

REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.26.197-221>

Jefferson Dagmar Pessoa Brandão¹
Iracema Campos Cusati²

Resumo: Este artigo apresenta uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) de pesquisas no contexto da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard e do conceito matemático de Função. O questionamento que conduziu o estudo foi: quais as contribuições da TAD nas investigações que adotaram o conceito de função como objeto de pesquisa? Apoiados na RSL, modalidade de investigação conduzida por critérios específicos que propõe sintetizar um grande corpus documental, são expostas as bases escolhidas, a delimitação da questão, a elaboração das estratégias de busca, a seleção dos documentos e a sistematização dos resultados. A composição dessa sistematização foi organizada com as seguintes categorias: objeto, aporte teórico, metodologia de pesquisa e principais resultados encontrados de cada trabalho estudado. São analisadas, entre teses, dissertações e artigos revisados por pares, vinte pesquisas oriundas de busca no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e no portal de periódicos SciELO. Observou-se que a TAD é uma teoria que tem sido cada vez mais abordada por contribuir para os estudos na Educação Matemática, sobretudo na análise praxeológica de conceitos matemáticos. As pesquisas examinadas apresentam a relevância da TAD na análise de livros didáticos, na observação de aulas, na utilização de recursos tecnológicos e na proposta de um Percorso de Estudo e Pesquisa (PEP).

Palavras-chave: Revisão Sistemática de Literatura. Teoria Antropológica do Didático. Conceito de Função.

SYSTEMATIC REVIEW OF THE LITERATURE ON THE CONCEPT OF FUNCTION BASED ON THE ANTHROPOLOGICAL THEORY OF THE DIDACTIC

Abstract: This article presents a Systematic Literature Review (RSL) of research in the context of Chevallard's Anthropological Theory of Didactics (ADT) and the mathematical concept of Function. The question that led to the review was: What are the contributions of TAD in investigations that adopted the concept of function as an object of research? Relying on RSL, a research modality that is conducted by specific criteria and that proposes to present a synthesis of a large documentary corpus, the chosen bases are exposed, the delimitation of the question, the elaboration of search strategies, the selection of documents and the systematization of the results. The composition of the systematization was organized with the following categories: object, theoretical contribution, research methodology and the main results found for each research studied. Among these, dissertations and peer-reviewed articles, twenty researches originated from searches in the CAPES Theses and Dissertations catalog and in the SciELO journal portal are analyzed. It was observed that TAD is a theory that has been increasingly approached for contributing to studies in Mathematics Education, especially in the praxeological analysis of mathematical concepts. The examined researches show the relevance of TAD in the analysis of textbooks, in the observation of classes, in the use of technological resources and in the proposal of a Study and Research Path (PEP).

Keywords: Systematic Literature Review. Anthropological Theory of Didactics. Function Concept.

¹ Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. Docente do Instituto Federal da Paraíba – IFPB. E-mail: jefferson.brandao@ifpb.edu.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5958-2576>.

² Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo - USP. Docente permanente do PPGFPPI/UEP Campus Petrolina e do EDUMATEC/UFPE. E-mail: iracema.cusati@ufpe.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4812-8412>.

Introdução

Segundo Brizola e Fantin (2016), a revisão de literatura consiste em mapear e sistematizar estudos que abordam determinado assunto, a fim de auxiliar em duas vertentes: a primeira com a finalidade de ter clareza acerca das principais questões teórico-metodológicas do tema da pesquisa, e a segunda direcionada à composição do trabalho que servirá para conhecer o que foi investigado sobre o tema nos anos anteriores ao estudo atual.

Para Galvão e Ricarte (2019), a Revisão Sistemática da Literatura (RSL) é uma modalidade de pesquisa científica composta por objetivos próprios, problematização, metodologia, resultados e conclusão. O que significa dizer que ela vai além de uma revisão de literatura usual, pois segue protocolos específicos visando a apresentar uma logicidade a um grande conjunto de pesquisas. Logo, é uma forma de investigação científica metódica que utiliza como fonte de dados a literatura sobre determinado tema. Desse modo, a RSL é caracterizada por uma análise minuciosa da literatura selecionada, se desenvolvendo mediante uma estratégia de busca com critério de inclusão e exclusão.

