

## **HABITANDO ESPAÇOS VIRTUAIS DA DISCIPLINA DE CÁLCULO I: APRENDIZAGEM E INTERAÇÃO DE UM ALUNO CHAMADO “LEIBNIZ”**

Vanessa Rodrigues Lopes\*  
Suely Scherer\*\*

**Resumo:** Este artigo tem por objetivo apresentar possibilidades de aprendizagem na disciplina de Cálculo I, em ações de interação em espaços virtuais. O texto é um recorte de uma pesquisa cujo objetivo foi analisar possibilidades de aprendizagem sobre Derivadas em espaços virtuais, desenvolvida com um grupo de alunos da disciplina de Cálculo I. Os dados foram obtidos a partir da organização e desenvolvimento de atividades, propostas com o software Geogebra, em Ambiente Virtual de Aprendizagem e no WhatsApp. Neste artigo analisaremos o processo de aprendizagem de um dos alunos participantes da pesquisa, que identificaremos como Leibniz. A pesquisa teve como referencial teórico os estudos de José Armando Valente sobre “Estar Junto Virtual” e de Suely Scherer sobre atitudes de educador e educandos em ambientes virtuais. Consideramos que a atitude de habitante de Leibniz no AVA e no WhatsApp oportunizou aprendizagens que emergiram na/a partir da interação com colegas e professor nesses espaços virtuais.

**Palavra-Chave:** Aprendizagem. Interação. WhatsApp. Ambiente Virtual de Aprendizagem. Derivadas.

## **DWELLING SPACES VIRTUAL IN CALCULUS I DISCIPLINE: LEARNING AND INTERACTION OF A STUDENT NAMED "LEIBNIZ"**

**Abstract:** This article aims to present learning opportunities in Calculus I discipline in interactive activities in virtual spaces. The text is a part of a research that analyzes learning opportunities on Derivatives in virtual spaces, developed with a group of students of Calculus I discipline. Data were obtained from the organization and development of activities, proposed with the Geogebra software in Virtual Learning Environment on WhatsApp. In this article we will analyze the learning process of one of the research participating student which we will call by Leibniz. The research had as a theoretical reference the studies of José Armando Valente on "Virtual Being Together" and Suely Scherer on educator and educates attitudes on virtual environment. We considered that the Leibniz's attitude of inhabitant on AVA and WhatsApp provided opportunity of learnings that emerged in/from the interaction with colleagues and teacher in those virtual spaces.

**Keywords:** Learning. Interaction. Whatsapp. Virtual Learning Environment. Derivatives.

### **Introdução**

O Cálculo Diferencial e Integral, ou simplesmente Cálculo, como denominaremos neste artigo, foi criado no século XVII por Issac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz

(1646-1716). Newton e Leibniz desenvolveram estudos relacionados à determinação da reta tangente a uma dada curva, que atualmente é chamando de Cálculo Diferencial, e estudo de determinação de áreas e volumes delimitados por curvas e sólidos, o chamado Cálculo Integral (BOYER, 1992). Doravante, muitos estudiosos como Leonhard Euler (1707-1783), Augustin Louis Cauchy (1789-1857) e Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866) foram enriquecendo estudos nesta área.

Atualmente estudos sobre o Cálculo Diferencial e Integral são realizados em disciplinas de alguns cursos do Ensino Superior, em especial, da área de ciências exatas, como os cursos de Matemática, Física e Engenharias. Esse fato se dá principalmente pela aplicabilidade de seus conceitos em solução de problemas vinculados às profissões em que atuam os egressos desses cursos, como por exemplo, o cálculo de lucro de uma empresa; análise de crescimentos de populações de uma sociedade ou de animais de uma espécie; determinação de áreas e volumes, dentre outros.

Lachini (2001) ressalta que, por ser importante na futura profissão dos estudantes desses cursos, o ensino do Cálculo deveria oportunizar ao aluno a compreensão e a reflexão sobre os conceitos fundamentais, e não ações de reprodução de exercícios, que por vezes são descontextualizados, não fazendo sentido para o discente. O fato é que o processo de ensino e de aprendizagem em tal disciplina é uma problemática, perceptível pelos altos índices de reprovação e evasão, como ressaltam Cabral e Catapani (2003) e Morelatti (2001).

Para Morelatti (2001, p.21) a dificuldade nessa disciplina está relacionada à metodologia utilizada pelos professores, que:

[...] prioriza a aula expositiva, é centrada na fala do professor, e os conceitos são apresentados como verdades inquestionáveis, como algo pronto e acabado, sem a preocupação de torná-los significativos. Os alunos, após a aula, resolvem uma série de exercícios que, muitas vezes, não exigem criatividade, reflexão e novos conceitos.

As tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) podem ser uma alternativa para a superação das dificuldades enfrentadas no ensino de Cálculo, porém é importante ressaltar que o uso das TDIC pode também repetir as mesmas ações realizadas no ensino tradicional, ou

seja, reproduzir atividades focadas na transmissão da informação. Nesse sentido, podemos afirmar que a abordagem do professor é “instrucionista” (PAPERT, 2008). Nessa abordagem, o computador é usado como “máquina de ensinar”, e o aluno recebe passivamente as informações.

As TDIC podem ser usadas de forma a proporcionar um ambiente de aprendizagem que mobilize os alunos a realizarem ações de descoberta, de exploração, de análise, ou seja, um ambiente construcionista. O termo construcionismo foi utilizado por Seymour Papert, na década de oitenta. Designa uma abordagem de ensino que possibilite ao aluno a construção do conhecimento, com o uso do computador. Para Papert (2008), nessa abordagem o aluno aprende a fazer fazendo, ou seja, sendo sujeito ativo no processo de aprendizagem.

Nesse contexto a investigação que originou os dados apresentados neste artigo teve por objetivo analisar possibilidades de aprendizagem sobre Derivadas de funções em um ambiente construcionista em espaços virtuais.

Nesse artigo apresentamos um recorte de uma pesquisa de caráter qualitativo, que foi desenvolvida com uma turma de alunos da disciplina de Cálculo I de uma universidade pública do Estado do Mato Grosso do Sul. Ao todo foram 11 alunos que participaram da pesquisa. Dos participantes da pesquisa, 5 alunos eram acadêmicos do curso de Matemática e 6 eram acadêmicos do curso de um curso de engenharia. A disciplina foi ofertada presencialmente, mas parte dela, 6 horas de um total de 102 horas, foi desenvolvida a distância, em ambiente virtual de aprendizagem. O foco da pesquisa foi a parte desenvolvida a distância.

Dentre os procedimentos metodológicos utilizados, foi elaborada uma proposta de atividades e organizado um ambiente virtual de aprendizagem. O conteúdo escolhido para realizar as atividades foi: Máximos e Mínimos e Regra de L’ Hospital. Além das atividades serem desenvolvidas em um AVA da plataforma Moodle, foi usado o software de geometria dinâmica, o GeoGebra<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito que permite trabalhar com conteúdos da geometria e álgebra, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e Cálculo. GeoGebra pode ser instalado em computadores com sistema operacional, Windows, Linux ou Mac OS, além de poder ser acessado online.

