuldade do aluno ocorreu quando respondeu que 1,2 corresponde à meio ou metade, observa-se que isso ocorreu devido ao aluno identificar fração como dois números separados, já que identifica corretamente que meio ou metade equivalem a $1/2$ ou a 0,5.

G4) Alunos que respondem que um nome está correto: este agrupamento é composto por alunos que responderam que um nome dado na atividade e seu respectivo número racional estão corretos.

Figura 14: Resolução do aluno A306.



Geraldo

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A306 respondeu que Geraldo acertou o exercício. Tal dificuldade pode ter ocorrido devido aos alunos estarem acostumados a trabalhar somente com uma representação ou não distinguirem que $1/2 = 0,5 =$ meio ou metade.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 7, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

Quadro 9: Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 7.

Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 26 Incorretas: 41 Em branco: 5	G1) Alunos que respondem que dois nomes e seus respectivos números racionais estão corretos: 19 alunos; G2) Alunos que responderam que todos estão corretos: 4 alunos; G3) Alunos que respondem que três nomes e seus respectivos números racionais estão corretos: 10 alunos; G4) Alunos que respondem que um nome está correto: 8 alunos.
3º ano	Corretas: 41 Incorretas: 19 Em branco: 2	G1) Alunos que respondem que dois nomes e seus respectivos números racionais estão corretos: 4 alunos; G2) Alunos que responderam que todos estão corretos: 2 alunos; G3) Alunos que respondem que três nomes e seus respectivos números racionais estão corretos: 9 alunos; G4) Alunos que respondem que um nome está correto: 4 alunos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao identificarem quais números são equivalentes muitos alunos apontam, na atividade sete, que $\frac{1}{2} = 1,2$ dificuldade encontrada por Valera (2003) ou ainda, que $0,5 = 0,005$, remetendo à dificuldade apontada por Monteiro e Pinto (2007), confundindo décimas e centésimas. Alguns alunos responderam corretamente que metade ou meio correspondem a $\frac{1}{2}$ e a 0,5, porém também apontam o número 0,005 ou o 1,2, que são representações incorretas. Podemos nos atentar ao fato de que as dificuldades ainda no 3º ano são as mesmas que as encontradas nas resoluções dos alunos do 9º ano.

Quadro 10: Atividade 8 aplicada aos alunos.

Cite um número racional que está entre 0,1 e 0,2.

Fonte: A autora.

As dificuldades encontradas das resoluções dos alunos foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

G1) Alunos que escreveram um número maior que 0,2: este agrupamento é composto por alunos que citaram um número racional maior que 0,2.

Figura 15: Resoluções dos alunos A312 (esquerda), A355 (centro) e A314 (direita).

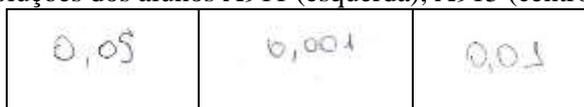
1,5	1,2	$\frac{1}{2}$
-----	-----	---------------

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos A312, A355 e A314 citam números racionais que são maiores que 0,2. Nota-se que os alunos apresentam dificuldades no posicionamento das casas decimais.

G2) *Alunos que escreveram um número menor que 0,1*: este agrupamento é composto por alunos que citaram um número racional menor que 0,1.

Figura 16: Resoluções dos alunos A911 (esquerda), A915 (centro), A901 (direita).



Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos A911, A915 e A901 identificaram um número incorreto que está entre 0,1 e 0,2. Observa-se que os mesmos apresentam dificuldades em relação à posição do número 0 e da vírgula.

G3) *Alunos que escreveram um número natural*: este agrupamento é composto por alunos que citaram um número natural, ou seja, identificaram um número natural entre 0,1 e 0,2.

Figura 17: Resolução do aluno A315.



Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A315 identificou um número natural entre 0,1 e 0,2. Pode ser que tal dificuldade se dê pelo fato de o aluno não compreender o que é um número racional, já que na maioria das vezes, utiliza mais os números inteiros em seu cotidiano.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 8, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

Quadro 11: Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 8.

Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 9 Incorretas: 43 Em branco: 20	G1) Alunos que escreveram um número maior que 0,2: 18 alunos; G2) Alunos que escreveram um número menor que 0,1: 12 alunos; G3) Alunos que escreveram um número natural: 13 alunos.