Neste estudo, optou-se por seguir as cinco etapas descritas por Galvão e Ricarte (2019) para compor o desenvolvimento da revisão, sendo elas: delimitação da questão a ser tratada na revisão, seleção das bases de dados, elaboração de estratégias para busca avançada, escolha de textos e sistematização dos resultados. As quatro primeiras compõem o método utilizado e a quinta é caracterizada pela sistematização explicitada na apresentação da discussão das pesquisas e suas respectivas análises.

A investigação aqui apresentada foi delimitada pela seleção das pesquisas que abordam o conceito de Função utilizando a Teoria Antropológica do Didático (TAD) como recurso de análise, tendo como objetivo geral identificar as contribuições da TAD nas investigações que adotaram o conceito de Função como objeto de pesquisa.

Após essas considerações iniciais, a seguir é apresentado o percurso metodológico utilizado para definição, escolha e análise dos vinte textos selecionados em função do objeto de estudo e dos critérios metodológicos para RSL. Também se expõe um esboço analítico com conclusões dos textos selecionados.

Percurso metodológico

Para executar as etapas da RSL, é premente definir o objetivo da revisão. Neste caso, é identificar quais as contribuições da TAD nas investigações que adotaram o conceito de Função

como objeto de pesquisa. Apresenta-se a interconexão entre o conceito de Função e a TAD, identificando como ele é abordado, quais os aspectos da teoria são utilizados nas pesquisas e como são usados por meio do levantamento de pesquisas (teses, dissertações e artigos de periódicos) sobre a temática investigada.

Na atualidade, tanto no cenário nacional como internacional, têm-se várias pesquisas que tratam sobre a Didática da Matemática de influência francesa, destacando as que usam a TAD. No caso da presente RSL, tem-se como norte essa teoria, e, para delimitar a quantidade de trabalhos considerados, buscou-se convergir com as pesquisas que tratavam do conceito de Função.

Para atender as etapas definidas por Galvão e Ricarte (2019), na primeira, que é relativa à delimitação da questão a ser tratada, buscou-se compreender quais as contribuições da TAD nas investigações que adotaram o conceito de Função como objeto de pesquisa.

Na segunda etapa, acerca dos bancos de dados consultados, recorreremos ao Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e ao *Scientific Electronic Library Online* (SciELO).

A terceira etapa foi da elaboração de estratégias para busca avançada. Nesse sentido, as estratégias iniciais partiram da definição dos termos de busca nas bases selecionadas e os descritores utilizados combinaram as palavras: “Teoria Antropológica do Didático”, “Transposição Didática”, “Didática da Matemática”, “Conceito de função”, “Matemática” e “Livro didático”. Foram usadas as expressões utilizando o português e o inglês pois, em alguns casos, com a alteração do idioma de tradução, a quantidade de resultados era diferente.

Para o cruzamento das palavras-chave, utilizou-se os booleanos³ “AND” e “OR”, e cada descritor escolhido foi colocado entre aspas para que aparecessem os termos exatos. Nas dissertações e teses, foram selecionados textos que contivessem o conceito de Função como conteúdo investigado, combinado com Transposição Didática e TAD. Já na SciELO, incidiu acréscimo ao critério anterior, focando trabalhos que investigassem o livro didático à luz da Transposição Didática e/ou TAD, isso porque a busca com os termos anteriores retornou apenas três artigos.

A quarta etapa consistiu na seleção de textos, iniciada com a lista de dissertações e teses encontradas no Catálogo da CAPES. Nele, obtivemos setenta resultados, entre os quais selecionamos vinte e quatro sob um critério de exclusão para remover trabalhos repetidos tanto com o uso dos booleanos quanto pela permuta das palavras. Outro critério utilizado visou à

³ Os Operadores Booleanos atuam como palavras que informam ao sistema de busca como combinar os termos de sua pesquisa. São eles: AND, OR e NOT, significando, respectivamente, E, OU e NÃO. A fim de facilitar a visualização da busca, é importante que estes sejam escritos em letras maiúsculas.

retirada dos trabalhos que não identificavam o uso do conceito de Função no título e no resumo, o que eliminou nove pesquisas acerca do ciclo trigonométrico, operações elementares, área de figuras geométricas, conceito de números, entre outros temas. O último critério excluiu trabalhos defendidos antes do ano 2013, por levar em consideração a implantação da plataforma Sucupira, bem como o marco da primeira publicação brasileira que adotou as cinco grandes ideias essenciais para o desenvolvimento do conceito de função de Conney, Beckmann e Lloyd (2010), com corpus teórico de uma pesquisa maior em desenvolvimento. Dessa maneira, foram retirados mais dois trabalhos. Já para a busca na SciELO, a opção foi não delimitar o marco de tempo e ampliar a pesquisa devido aos poucos textos encontrados.