A coleta de dados da pesquisa foi realizada a partir de registros postados nos fóruns do AVA e produções desenvolvidas com o software GeoGebra. Após a experimentação da pesquisa surgiu a necessidade de dialogarmos com os participantes da pesquisa sobre suas postagens, aprendizagem e interações, para complementação de dados. Sendo assim, alguns dados são oriundos de uma entrevista semiestruturada realizada com os participantes da pesquisa.

Durante a entrevista alguns alunos mencionaram que na fase da experimentação eles haviam se organizado e criado um grupo no WhatsApp para discussões sobre estudos que estavam realizando na disciplina de Cálculo I. Dessa forma, como havia interesse em analisar a interação entre os alunos, os registros desse aplicativo também se configuraram como dados da pesquisa.

Nesse artigo apresentamos a análise da aprendizagem na/a partir da interação de um aluno (que chamaremos de Leibniz) com a professora e com outros alunos, durante o desenvolvimento de duas aulas que fizeram parte da experimentação da pesquisa. Em uma aula o conteúdo explorado foi o de Máximos e Mínimos de funções e na outra Regra de L'Hopital.

A análise dos dados apresentados é pautada nos estudos sobre o construcionismo proposto por Papert (2008). Com relação às interações no ambiente EaD, a proposta foi orientada pela abordagem do “Estar Junto Virtual” de Valente (2005), por potencializar as interações entre professor e alunos e entre alunos, e pelos estudos de Scherer (2005), sobre atitudes de educadores e educandos em AVA.

### **Construcionismo e Ambiente Construcionista**

Os estudos sobre o construcionismo foram desenvolvidos por Seymour Papert, com base na teoria epistemológica construtivista proposta por Jean Piaget. Segundo Valente (1999), o construcionismo se diferencia do construtivismo pela presença do computador e pelo envolvimento afetivo do aluno em realizar uma atividade de seu interesse. Maltempo (2005, p.265) ressalta que:

O Construcionismo postula que o aprendizado ocorre especialmente quando o aprendiz está engajado em construir um produto de significado pessoal (por exemplo, um poema, uma maquete ou um website), que possa ser mostrado a outras pessoas. Portanto, ao conceito de que se aprende melhor fazendo, o Construcionismo acrescenta: aprende-se melhor ainda quando se gosta, pensa e conversa sobre o que se faz.

Para Papert (2008), a abordagem construcionista consiste em obter o máximo de aprendizagem, a partir do mínimo de ensino. O mínimo de ensino está relacionado com a atitude do professor, de não dar respostas às questões que propõe ao aluno, ou que esse propõe. Ou seja, a aula não é centrada na ação do professor em explicar algo, mas na ação do aluno em resolver problemas, questões, cabendo ao professor orientar, questionar, para que o aluno encontre soluções.

Com o uso da linguagem digital, o aluno constroi o seu conhecimento agindo sobre o objeto em estudo, “é o aprendizado por meio do fazer, do colocar a mão na massa” (VALENTE, 2005, p.34). Dessa forma, o aluno aprende sendo sujeito ativo, reflexivo e crítico no processo educacional. Para Valente (1999), a nossa sociedade exige cidadãos críticos, que reflitam diante de situações vivenciadas, que saibam argumentar, produzir, trabalhar em grupo e que almeja o desenvolvimento individual e coletivo. E esse autor ressalta ainda que:

Cabe à educação formar esse profissional. Por essa razão, a educação não pode mais restringir-se ao conjunto de instruções que o professor transmite a um aluno passivo, mas deve enfatizar a construção do conhecimento pelo aluno e o desenvolvimento de novas competências necessárias para sobreviver na sociedade atual (VALENTE, 1999, p.152).

Para explicar melhor a construção do conhecimento pelo aluno com o uso do computador, Papert (2008) faz uma analogia com um provérbio africano: “se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar” (PAPERT, 2008, p.134). Sendo assim, o professor pode simplesmente transmitir a informação (“dar o peixe”) ao seu aluno, ou levá-lo a construir o seu conhecimento (“dando-lhe uma vara e ensinando-o a pescar”). Com essa metáfora, Papert (2008, p.134) salienta ainda que:

[...] além de conhecimento sobre pescar, é também fundamental possuir bons instrumentos de pesca - por isso precisamos de computadores - e saber onde existem águas férteis - motivo pelo qual precisamos desenvolver uma ampla gama de atividades 'mateticamente'<sup>2</sup> ricas.

Nessa perspectiva, a criação de um ambiente construcionista para o ensino de Derivadas, na modalidade de EaD, caso da pesquisa aqui apresentada que originou os dados analisados neste artigo, precisa envolver o planejamento de algumas ações como: escolha de tecnologias (softwares, applet, etc.); a organização de um AVA; uma proposta de atividade para explorar o conteúdo; e compreensão da abordagem construcionista do professor no AVA, junto aos alunos.

As TDIC e o AVA devem proporcionar aos alunos a oportunidade de (re)construírem conhecimento. As atividades propostas devem ser mateticamente ricas, sendo desafiadoras, para que o aluno sintá-se cada vez mais motivado a aprender.

As ações do professor são fundamentais para a manutenção do ambiente construcionista, pois o professor, “[...] tem que entender as ideias do aprendiz e sobre como atuar no processo de construção do conhecimento para intervir apropriadamente na situação, de modo a auxiliá-lo nesse processo.” (VALENTE, 1999, p. 95). O docente é o responsável em propor problemas, em fazer bons questionamentos e intervenções que contribuam para que o aluno construa conhecimento. Ele precisa desafiar o aluno, com o objetivo de fazer com que ele reflita sobre o problema proposto, para assim encontrar e testar estratégias em um movimento diálogo e interação.

Em ambientes construcionistas de ensino e de aprendizagem enfatiza-se o diálogo entre professor e alunos. Segundo Morelatti (2001, p.97):

Em um ambiente construcionista, o professor age como facilitador, mediador da aprendizagem do aluno, respeitando o ritmo e o estilo de cada um. Nesta abordagem, o aluno constrói o seu conhecimento sobre determinado assunto por meio da resolução de um problema ou desenvolvimento de um projeto significativo (do interesse do aluno) e contextualizado (vinculado à realidade do aluno), em um trabalho compartilhado e colaborativo.

---

<sup>2</sup>Segundo Papert (1985, p.148) “princípios de matemáticas são ideias que iluminam e facilitam o processo de aprendizagem.”

Dessa forma, o aluno, ao conseguir sucesso na solução de um problema de seu interesse, proposto pelo professor ou levantado por ele, e desenvolvido com o uso de linguagem digital, obtém como resultado um sentimento de *empowerment* (satisfação). Esse sentimento impulsiona o educando a enfrentar novas situações desafiadoras e assim continuar aprendendo e melhorando suas estratégias de resolução das tarefas. Segundo Valente (1999, p.106):

[...] quando é dada a oportunidade para essas pessoas compreenderem o que fazem, elas experienciam o sentimento do *empowerment* – a sensação de que são capazes de produzir algo considerado impossível. Além disso, conseguem um produto que eles não só construíram, mas compreenderam como foi realizado. Eles podem falar sobre o que fizeram e mostrar esse produto para outras pessoas. É um produto da mente deles e isso acaba propiciando uma grande massagem no ego.