3° ano	Corretas: 20 Incorretas: 33 Em branco: 9	G1) Alunos que escreveram um número maior que 0,2: 7 alunos; G2) Alunos que escreveram um número menor que 0,1: 12 alunos; G3) Alunos que escreveram um número natural: 14 alunos.
--------	--	--

Fonte: Dados da pesquisa.

A atividade oito foi uma das que os alunos mais apresentaram dificuldades, já que a maioria respondeu incorretamente. Alguns alunos não sabiam o que é um número racional, perguntaram para o professor regente que estava em sala de aula durante a aplicação. Muitos confundiram a posição da vírgula e do 0.

Quadro 12: Atividade 10 aplicada aos alunos.

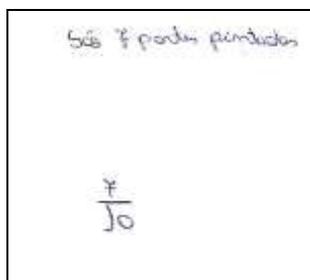
<p>Observe as partes em que está dividido a figura:</p>  <p>Qual o número que representa a parte do retângulo que está sombreada?</p>

Fonte: (SANTOS, 2011).

As dificuldades encontradas das resoluções dos alunos foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

G1) Alunos que responderam $\frac{7}{10}$: este agrupamento é composto por alunos que identificaram que a parte sombreada da figura dada equivale a $\frac{7}{10}$.

Figura 18: Resolução do aluno A344.



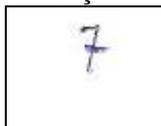
Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A344 identifica que a parte sombreada da figura equivale a $\frac{7}{10}$. Há indícios que o aluno sabe escrever uma fração que representa uma figura, porém não lembra que a

mesma deve estar dividida em partes iguais.

G2) *Alunos que responderam um número natural*: este agrupamento é composto por alunos que identificaram que a parte sombreada da figura dada equivale a um número natural.

Figura 19: Resolução do aluno A921.

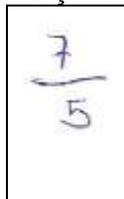


Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A921 identifica que a parte sombreada da figura equivale a 7. Infere-se que o mesmo identificou somente as partes sombreadas, pode ser que como na atividade foi pedido “um número que represente a parte sombreada”, o aluno acredita que a resposta deve ser um número inteiro ou natural, por conceber fração como dois números distintos.

G3) *Alunos que responderam um número racional $\neq \frac{7}{10}$* : este agrupamento é composto por alunos que identificaram que a parte sombreada da figura dada equivale a um número racional $\neq \frac{7}{10}$.

Figura 20: Resolução do aluno A304.



Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A304 identifica que a parte sombreada da figura equivale a $\frac{7}{5}$. Nota-se que o aluno apresenta dificuldades em escrever uma fração que representa uma figura e relacionar a parte com o todo, já que divide a figura em partes iguais, porém representa o numerador pela quantidade de figuras sombreadas e o denominador pela quantidade de figuras em branco do retângulo dado.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 10, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

Quadro 13: Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 10.

Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 7 Incorretas: 59 Em branco: 6	G1) Alunos que responderam $\frac{7}{10}$: 20 alunos; G2) Alunos que responderam um número natural: 19 alunos; G3) Alunos que responderam um número racional $\neq \frac{7}{10}$: 20 alunos.
3º ano	Corretas: 7 Incorretas: 53 Em branco: 2	G1) Alunos que responderam $\frac{7}{10}$: 20 alunos; G2) Alunos que responderam um número natural: 15 alunos; G3) Alunos que responderam um número racional $\neq \frac{7}{10}$: 18 alunos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao identificar uma fração que representa uma figura, os alunos não identificam que a figura deve estar dividida em partes iguais e alguns alunos colocam no numerador o número de partes sombreadas e no denominador o número de parte um branco da figura. Segundo Ponte e Quaresma (2014, p.1466), “ao dividir o todo em partes, alguns alunos perdem de vista a necessidade de todas as partes serem iguais ou contam as partes incorretamente”. Chamamos a atenção ao fato de que o número de repostas corretas é o mesmo nos dois níveis de escolaridade e o número de respostas incorretas ficaram muito próximos, ressaltando o fato de que as dificuldades encontradas nas resoluções incorretas dessa atividade permearam ao longo dos anos.

Considerações finais

O nosso objetivo era fazer uma reflexão de algumas dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao conjunto dos números racionais, em dois níveis de escolaridade. Diante dos dados analisados e do estudo da literatura, foi possível perceber que são muitas as dificuldades e que as mesmas permeiam ao longo do tempo, corroborando com outros resultados apontados pela literatura e organizados no quadro 1.