Após a utilização dos critérios de busca e exclusão, treze trabalhos foram tomados para a RSL, sendo quatro teses de doutorado, e as demais dissertações de mestrado.

Destaca-se que nos anos de 2013 e 2018 não houve defesa de dissertações e teses relacionadas à temática em análise aqui, em 2016 houve três dissertações apresentadas e 2019 teve duas teses. As instituições nas quais os trabalhos foram defendidos são: PUC/SP, UFRPE e a UFBA, estas com duas publicações; enquanto os demais se desenvolveram na UFJF, UNIAN, UFOPA, UESC, UFPE, UFPA e UEPB.

Na SciELO, utilizando os critérios de exclusão, foram considerados sete artigos dos dezesseis encontrados. A exclusão ocorreu nos trabalhos repetidos, nos que eram artigos frutos das dissertações e teses da base anterior, e nos que não estavam inseridos nas investigações da Educação Matemática. Selecionou-se não apenas os artigos que abordavam do conceito de Função, mas também aqueles sobre outros conteúdos (Equação Polinomial do Primeiro Grau; Noções de Química e Expressões Numéricas), desde que tivessem Transposição Didática, TAD e livro didático como aporte teórico ou metodológico no trabalho. Essa decisão foi necessária porque ao delimitar o conceito de Função restou apenas três artigos, então, mesmo Função sendo o conceito foco, acredita-se que isso permitiu ajudar a responder quais as contribuições da TAD nas pesquisas, conforme é apresentado o resultado no quadro 1 a seguir.



Quadro 1: Distribuição de teses, dissertações e artigos por ano.

| Ano | Número de Tese | Número de Dissertações | Número de artigos |
|-------|----------------|------------------------|-------------------|
| 2006 | --- | --- | 01 |
| 2010 | --- | --- | 01 |
| 2011 | --- | --- | 01 |
| 2013 | --- | --- | 01 |
| 2014 | 01 | 01 | --- |
| 2015 | --- | 02 | --- |
| 2016 | --- | 03 | --- |
| 2017 | 01 | 01 | --- |
| 2019 | 02 | --- | 02 |
| 2020 | --- | 02 | 01 |
| Total | 04 | 09 | 07 |

Fonte: Construída pelos autores

Cumpridas as quatro primeiras etapas propostas por Galvão e Ricarte (2019) para RSL, adentra-se na última de sistematização das informações encontradas, destacando as categorias previamente determinadas: objetivo, aspectos da TAD, metodologia de pesquisa e resultados alcançados, com o intuito de responder à questão definida para o artigo. E para tanto, realizou-se uma leitura minuciosa de três partes das pesquisas selecionadas, a saber: o resumo, a introdução e as considerações finais, além de uma leitura flutuante das outras partes do material.

Sistematização de informações: dissertações e teses

Iniciando o processo de organizar as informações levantadas, trabalhou-se a pesquisa de Campos (2014), que teve como objetivo investigar se as questões de matemática contextualizadas com situações do cotidiano e/ou de outras áreas do conhecimento (questões de contexto cotidiano ou interdisciplinar) podem ser mais eficazes atingindo positivamente uma parcela maior de alunos com relação à aprendizagem dessa disciplina. Além disso, também avaliou se os estudantes desenvolveram mais ou alguma sensibilidade numérica.

A pesquisa foi justificada pela mudança do vestibular clássico para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) para ingresso nos cursos superiores, e seu quadro teórico constituiu-se da TAD com uso da praxeologia matemática e sensibilidade numérica (numeracy) de Ubiratan D'Ambrósio.

A metodologia enquadrou-se na Engenharia Didática de Artigue (1988), e, à luz da TAD, Campos (2014) identificou a praxeologia de três questões do conteúdo Função, retiradas do vestibular clássico. Concomitantemente, o autor analisou outras três questões propostas por ele, de acordo com o contexto cotidiano local, para, em seguida, aplicá-las em aulas com alunos do terceiro ano do ensino médio, a fim de comparar o desempenho nas duas abordagens visando

a confrontar a praxeologia usada pelo professor e a dos alunos.