Nesse sentido, a disciplina de Cálculo, desenvolvida em um ambiente construcionista, deve oportunizar esse sentimento nos alunos. Daí a importância de o professor criar condições para que seus alunos possam ser produtores, que construam conhecimento.

### **Educação a Distância e Interação: habitar espaços e o “estar junto virtual”**

Para discutirmos sobre a modalidade de Educação a Distância (EaD), regulamentada em 20 de dezembro de 1996 pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da Educação Nacional, apresentamos parte do Decreto nº 5622 de 19 de dezembro de 2005 em que ela é caracterizada como:

Modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos. (BRASIL, 2005, s.p.).

A EaD é uma modalidade que possibilita alunos e professores, estando em lugares diferentes, em horários distintos ou não, aprender e ensinar. E o processo de ensino e de aprendizagem acontece mediado por alguma tecnologia digital de informação e comunicação.

Mesmo professores e alunos estando separados fisicamente, é possível que eles estejam juntos de forma virtual. Estar junto no sentido completo do termo questionando, dialogando, reportando ideias, ensinando e também aprendendo- tudo isso, virtualmente. Nesse sentido, discutiremos os aportes teóricos desenvolvidos por Valente (2005) sobre o modelo de EaD, pautado na construção do conhecimento, denominado “Estar Junto Virtual”. Modelo esse, totalmente diferente dos modelos de EaD que comumente se encontra na maioria dos cursos oferecido, que são pautados na transmissão de informação, como é o caso do modelo Broadcast e Escola Virtual (VALENTE, 2005).

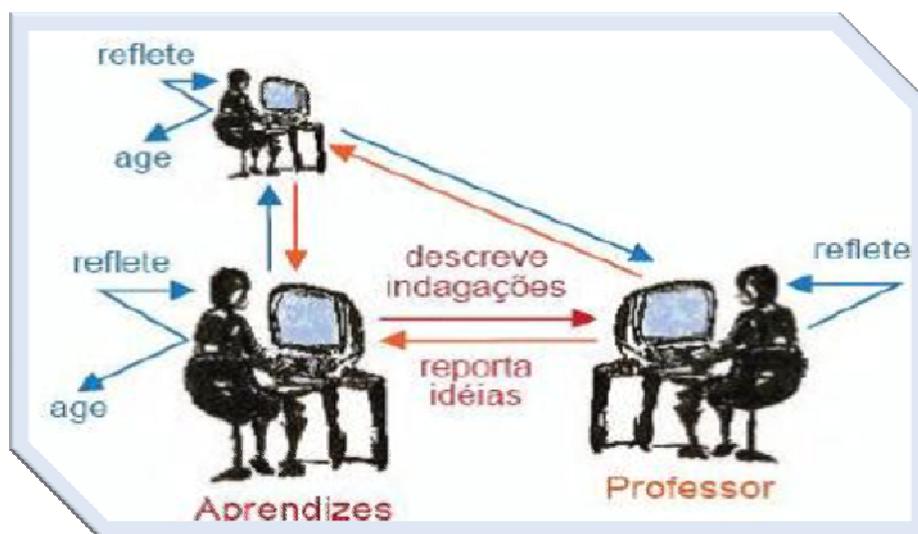
A abordagem “Estar Junto Virtual” é orientada pelos estudos sobre o construcionismo de Seymour Papert. Essa abordagem tem como foco a interação entre professor-aprendizes e entre os aprendizes. Segundo Valente (2005, p.4) as interações que ocorrem entre professor e alunos devem ser oportunizadas com ênfase na construção do conhecimento. “Isso somente pode acontecer quando o professor participa das atividades de planejamento, observação, reflexão e análise do trabalho que o aluno está realizando.”

Para que haja interação em cursos na modalidade EaD, não basta dispormos de tecnologias sofisticadas, é fundamental definir um modelo de EaD focada na interação. “[...] o sucesso do ensino e da aprendizagem nessa modalidade não depende apenas das tecnologias utilizadas, mas do modelo de EaD oferecido, da concepção de educação de todos os envolvidos no processo” (SCHERER, 2005, p. 34). Segundo Valente (2011), nesse modelo, exploram-se as potencialidades da TDIC para que o professor possa “estar junto”, acompanhando, interagindo, questionando seus alunos, em ambiente virtual.

A abordagem do “*Estar Junto Virtual*” apresenta características próprias de educação a distância, contribuindo para uma aprendizagem que também pode ser explicada por intermédio de uma espiral. O ponto central é que essa aprendizagem está fundamentada na reflexão sobre a própria atividade que o aprendiz realiza no seu contexto de vida ou ambiente de trabalho (VALENTE, 2005, p.85).

Dessa forma, é fundamental que se mantenha o ciclo de ações, que ocorre nas interações entre professor-alunos e entre os alunos. Na Figura 1, apresentamos o movimento proposto por Valente (2005) para o “Estar Junto Virtual”.

**Figura 1** – Ciclo de ações na abordagem “Estar Junto Virtual”



**Fonte:** Valente (2005, p.85).

O movimento proposto acontece da seguinte forma, diante de problema proposto pelo professor, ao grupo de alunos, esses podem reportar uma ideia ou questão ao professor e colegas. Ao receber esse registro, o professor e/ou aprendizes podem refletir e terão a oportunidade de compreender melhor o problema proposto, podendo questionar ou reportar novas ideias ao grupo, que possibilitam a reflexão. Pode-se entender o “reportar ideias”, como enviar um material em formato de vídeo ou imagens, questões, e considerações. O docente precisa propor questionamentos que desafiem os alunos para que estes vivenciem momentos de reflexão e aprendizagem. Nesse sentido, Valente (2005, p.86) ressalta que: os desequilíbrios e conflitos fornecidos pelo professor e por outros colegas têm a função de provocar o aprendiz para realizar as equilibrações em patamares majorantes, como proposto por Piaget.

As interações entre professor e aluno, que ocorrem no “Estar Junto Virtual” permitem ao professor conhecer melhor os processos de aprendizagem dos alunos e conseqüentemente fazer

inferências sobre o conhecimento em construção. Mas, para que o movimento proposto pelo “Estar Junto Virtual” aconteça se faz necessário que educadores e educandos sejam habitantes do AVA (SCHERER, 2005).

Para Scherer (2005, p.59-60), os habitantes dos ambientes virtuais são aqueles alunos e professores que “se responsabilizam pelas suas ações e pelas dos parceiros, buscando o entendimento mútuo, a ação comunicativa, o questionamento reconstrutivo; o habitante está sempre sendo parte (sentido dinâmico) do ambiente”. Sua presença não é despercebida, pois ele se faz presente naquele espaço. E sua presença se reflete, em suas observações, diálogos, questionamentos, produções, sugestões, ou seja, em todas suas ações. Os habitantes tendem a deixar sua marca onde habitam. Marcas de professor e/ou alunos que participam, que contribui para a aprendizagem do outro, que dialogam.