Os alunos, nos dois níveis de escolaridade, apresentaram dificuldades em todas as representações dos números racionais (ponto racional, fração, decimal e pictórica), bem como na conversão de uma representação para outra (VALERA, 2003), ao representar um número racional na reta numérica (VALERA, 2003; SEVERO, 2008) em transformar uma

representação pictórica de um número racional em uma fração (VALERA, 2003), ordenar números racionais na representação decimal (VALERA, 2003), transformar um número racional na representação fracionária para a representação decimal (VALERA, 2003), na definição de número racional e frações equivalentes (LIMA, 2013), conceber fração como dois números distintos (SANTOS, 2011) e confundir centésimas e milésimas na representação decimal (MONTEIRO; PINTO, 2007).

Apesar de o índice de respostas corretas do 3º ano do Ensino Médio ser maior que o do 9º ano do Ensino Fundamental, como destacado na tabela 1, percebe-se que as dificuldades encontradas, agrupadas nos quadros, ainda são as mesmas e persistem ao longo dos anos. E mesmo o conteúdo sendo apresentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais para ser ensinado desde o 2º ciclo e nas Diretrizes Curriculares do Paraná como conteúdo a ser ensinado no 7º ano do Ensino Fundamental, ainda no 3º ano do Ensino Médio, os alunos apresentam muitas dificuldades.

Atentamos ao fato de que os documentos oficiais norteiam alguns pontos em relação ao que os alunos deveriam aprender para o conteúdo dos números racionais, como apresentado no quadro 1. Porém, por meio dessa pesquisa e de várias outras, foi possível observar que muitos alunos, ainda no 3º ano do Ensino Médio não cumprem os aspectos elencados em tais documentos oficiais. Fato este, evidencia a necessidade de reflexões em relação ao que pode ser feito para contribuir para a aprendizagem dos números racionais, da necessidade de mais pesquisas sobre a temática e ainda, de como aproximar os resultados das pesquisas à sala de aula.

Referências

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 3 ed. Lisboa: Edições 70 Ltda. 2004.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, Ministério da Educação, 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, Ministério da Educação, 1998.

- BROLEZZI, A. C. **Frações e Decimais: História e significado.** CAEM/USP, 1996.
- CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática.** UFSC. v. 2. p. 68-93. 2007.
- CATTO, G. G. **Registros de Representação e o Número Racional: Uma abordagem nos livros didáticos.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2000.
- CENTENO, J. **Números Decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?** Madri: Editorial Sintesis, 1988.
- LIMA, F. S. **Números Racionais na forma Fracionária: Atividades para Superar Dificuldades de Aprendizagem.** Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2013.
- MONTEIRO, M. C.; PINTO, H. G. **Desenvolvendo o sentido do número racional.** Lisboa: APM. 2007.
- NASCIMENTO, J. **Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais.** Revista de Iniciação Científica da FFC. v.8. n.2. p. 196-208, 2008.
- OLIVEIRA, J. O.; ARAMAN, E. M. O. Dificuldades na Aprendizagem dos Números Racionais. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 13. 2015. Ponta Grossa-Paraná. **Anais...** Ponta Grossa: XIII EPREM, 2015.
- ONUCHIC, L. R. ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, nº 31, p.79-102, 2008.
- PARANÁ. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica.** Secretaria de Estado da Educação. Curitiba, 2008.
- PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Representações e Processos de Raciocínio na Comparação e Ordenação de Números Racionais numa Abordagem Exploratória. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, nº 50, p.1464-1484, 2014.
- QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Compreensão dos Números Racionais, Comparação e Ordenação: O caso de Leonor. **Interacções.** n.20. p.37-69. 2012.
- ROMANATTO, M. C. **Número Racional: relações necessárias à sua compreensão.** Tese (Doutorado em Educação) - UNICAMP, Campinas, 1997.
- SANTOS, R. S. **Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais.** Dissertação RPEM, Campo Mourão, Pr, v.6, n.10, p.175-203, jan.-jun. 2017.



(Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2011.

SEVERO, D. F. Números Racionais e Ensino Médio: Uma busca de Significados. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2009.

VALERA, A. R. Uso social e Escolar dos Números Racionais: Representação fracionária e decimal. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Marília. 2003.

Recebido em: 20/01/2017
Aprovado em: 20/05/2017