Nesse ínterim, o pesquisador verificou que depois da implantação do ENEM os livros didáticos sofreram evidentes mudanças, como, por exemplo, o fato do vestibular tradicional apresentar um grande número de questões que eram resolvidas por aplicação direta de técnicas, ao passo em que no ENEM predominam as situações do cotidiano. A aplicação das atividades também mostrou que os alunos têm pouca familiaridade com o conceito de Função, principalmente, nas representações algébricas e gráficas; e as técnicas utilizadas pelos estudantes diferem totalmente das do pesquisador, sobretudo porque os alunos utilizavam a sensibilidade numérica em suas resoluções.

O autor conclui que a influência de questões contextualizadas com o cotidiano só será exitosa se o educando estiver familiarizado com o objeto matemático abordado na questão. Caso contrário, como constatado na pesquisa, os alunos até tentam expressar alguma técnica, mas não conseguem sequer identificar a tarefa (T) apresentada na questão.

Já Gouvêa (2014) verificou a maneira dos professores trabalharem o conceito de Função em sala de aula e comparou à abordagem trazida pelos materiais de apoio (livros didáticos, caderno do professor e caderno do aluno), de forma a detectar quais desses materiais o professor segue no ensino. A proposta da pesquisa foi analisar o currículo e os materiais de apoio do Estado de São Paulo, procurando relações existentes entre o currículo atual e os agentes que os colocam em prática, com foco no que se refere ao conceito de Função, se esses materiais são utilizados pelos entrevistados, se o uso é espontâneo e se está favorecendo a aprendizagem dos estudantes.

O pesquisador utilizou a TAD para analisar as relações institucionais e pessoais que ocorrem entre si e com o objeto de estudo. Ele adotou a teoria de Registro de Representação Semiótica de Duval (1995, 2011) e os níveis de conhecimento esperados dos estudantes de Robert (1997, 1998), para constatar as condições dos educandos quando colocados frente às atividades apontadas no currículo ou nas avaliações externas.

Caracterizada como uma pesquisa qualitativa e documental, Gouveia (2014) aplicou formulários de questões aos professores de matemática, além de analisar o currículo do Estado de São Paulo e dos materiais de apoio. A escolha do objeto Função ocorreu pelo o autor ver o assunto como um fio condutor para análise dos pressupostos curriculares observados enquanto currículo prescrito e enquanto currículo em ação na atuação da prática escolar.

A partir dos formulários aplicados com 38 professores, constatou-se que mesmo o professor afirmando abordar Função de maneira relacionada à ideia de proporcionalidade (proposta dos cadernos do professor e aluno, que era usado por todos os docentes participantes),

ele utilizava a definição de função atrelada à ideia de conjuntos.

O autor sugere e mostra então como é importante que o professor mescle fontes de pesquisa com os materiais de apoio nas suas aulas. E com relação a este último, dos que os professores priorizam nas aulas, detectou-se que há reconhecimento da importância daquele fornecido pelo Estado, porém prioriza-se o uso do livro didático. Apesar da proposta apresentada nos cadernos do professor ser inovadora, principalmente pelo tratamento de Função por meio da ideia de proporcionalidade, o docente estava despreparado para as mudanças, estando assim sem possibilidades de encontrar relação entre antigas e novas praxeologias.

Maduro (2015), por sua vez, buscou analisar como ocorrem as organizações matemáticas e didáticas utilizadas por professores do 1º ano do ensino médio para planejar o estudo de Função Quadrática. O aporte teórico utilizado teve base correspondente na TAD. Para análise da organização matemática, o pesquisador buscou identificar o conceito e os componentes de uma praxeologia (tarefa, técnica, tecnologia e teoria), já para a didática, ele utilizou seis momentos de estudos propostos pela TAD.

Sendo uma pesquisa qualitativa em que a coleta de dados, ela realizou-se por meio de observação das aulas da professora participante, entrevista com questões semiestruturadas e análise do livro didático utilizado pela docente.