Segundo essa autora, um AVA que se caracteriza favorável para a construção de conhecimentos dos envolvidos no processo, é aquele em que as ações dos participantes são orientadas pela abordagem construcionista e todos assumem uma atitude de habitante do ambiente.

Mas, nos ambientes virtuais nem todos são habitantes, alguns assumem uma atitude de visitantes ou de transeunte.

**Os visitantes** são aqueles alunos (as) e professores (as) que participam do ambiente de aprendizagem com a intenção de visitar. As visitantes participaram apenas para observar o que estava acontecendo, sem se co-responsabilizar com o ambiente, com o outro, ou com a produção coletiva. Alguns deles chegam a colaborar, mas sem chegar a cooperar com o grupo, pois são parte (sentido estático, momentâneo) [...].(SCHERER, 2005, p.60).

Ao entrar em um fórum virtual de discussão, por exemplo, um visitante é considerado aquele que, posta mensagem, sem se importar com o que os demais colegas ou professor postou, às vezes lê e comenta algo sobre o que o outro (professor e/ ou aluno) postou, mas sem muito envolvimento. A produção coletiva não é uma preocupação de um visitante. Um visitante pode acessar o AVA por livre e espontânea vontade, na intenção de buscar alguma informação, e

outras vezes a visita pode dar por uma obrigação para obtenção de nota em uma disciplina ou curso, por exemplo.

Scherer (2005) apresenta ainda uma terceira atitude de educadores e educandos em AVA, a de transeunte.

Os transeuntes passam pelo ambiente em um ou mais momentos, às vezes param para observar, mas sem se deter em nenhum espaço em especial, sem se responsabilizar, sem apreender para si o ambiente, sem colaborar ou cooperar. [...] eles se relacionam alheios ao grupo e ao ambiente, pois são apenas passantes (p.60).

Dessa forma, apresentamos os aportes teóricos sobre o Estar Junto Virtual (VALENTE, 2005) e as atitudes de educadores e educandos em espaços virtuais de aprendizagem (SCHERER, 2005). Aportes esses que fundamentam a análise apresentada nesse artigo sobre a aprendizagem na/a partir interação de um aluno com a professora e/ou alunos em espaços virtuais, conforme apresentaremos a seguir.

### **Aprendizagem de Derivadas: ações do habitante “Leibniz” em espaços virtuais**

Ao falarmos de aprendizagem, falamos também de interação, pois a aprendizagem também pode acontecer na interação. Interação entre professor e aluno e entre alunos. Como ressalta Kenski (2002, p.258) [...]:

Interagir com o conhecimento e com as pessoas para aprender é fundamental. Para a transformação de um determinado grupo de informações em conhecimentos é preciso que estes sejam trabalhados, discutidos, comunicados. As trocas entre colegas, os múltiplos posicionamentos diante das informações disponíveis, os debates e as análises críticas auxiliam a sua compreensão e elaboração cognitiva. As múltiplas interações e trocas comunicativas entre parceiros do ato de aprender possibilitam que estes conhecimentos sejam permanentemente reconstruídos e reelaborados.

Se interação e aprendizagem caminham juntas, se faz importante a criação de espaços e situações que favorecem discussões, diálogos, debates, questionamentos tanto entre professor e

alunos, quanto entre alunos. Mas para que a aprendizagem na/a partir da interação ocorra é fundamental que o sujeito (professor ou/e aluno) mostre-se aberto a aprender com o outro, ou seja, “[...] se o sujeito não está aberto ao encontro com o outro, a se expor, a expor as suas proposições, ele não possibilita que o outro aprenda com ele” (SCHERER, 2005, p.106).

Dessa forma, neste artigo, apresentamos a interações de Leibnitz com a professora e com outros alunos em dois espaços virtuais: o AVA e o WhatsApp. A escolha pela análise do processo da aprendizagem e interações de Leibnitz se deu, pois, esse foi um dos alunos que mostrou-se aberto a aprender com o outro, sempre se posicionando diante de questionamentos, dialogando com outros alunos<sup>3</sup>.

Foram várias as produções e fóruns propostos aos alunos no período em que foram desenvolvidas as 6 horas a distância. Inicialmente apresentamos a Produção 4, em que se propunha uma atividade para explorar conteúdo relacionado a máximos e mínimos de funções: *“Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias varia de acordo com a função  $f(x)=12x-2x^2$ , em que  $x$  é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico e  $f(x)$  é a concentração de tal antibiótico no sangue. No GeoGebra, plote o gráfico da função  $f(x)=12x-2x^2$  e insira um ponto A sobre a curva que representa a função e mova o ponto, observando em quanto tempo a concentração de antibiótico atinge o nível máximo. No mesmo arquivo que você plotou a  $f(x)$ , plote também a  $f'(x)$ .”*

Após desenvolverem essa produção, os alunos deveriam discutir os resultados obtidos no Fórum 4 - “Dialogando sobre o problema do antibiótico”. Dessa forma, como pode ser observado no recorte seguinte, a professora<sup>4</sup> inicia um diálogo com o seguinte questionamento:

*Olá Pessoal*

*Agora que vocês já plotaram a  $f(x)=12x-2x^2$  e analisaram o movimento do ponto, quais as coordenadas do ponto que representa o tempo necessário para que o antibiótico atinja nível máximo de concentração no sangue dessas cobaias? E em quanto tempo atinge o nível mínimo de concentração? Qual o domínio válido dessa função na situação dada?*

*Vamos dialogando... (VANESSA, 02/12/2013).*

---

<sup>3</sup>Alunos participantes da pesquisa e que neste artigo foram identificados com os nomes fictícios: Cauchy, Euler, Torricelli e Bernoulli.

<sup>4</sup>Uma das autoras desse artigo.

Os primeiros a interagirem foram Euler e Cauchy:

*[...] o nível máximo de concentração em coordenadas foi (3,18), e o nível mínimo nas coordenadas (6,0), já o domínio será apenas onde a concentração for positiva ( $y>0$ ), ou seja, o domínio será de 0 a 6. (CAUCHY, 02/12/2013)*

*É noiz [ referindo-se a postagem feita por Cauchy].(EULER, 02/12/2013).*

Euler usou o termo “É noiz”, para dizer que concorda com aquilo que Cauchy disse, ou ainda que obteve os mesmos resultados na resolução da atividade proposta. “É noiz” é uma gíria popular que pode ser entendida como, uma resposta de forma afirmativa e enfática a um convite, feito por uma pessoa que lhe está próxima, ou que mantêm uma comunicação. Sendo assim, podemos entender que Euler obteve os mesmos resultados que Cauchy. Inferimos isso pelo fato de a postagem de Euler estar na sequência da do colega. Dando continuidade ao diálogo, Leibniz afirmou:

*[...] Concordo com as afirmações do Euler e Cauchy !! Ponto máximo de concentração é em (3,18). O mínimo é em (6,0) . E o domínio está relacionado aos valores no eixo x que condizem com a função, no caso concentração positiva. Este intervalo corresponde a [0,6]. (LEIBNIZ, 02/12/2013).*

Leibniz concordou com os colegas e justificou a sua proposição, que correspondia a deles. Ele atenta para ler/ ouvir os outros colegas que estão no ambiente, ou seja, “ao habitar os ambientes, os alunos percebem-se responsáveis pelo seu processo de aprendizagem e o do grupo [...]”. (SCHERER, 2005, p.202).

Como os alunos Euler, Cauchy e Leibniz afirmaram que o domínio para a função dada era o intervalo real  $[0,6]$ , e que o ponto de mínimo da função teria coordenadas (6,0). No papel de professora, também habitante do AVA, questionamo-los a fim de que eles retomassem sua atividade, com o objetivo de encontrarem o outro ponto de mínimo, cujas coordenadas eram (0,0). Afinal, o papel do professor na abordagem construcionista, mais especificamente no modelo de interação do “Estar Junto Virtual”, é oportunizar que o aluno construa conhecimento. A interação do professor com os alunos ocorre a fim de que o educador possa acompanhá-los e

orientá-los propondo desafios que os desequilibrem cognitivamente e assim oportunize a reflexão e aprendizagem. (VALENTE, 2005).

O diálogo então continuou no Fórum 4, a partir do questionamento da professora:

*Analisando as produções feitas e as postagens do Fórum, parece que todos concordam que o nível mínimo de concentração no sangue das cobaias acontece 6 horas após o início do processo. Sendo assim o ponto (6,0) é um ponto de mínimo. Considerando que vocês afirmam que o domínio da função que representa a situação é [0,6], então será que o ponto (6,0) é o único ponto de mínimo da função? [...]* (PROFESSORA VANESSA, 02/12/2013).

*[...] o outro ponto de mínimo é o (0,0), e a derivada da função no ponto 3 é 0 pois a reta tangente é paralela ao eixo x, e após esse ponto a função irá apenas decrescer conforme aumentarmos o valor de x. E no ponto 6 a derivada possui ordenada igual a -12.* (CAVALIERI, 02/12/2013).

*Como a  $f'(x)=12-4x$ , para  $x = 3$  temos  $f'(x)=0$ . Concordo com o que Cavalieri informou.* (LEIBNIZ, 02/12/2013).

Leibniz concordou com a afirmação de Cavalieri, aceitando que outro ponto de mínimo seria (0,0) e que a derivada da função para  $x=3$  era nula. Na entrevista feita com esse aluno tentamos compreender um pouco mais desse momento do Fórum 4 e questioná-lo sobre o porquê dele concordar com Cavalieri. Uma hipótese era a de que ele se manifestou a favor de Cavalieri, pelo fato deste ter sido o primeiro e único aluno a se manifestar com relação ao questionamento proposto até aquele momento. Durante a entrevista, Leibniz afirmou que:

**Leibniz:** *Nesse Fórum [referindo-se ao Fórum 4], eu não tinha visto que tinha dois pontos de mínimos. Só percebi quando a senhora [referindo-se a mim como professora] perguntou se só tinha um ponto de mínimo, daí que a ficha caiu. Eu peguei a atividade e fui olhar, e aí eu vi que como o domínio era entre 0 e 6 fechado, então o ponto (0,0) também era ponto de mínimo.*

Pela justificativa de Leibniz, podemos concluir que a partir do questionamento da professora, ele retomou sua atividade, refletiu sobre ela e apresentou uma nova solução, anulando nossa hipótese inicial. Nessa fala, evidencia-se que o aluno vivenciou o “Estar Junto Virtual” proposto por Valente (2005), pois a partir de uma intervenção feita pela professora o aluno retomou sua produção, refletiu sobre ela e encontrou uma nova solução. No movimento proposto

pelo “Estar Junto Virtual” (VALENTE, 2005), reportamos ideias (ou questionamentos), o aprendiz reflete e age, enviando ao Fórum uma nova proposição.

Além de estudo sobre a determinação de Máximos e Mínimos de função, conceito envolvido na discussão do Fórum 4, propomos também a produção e discussão sobre a Regra de L’Hospital. Apresentaremos a seguir como se deu esse estudo e como Leibniz evidencia sua aprendizagem na/ partir da interação.

Iniciamos argumentando que, Leibniz estava cursando a disciplina de Cálculo I pela segunda vez, e cursava no mesmo semestre letivo a disciplina de Cálculo II, sendo assim, ele poderia lembrar-se de algo sobre esse conteúdo, já que mesmo tendo reprovado, havia participado da disciplina de Cálculo I em outro semestre. Nesse sentido, ao ser questionado na entrevista sobre os estudos realizados sobre regra de L’Hospital, ele comentou:

*Leibniz: As primeiras atividades que foi sobre a regra de L’Hospital foram as mais fáceis, porque eu já tinha visto. Só que eu não percebi logo de cara. Na verdade, só me toquei que era a regra de L’Hospital no finalzinho do Fórum. Eu já tinha visto a regra outra vez que fiz Cálculo, mas dessa fez foi diferente, totalmente diferente.*

*Pesquisadora: Por que foi diferente?*

*Leibniz: Porque eu entendi a regra de verdade, eu vi no gráfico. Eu fiz os gráficos e analisei e daí eu conclui que os limites eram os mesmos. E agora eu vejo como ela é útil. E eu sei usá-la.*

Pela afirmação de Leibniz, podemos considerar que ele reconstruiu conhecimentos sobre a regra de L’Hospital ao interagir com os colegas no AVA e realizar as produções propostas. Para analisar um pouco mais desse processo de aprendizagem, ressaltamos a atividade proposta na *Produção 1: No GeoGebra plote o gráfico da função  $H(x)=f(x)/g(x)$ . Sendo  $f(x)=4x^3+x^2+3$  e  $g(x)=x^5+1$ . Em seguida, marque um ponto A sobre a curva que representa a função  $H(x)$  e o mova para identificar o valor de  $H(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$ . Da mesma forma plote o gráfico da função  $P(x)=f'(x)/g'(x)$ , marque um ponto B sobre a curva que representa a função  $P(x)$  e o mova para identificar o valor de  $P(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$ .*