Maduro (2015) inferiu que as práticas efetivas na sala de aula valorizam o momento do trabalho das técnicas e, de acordo com a classificação feita por Bosch e Gascón (2001), a prática reflete uma organização didática tecnicista. Na observação da aula, percebeu-se que a praxeologia se manifesta por uma utilização didática diferente da proposta no livro didático, pois o livro prioriza momentos exploratórios e de trabalho da técnica, mas a professora enfatiza apenas o trabalho da técnica. Por isso, o pesquisador acredita que o livro didático não é a principal fonte de pesquisa da professora no preparo de suas aulas.

Durante a entrevista com a docente, ela informou que sua prática é norteadada pela experiência e que não segue nenhuma teoria específica, pois estas foram estudadas apenas na formação inicial, não as utilizando nesses anos de docência. A professora afirma ser importante a demonstração das fórmulas e teoremas nas aulas de matemática, mas justifica que não o faz devido ao pouco tempo em classe e pela falta de motivação dos alunos. Embora tenha o cuidado de escolher exemplos que sejam semelhantes aos exercícios para que os estudantes consigam resolvê-los reproduzindo o que foi ensinado durante a resolução dos exemplos, a prova segue esse mesmo pensamento.

Em outro trabalho avaliado, Freitas (2015) analisou as praxeologias realizadas pelos estagiários, no sentido de perceber como a organização didática pode interferir na construção

de organizações matemáticas relacionadas com a Função Exponencial. A pesquisadora investigou o comportamento dos estudantes do último ano de um curso de Licenciatura em Matemática, no sentido de entender como esses sujeitos mobilizam seus saberes matemáticos e didáticos construídos durante a graduação e o processo de experimentação do conteúdo de Função Exponencial. A motivação dela foi pelo fato de atuar exercendo o papel de formadora de professores e supor que o cerne da maioria dos problemas no ensino e aprendizagem ocorrem nessa formação. A autora considera que é na disciplina de estágio que emergem questões fundamentais da formação.

Ela fundamenta-se teoricamente nas Situações Didática de Brousseau (1996, 2008), que subsidiou a proposta de intervenção didática, e na TAD de Chevallard (1999), no que se refere ao estudo praxeológico realizado, inclusive sobre livros didáticos que abordam o conceito de Função Exponencial.

A metodologia utilizada se apoiou na Engenharia Didática de Artigue (1988). A partir do livro didático e do estudo histórico-epistemológico do objeto Função Exponencial, foram elaborada situações-problema adequando-se ao *milieu* antagonista.

A análise que foi feita nos livros didáticos evidenciou aspectos da abordagem do conceito de Função Exponencial, tanto do bloco prático-técnico como do tecnológico-teórico, ajudando a ter uma visão ampla das obras analisadas, cujo estudo indicou os tipos de situações-problema enquanto tarefas e conjunto de tarefas a serem propostos aos estudantes durante a aplicação da sequência didática.

A pesquisadora aferiu que os estagiários tiveram facilidade de transitar pelas diferentes representações de uma função e encontraram muita dificuldade com o tópico transformações de funções exponenciais. As dificuldades apresentadas durante o desenvolvimento da sequência didática mostram que eles não têm disponíveis em seus repertórios cognitivos o conceito de Função Exponencial, que foi ampliado durante a intervenção. Entretanto, mesmo após a etapa de experimentação da pesquisa, o conhecimento didático sobre Função Exponencial não se consolidou.

Já na pesquisa de Chaves (2016) investigou-se os contextos (dia a dia; história da Matemática; interdisciplinaridade; Matemático) nos quais o estudo de vértice da parábola, que representa uma Função Quadrática, apresenta-se nas abordagens de livros didáticos de Matemática do ensino médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2015). A escolha da Função Quadrática ocorreu por ser considerada fundamental para o domínio dos conhecimentos matemáticos, pelas conexões que estabelecem com outros estudos da Matemática, além de sua aplicação em situações problemas do cotidiano e em outras

ciências.

A motivação do autor se deu pelos processos para escolha de livro didático que ele participou, marcados pela inexistência de uma seleção criteriosa, geralmente feita em reunião rápida na qual um dos professores apontava sua opção baseada no autor mais conhecido e os outros o seguiam.