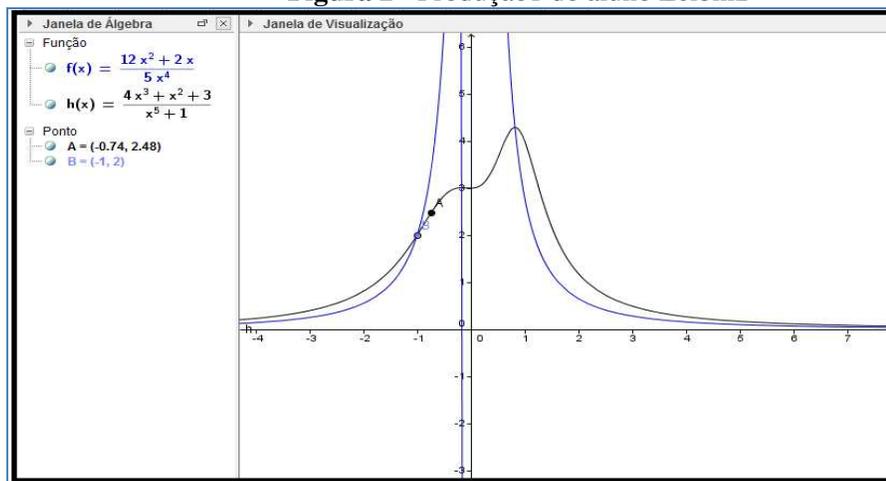
Após a realização da Produção 1, a continuidade dos estudos ocorria no Fórum 1: “Dialogando sobre os gráficos das funções  $H(x)$  e  $P(x)$ ”. Vamos recuperar alguns trechos do Fórum 1, em que o Leibniz interagiu com o grupo e a professora:

[...] O que vocês observaram nas representações gráficas das funções, em relação ao limite da função  $P(x)$  e da função  $H(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$ , ao mover os pontos das curvas? [...] ( PROFESSORA VANESSA, 21/11/2013).

[...] Verifiquei que na função  $h(x)$  e na  $p(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$  tanto pela direita como pela esquerda o valor do limite é 2 (LEIBNIZ, 25/11/2013).

Na Figura 2 apresentamos a Produção 1de Leibniz encaminhada para o AVA e que orientou as suas conclusões no Fórum.

**Figura 2** - Produção1 do aluno Leibniz



**Fonte:** Dados da pesquisa

Acompanhando e analisando a produção de Leibniz, a professora observou que ela estava correta e que ele inseriu os pontos sobre as curvas e provavelmente observou o movimento proposto. Assim, a partir de sua afirmação e de outros colegas, a professora desafiou a todos para refletirem sobre suas produções e a relação dessas com outros cálculos:

[...] gostaria que vocês calculassem o limite por meio da substituição direta, tanto na  $H(x)$ , quanto na  $P(x)$ . E tragam os resultados para debatermos aqui. (PROFESSORA VANESSA, 26/11/2013).

Por tratar de funções polinomiais podemos substituir  $-1$  direto na função. Na função  $h(x)$  há uma indeterminação  $0/0$  e através da regra de L'Hospital podemos derivar a função caindo exatamente na função  $p(x)$ . Assim substituímos  $-1$  em  $p(x)$  obtendo 2 como resultado. Limites de  $h(x)$  e  $p(x)$  são equivalentes. (LEIBNIZ, 26/11/201)

O recorte do fórum acima confirma que Leibniz já conhecia a Regra de L'Hospital. Mas, o que podemos afirmar pelos dados da entrevista é que mesmo ele conhecendo a regra, proposta realizada na pesquisa foi diferente da vivenciada por ele anteriormente, e sendo assim o processo de aprendizagem se deu de forma diferente. O aluno produziu, investigou e analisou a atividade proposta, ele pôs a “mão na massa” para produzir conhecimento, e essa pode ter sido uma das diferenças. “Em um ambiente construcionista, o papel principal é do aluno, ele tem voz e coloca ‘a mão na massa’”. (VALENTE, 2005, p.34), e assim ele vai aprendendo. Vejamos então o que Leibniz afirma sobre esse conteúdo após as discussões do Fórum 1, e a leitura do material didático, que nos dá indícios de sua aprendizagem.

*Boa Noite Prof. Vanessa! Bom, concordo com a maioria do pessoal, a regra de L'Hospital facilita muito o Cálculo de limites quando há indeterminação, por exemplo,  $0/0$  e infinito/infinito. Percebe-se também que para usar a regra é necessário que a função esteja em termo de quocientes para aplicar uma derivada nas duas partes. Outra coisa também, é possível verificar que se uma indeterminação continuar após derivar uma vez (aplicar a regra uma vez), pode-se aplicar novamente até fugir da indeterminação (LEIBNIZ, 30/11/2013, 23:50).*

Podemos afirmar que Leibniz (re)construiu conhecimento sobre a Regra de L'Hospital e essa (re)construção foi oportunizada pela proposta de estudo na disciplina de Cálculo I pautada em uma abordagem construcionista, ao interagir com a professora e com o colegas nos fóruns, no WhatsApp e também presencialmente, conforme a recorte da entrevista que apresentamos a seguir. Ter voz, poder falar, se comunicar, dar sua opinião, tudo isso foi possível no AVA, segundo o que mencionou Leibniz na entrevista:

*Leibniz: Eu nunca desenvolvia as atividades sozinho, sempre estava conversando com meus colegas, principalmente a minha turma [referindo-se aos alunos do curso de engenharia]. Nós criamos um grupo no WhatsApp e discutimos todas as atividades, um perguntava: você fez essa? Como você fez? Me explica melhor e assim a gente foi estudando. E não era só dúvida com relação à atividade não, a gente discutia bastante sobre o conteúdo também, porque o conteúdo já é difícil e sozinho não dá para aprender mesmo. Sempre eu conversava com meus colegas porque às vezes ele sabe alguma coisa que eu não sei, ou eu sei alguma coisa que ele não sabe. Assim um ensina o outro.[...] Os diálogos nos fóruns foram algo totalmente novo para mim, no primeiro, por exemplo, eu não fazia a mínima ideia como falar, eu achei que era apenas para responder aquilo que a senhora [referindo-se a professora] questionava. Mas depois eu fui pegando o jeito e daí que eu percebi que aquilo era uma conversa, que a gente tinha liberdade para*

*concordar ou discordar com os colegas. E também o jeito como a gente fala lá é legal, a gente pode usar o nosso linguajar do dia-a-dia. Eu me lembro de uma postagem que alguém disse “é nois”. Na hora que eu vi eu queria ter postado o mesmo, mas fiquei com vergonha e achei que a senhora ia chamar atenção depois por causa daquilo. E aquele dia que a senhora disse na aula [encontro presencial] que “é noiz”, era um linguajar nosso e que aquele simples “É noiz” queira dizer muita coisa, dizer que você também acha aquilo, que concorda com o colega. Essa liberdade que a senhora deu para gente foi o máximo, parece que a gente foi aprendendo juntos. Sabe?*

A fala de Leibniz revela como foi acontecendo o seu processo de aprendizagem na interação com os colegas e professora, quando ele afirma: “eu nunca desenvolvia as atividades sozinho”. Ele deixa claro que ele dialogava com os demais colegas, eles discutiam, concordavam, discordavam, explicavam, em um movimento contínuo em diferentes espaços, a partir dos estudos realizados no AVA da disciplina.

Pelo recorte da entrevista destaca-se a importância da liberdade de expressão dos alunos, ao estarem diante de um espaço no qual eles podem falar sobre suas certezas e dúvidas. Ele comenta sobre o AVA como um lugar onde teve oportunidade de entender e ser entendido usando um linguajar próprio dos usuários (alunos). E foi com essa intenção que organizamos e propomos o uso do AVA, pois esperávamos que esse fosse um lugar de diálogo, interação, em busca do entendimento mútuo, de liberdade e de aprendizagem. Um lugar que não fosse “de passagem ou de visita”, mas um lugar que fosse “habitado”. “Com a intenção de tornar o espaço virtual um ambiente ‘habitado’ e não um espaço de passagem, ao construí-lo temos de usar o diálogo, a comunicação, como materiais essenciais para a obra que se cria.” (SCHERER, 2005, p.50).

Leibniz comentou ainda na entrevista sobre um grupo que usava o WhatsApp para discussão de produções e conteúdos da disciplina de Cálculo I. Esse grupo recebeu o nome de Calcambi<sup>5</sup> e foi criado por alunos do curso de engenharia que realizavam a disciplina (a disciplina foi ofertada em um curso de Licenciatura em Matemática). Fizeram parte desse grupo cinco alunos da turma, identificados como: Leibniz, Euler, Cauchy e Torricelli e Bernoulli.

Como ficamos sabendo desse grupo apenas no momento das entrevistas, após as ações no AVA, acabamos por não acompanhar esse processo de aprendizagem com mais uma tecnologia

---

<sup>5</sup>Segundo Leibniz, que foi o administrador desse espaço, o nome do grupo representa uma composição entre Cálculo e ambiental, em homenagem ao nome da disciplina e o curso de Engenharia Ambiental.

digital, ficando a interação restrita aos alunos. Mas, optamos por analisar, nesse artigo, alguns registros realizados a partir dessa tecnologia.

A seguir apresentamos um diálogo ocorrido pelo WhatsApp entre os alunos Leibniz, Cauchy, Torricelli e Euler sobre a regra de L' Hospital. Em meio às discussões do grupo surgiu uma dúvida sobre o porquê do ponto inserido sobre a curva da função  $H$  sumir quando se parava o movimento do mouse em  $x = -1$  (referente Produção 1, apresentada anteriormente).

**Leibniz:** *E o que vc observou na  $H$  Cauchy?*

**Cauchy:** *O limite é o mesmo, 2, eu só não sei se isso vale sempre.*

**Euler:** *O Cauchy vc que fez o seu ponto sumiu na hora que passa pelo  $-1$  na  $H$ .?*

**Euler:** *Pq eu não consegui entende pq some? Será q é problema do GeoGebra?*

**Cauchy:** *Deixa eu ver o meu...*

**Toricelli:** *O meu some também cara.*

**Toricelli:** *Mas é só  $H$  que some na  $P$  não.*

**Toricelli:** *Dai tem que colocar outro ponto.*

**Euler:** *Mas pq q some? (9:02 AM)*

**Cauchy:** *Ah é verdade se parar bem em cima do  $-1$  some mesmo. Eu acho que é pq esse ponto não existe.*

**Leibniz:** *Hum?*

**Cauchy:** *Ah é isso mesmo, pq se agente substituir o  $-1$  na função da zero sobre zero, dai a função não tá definida. Bom eu acho que é isso? Pq na  $P$  não some o ponto e também não da zero sobre zero.*

**Leibniz:** *Ah agora eu entendi. Acho que é por isso mesmo. Pq assim se a função não tá definida p aquele ponto não faz sentido mesmo o ponto para ali.*

**Euler:** *É noizzz.*

**Euler:** *Oh mais a professora perguntou sobre os limites, então eu acho que na  $H$  não existe né e na  $P$  é  $-1$ . Certo?*

**Cauchy:** *Pq?*

**Leibniz:** *Eu acho q não, pq a função pode não tá definida p um ponto mas se os limites laterais for igual, então existe o limite.*

**Cauchy:** *É noiz Leibniz*

**Cauchy:** *Isso ai que vc tá falando Euler, não é aquela condição de continuidade. Que diz q tem q existir o limite no ponto e ser iguais os limites laterais.*

**Euler:** *ah é mesmo. Mas eu ainda não aceito que se a função não esta definida p aquele ponto então ela não existe.*

**Leibniz:** *Pensa assim o Euler, o que é o limite?*

**Euler:** *A ideia de tender né.*

**Leibniz:** *Por exemplo assim se aquela função que é de duas , tipo assim  $y=x$  se  $x$  maior q  $1$  e sei lá  $y=2$  se  $x$  for menor ou igual a  $1$ . Existe o limite quando  $x$  tende a  $2$ ?*

**Euler:** *Não! Por que os limites laterais são diferentes um é  $1$  e outro é  $2$ ?*

**Cauchy:** *Então e na  $H$ ?*

**Euler:** *Na  $h$  é o mesmo  $2$  né. Então existe.*

**Toricelli:** *Esse Leibniz tá quase um professor heinnnn. Vc se acha hein!!!!.*

**Cauchy:** *Oh mais eu tava pensando outra coisa. O que será q a profa quer com essa atividade. Pq assim o limite é o mesmo, mas aí eu fico pensando assim....sempre vale. Vc me entendeu?*

**Cauchy:** *Tipo assim qualquer função se eu pegar a divisão da derivada o limite é o mesmo. Pq isso também da certo na do Fórum 2 da V e R.*

**Leibniz:** *Se fosse assim as funções era as mesma. Para ver isso é sópegar a função H e P e analisar o limite p  $x=-2$ . É o mesmo?*

**Cauchy:** *Ah é verdade, putzzzzzzzzzz só vale p -1.*

**Torricelli:** *A pergunta é pq o -1?*

**Leibniz:** *Eu acho q é por causa do zero sobre zero.*

**Cauchy:** *É noizzzzz Leibniz*

**Cauchy:** *Deve ser isso mesmo, porque na outra do Fórum 2 também da indeterminação.*

O que observamos ao ler esse diálogo é a riqueza de interações e o processo de aprendizagem do grupo a partir de um desafio lançado no AVA. Esse espaço virtual, criado pelos próprios alunos, se constituiu um lócus de aprendizagem, em um movimento de comunicação síncrono, articulado com o assíncrono dos fóruns do AVA.

A discussão sobre o sumiço do ponto fez com que os alunos conjecturassem, refletissem e concluíssem que esse desaparecimento se deu pelo fato de na primeira função se ter uma indeterminação e na segunda não. Essa observação é fundamental para o entendimento da Regra de L'Hospital, pois justifica a possibilidade de uso da regra para solução de cálculo de limite.

Ao observar o processo de aprendizagem de Leibniz, que também habitou o espaço do WhatsApp, esse dialogou com Euler sobre o fato de que se uma função não estiver definida para um  $x_1$  qualquer do domínio, não necessariamente o limite quando  $x \rightarrow x_1$  não existe, como fora afirmado por Euler. Leibniz perguntou a Euler se a função  $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$  tem limite quando  $x$  tende a 1. Ele parece fazer essa afirmação com o objetivo de possibilitar que Euler duvide de sua afirmação. E com isso Euler percebeu que nesse caso os limites laterais eram diferentes e por isso o limite da função quando  $x$  tende a 1 não existia, porém para a função H, proposta na atividade da disciplina, os limites laterais eram os mesmos, sendo assim o limite da função H quando  $x$  tende a -1 existia.