O pesquisador utiliza como fundamentação teórica a TAD, especificamente as organizações praxeológicas (técnica, tecnologias, e teorias organizadas para um tipo de tarefa) como suporte às análises de tarefas envolvendo as coordenadas do vértice da parábola. Foram seguidos três passos para caracterizar as situações problemas analisadas: 1) o tipo de contexto, identificação e análise da tarefa ou tipo de tarefa, 2) identificação e análise da técnica que permite resolver a tarefa e 3) as tecnologias que justificam isso.

Com relação ao contexto do dia a dia, embora exista um apelo das situações-problema a alguns aspectos da realidade, no ponto de vista do autor, tais aspectos serviram de maquiagem, sem importância na construção dos saberes matemáticos. Foi inferido, em relação ao contexto da interdisciplinaridade, que apesar das situações-problema trazerem demandas da Física, não tiveram um papel fundamental na resolução dos problemas e na apropriação do conhecimento. Do ponto de vista do contexto matemático, este prevaleceu nas situações-problema propostos nos livros analisados, articulando, sobretudo, a Álgebra e Geometria. O autor concluiu, portanto, que os problemas permitem aos alunos mobilizar alguns conhecimentos característicos da Função Quadrática. Todos os três contextos citados, segundo a pesquisa, mobilizaram as mesmas técnicas e tecnologias.

A análise realizada, de caráter documental, mostra que a diversidade de contexto envolvendo o objeto estudado não garante que ela proporciona condições para a apropriação de conhecimento do objeto em jogo pelo aluno.

Santana (2016), por sua vez, analisou as abordagens de Função Afim, realizadas em livros didáticos de matemática do 9º ano do ensino fundamental e do 1º ano do ensino médio. A motivação para realização da investigação ocorreu pela vontade de entender o que vem sendo feito pelos professores e discutido nos livros didáticos para suprir as dificuldades que os alunos possuem em compreender o conteúdo de Função Afim.

Na fundamentação teórica, foi exposto o foco histórico do conceito de Função, a caracterização matemática de Função Afim, a síntese de algumas pesquisas que tratam das dificuldades de aprendizagem desse conceito, a importância do livro didático, a noção de Transposição Didática e a TAD.

O autor apresentou alguns pontos para o estudo da Função Afim que julgou importante,

pois isso ajuda a entender o conceito em jogo. Os pontos abordados foram a definição, a taxa de variação e o coeficiente linear este último, inclusive, com destaque do pesquisador sobre um equívoco nessa forma de nomear, pois ela aplica-se para o estudo da reta. Além disso, Santana (2016) também tratou sobre crescimento e decrescimento; casos particulares (Função Linear, Função Identidade e Função Constante); zero ou raiz da Função e sinal de uma Função.

A análise dele foi dividida em cinco etapas: caracterização dos livros didáticos e da sequência didática de Dornelas (2007); análise dos livros didáticos em relação às dificuldades que envolvem a Função Afim; análise praxeológica dos livros didáticos; análise praxeológica da sequência didática de Dornelas (2007); e comparação das organizações matemáticas dos livros didáticos e da sequência didática de Dornelas (2007).

Santana (2016) verificou que os livros didáticos priorizam as tarefas e como executá-las, não dando ênfase sobre a reflexão na utilização de determinada técnica. Constatou-se ainda que nos exercícios resolvidos os livros didáticos utilizam uma técnica e em seguida propõem outra tarefa similar com a resolvida. Por meio da análise praxeológica, identificou-se que a abordagem utilizada pelos quatro livros didáticos não está em sintonia com a sequência didática de Dornelas (2007).

Na pesquisa de Teixeira (2016), investigou-se as possíveis contribuições do software GeoGebra, enquanto ferramenta intermediária no estudo das relações possíveis entre um aluno do 1º ano do ensino médio e uma Função Quadrática como objeto de estudo, isso nos diferentes registros de representação (numérico, algébrico, gráfico e na língua materna) a partir de uma situação-problema modelável com a praxeologia desse objeto.

A pesquisa foi desenvolvida em dois ambientes que o autor chamou de "papel/lápis" e "computacional". No primeiro é onde ocorre a formalização do conceito matemático, apresentando-se as definições, as propriedades, os exemplos e os exercícios ou problemas propostos, e o segundo relaciona-se aos estudos dos conceitos no ambiente computacional.