Nessa interação entre Leibniz e Euler, e desses com os demais colegas do grupo, observamos diferentes momentos de reflexão e aprendizagem, como, por exemplo, quando Cauchy afirmou que o sumiço do ponto se justifica pela indeterminação da função em  $x = -1$  e

com isso Leibniz afirmou: *“Ah agora eu entendi. Acho que é por isso mesmo. Pq assim se a função não tá definida p aquele ponto não faz sentido mesmo o ponto pará ali.”*

Do recorte de diálogo apresentado salientamos que essa discussão possibilitou a esses alunos refletirem e concluírem que os limites das funções solicitados na produção 1 assumiam o mesmo valor quando  $x$  tende a  $-1$ , e que essa característica estava relacionada à indeterminação apresentada na função original. Ou seja, com esse diálogo inferimos que os alunos conjecturam sobre o uso da regra de L'Hospital e foi evidenciado por falas como: *Eu acho q não, pq a função pode não tá definida p um ponto mas se os limites laterais for igual, então existe o limite; Tipo assim qualquer função se eu pegar a divisão da derivada o limite é o mesmo? Pq isso também da certo na do Fórum 2 da V e R; dentre outras.*

E assim finalizamos a análise de dados sobre a aprendizagem na/a partir da interação do aluno Leibniz, que mostrou atitude de habitante (SCHERER, 2005) do AVA e do WhatsApp, evidenciando possibilidades de aprendizagem na interação em ambientes virtuais.

### **Algumas Considerações**

A partir dos dados analisados concluímos que Leibniz, ao assumir atitude de habitante no AVA e no WhatsApp, vivenciou momentos de aprendizagem que emergiram na/a partir da interação entre professores e alunos e entre os alunos.

Leibniz se mostrou aberto a aprender com o outro, seja com a professora ou com os seus colegas. Foi um aluno que esteve junto com o grupo, propondo, questionando, desafiando, contrapondo, dialogando. O fato de habitar do AVA, fez com que ele exercesse um papel importante na aprendizagem de visitantes e transeuntes do AVA, ao interagirem com ele no WhatsApp. Essa conclusão é baseada no fato de alguns questionamentos lançados pela professora no AVA terem sido levados ao grupo do WhatsApp por Leibniz, que habitava os dois espaços virtuais.

Por fim consideramos que o ambiente construcionista criado para a pesquisa foi um espaço no qual Leibniz e os demais alunos, tiveram liberdade para falar, questionar, propor,

contrapor, dialogar, agir e produzir, ou seja, possibilitou a esses alunos momentos de aprendizagem.

As ações da professora também implicaram em possibilidades de aprendizagem para Leibniz, pois contribuíram para que ele vivenciasse momentos de reflexão, de estudo, investigação, de questionamentos de suas certezas. A professora ao não fornecer respostas e desafiar para o levantamento e confirmação de conjecturas e proposições, oportunizou que alunos aprendessem em uma perspectiva de construção de conhecimento.

Com relação ao WhatsApp, esse é um espaço virtual ainda pouco explorado em pesquisas do campo da Educação e Educação Matemática, e o que consideramos é que se constituiu um espaço de aprendizagem na/a partir da interação entre os alunos da disciplina de Cálculo I. Um espaço organizado por eles, e que evidenciou momentos de diálogos e estudo que favoreceram a aprendizagem, não só de Leibniz, cujos dados analisamos neste artigo, mas também de outros alunos que interagiram com o grupo. Dessa forma, consideramos que esse espaço virtual se constituiu um ambiente de aprendizagem com potencialidades que merecem ser exploradas em pesquisas da área.

A partir dos dados analisados consideramos que as possibilidades de aprendizagem na disciplina de Cálculo I, em ações de interação em espaços virtuais, estão relacionadas com a atitude assumida tanto pela professora, quanto pelos alunos no AVA e no WhatsApp. O que se observou é que os habitantes, ao interagirem em espaços virtuais, aprenderam e contribuíram com a aprendizagem de outros alunos.

O modelo de EaD orientado por ações que favorecem a construção de conhecimento e vivenciado durante a pesquisa, também implicou em possibilidade de aprendizagem na/a partir da interação, pois se constituiu um modelo em que a interação entre alunos e professora, e entre alunos, teve por objetivo favorecer processos de aprendizagem. Ou seja, a aprendizagem ocorreu na e a partir da interação entre sujeitos e entre esses e o objeto em estudo.

#### **Notas**

\*Mestre em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/ UFMS. Email: vanufms@gmail.com.

\*\*Doutora em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/UFMS. Email: susche@gmail.com.

## Referências

- BRASIL. **Decreto n. 5.622 de 19 de dezembro de 2005**. Publicação eletrônica. Brasília, DF, 2005. Disponível em: <<https://www.planalto.gov.br/legislações/leis>>. Acesso em: 04 mai. 2014.
- BOYER, Carl Benjamin. **História do Cálculo**. São Paulo: Atual, 1992.
- CABRAL, T. C.; CATAPANI, E. Imagens e olhares em uma disciplina de Cálculo em serviço. **Zetetiké Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v.11, n.19, p. 101-116, jun. 2003.
- KENSKI, V. M. Processos de interação e comunicação no ensino mediados pelas tecnologias. In: ROSA, D; SOUZA, V. (Org.). **Didática e práticas de ensino: interfaces com diferentes saberes e lugares formativos**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002. p.254-264.
- LACHINI, J. Subsídios para explicar o fracasso de alunos em Cálculo. In: LAUDARES, J. B; LACHINI, J. (Org.). **Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo**. Belo Horizonte: FUMARC, 2001, p. 146-190.
- MALTEMPI, M. V. Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: Reflexões e Perspectivas. In: V CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIBEM),5, 2005, Portugal. **Anais eletrônicos...** Porto: Portugal. 2005. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/Publicacao/Maltempi-cibem.pdf>>. Acesso em: 22 jul. 2014.
- MORELATTI, M. R. M. **Criando um ambiente construcionista de Aprendizagem em cálculo diferencial e integral I**. Tese de doutorado em Educação - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.
- PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artmed, 2008.
- SCHERER, S. **Uma Estética Possível para a Educação Bimodal: aprendizagem e comunicação em ambientes presenciais e virtuais**. Tese de doutorado em Educação – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.
- VALENTE, José Armando. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

\_\_\_\_\_. **A Espiral da Espiral de Aprendizagem:** o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. Tese de Livre Docência – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo, 2005.

\_\_\_\_\_. **Educação a distância:** criando abordagens educacionais que possibilitam a construção de conhecimento. In: ARANTES, Valéria Amorim (Org.). Educação a distância: pontos e contrapontos. São Paulo: Summus, 2011.

**Recebido em: Fevereiro de 2015**  
**Aprovado em: Dezembro de 2015**