Como suporte teórico foram usadas: 1) a Abordagem Instrumental proposta por Rabardel (1995), a qual usa a Gênese Instrumental na qual o artefato é o software que pode ser transformado em um instrumento; 2) a TAD, de Chevallard (1992), abordando as organizações matemáticas do objeto Função Quadrática e a instituição de referência ao 1º ano do ensino médio; e 3) a Teoria dos Registros de Representação Semióticas de Duval (1995), destacando que os objetos matemáticos só são acessíveis através de suas representações.

À luz da TAD, a pesquisa de Teixeira (2016), teve interesse em reconhecer melhor a organização matemática proposta para estudo da Função Quadrática no 1º ano do ensino médio. Para tanto, fez-se uma análise de livro didático utilizado na instituição de referência

(especificamente, 1º ano do ensino médio de um colégio público do Estado da Bahia).

A metodologia utilizada foi a Análise Institucional, na qual considerou-se elementos como Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), o Projeto Político Pedagógico (PPP), o livro didático, a tecnologia (Geogebra) e os alunos. Elaborou-se uma sequência didática aplicada em duas sessões que analisaram as práticas efetivas dos alunos em torno do estudo de Função Quadrática. Aplicou-se ainda um questionário com os alunos para identificar, por meio das suas respostas escritas, o momento adequado para utilizar o ambiente computacional GeoGebra.

Na análise do livro didático foi destacada a praxeologia usual em torno dos estudos da Função Quadrática, que apresentava a teoria referente aos conceitos do objeto, seguida de exemplos resolvidos para no final surgir as tarefas propostas, dando ênfase às de fixação e memorização de fórmulas. Ressaltou-se também a utilização expressiva dos registros de representação semiótica algébrico, numérico e gráfico. O uso do ambiente computacional mostrou-se como um instrumento motivador, influenciando de forma positiva os alunos no desenvolvimento das tarefas.

Em outro trabalho, Santos (2017) investigou como e se as atividades propostas no livro didático de Matemática do ensino médio sobre o conceito de Função Quadrática proporcionam que o estudante aprenda o conceito além do saber fazer. A escolha pela Função Quadrática é justificada pela aplicabilidade desse conceito na física, ciência que o autor afirma ter aproximação. Uma outra justificativa é que os documentos oficiais apontam o estudo de Função como um dos objetivos do nível de escolarização em que a pesquisa foi desenvolvida. O livro didático é destaque no trabalho porque o autor considera o item como organizador do saber matemático que deve ser ensinado.

Santos (2017) recorreu à TAD como teoria de estudo, usando especificamente a noção de praxeologia (tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ)) e os quatro tipos de organizações praxeológicas (pontual, local, regional e global). O autor buscou identificar se o livro didático de matemática, por meio de suas atividades, do conteúdo de Função Quadrática, propõe aos estudantes a passagem do bloco prático-técnico para o bloco tecnológico teórico. Ele procurou, então, identificar se as atividades do livro se organizam como uma praxeologia, pontual, local regional ou global.

A pesquisa dele teve natureza documental, justificada pela realização de uma análise de livro didático, no volume 1 de uma coleção, com intuito de observar algumas características específicas do mesmo com relação ao conceito de Função Quadrática.

Em determinadas tarefas, a praxeologia mostrou-se expandida, tendo um discurso

tecnológico de justificação e percepção de regularidades na aplicação de algumas técnicas. Nelas, identificou-se a praxeologia regional. Entretanto, na maioria das vezes predominou o uso da aplicação repetitiva de uma mesma técnica ou procedimento, prevalecendo a praxeologia pontual.

Pantoja (2017), por sua vez, investigou o processo de transposição didática interna do saber matemático Função Afim, desde o livro didático até o ensino em uma sala de aula da Educação de Jovens e Adultos (EJA) nível médio. Utilizou-se dois aportes teóricos: a Transposição Didática Interna, que auxiliou na investigação das transformações que o saber sofreu desde a sua origem até o seu uso no livro didático, e a TAD. Sobre a primeira, ela destacou-se no sentido da autora ter interesse em analisar o processo de transformação que vai do livro didático ao texto do professor, e do texto do professor ao que ocorre em sala de aula. Sobre a segunda, esta forneceu ferramentas teóricas e metodológicas para investigar as organizações matemáticas e organizações didáticas nos livros didáticos e da prática do professor.

Para alcançar o objetivo, a autora executou duas etapas, a primeira referente à análise dos livros didáticos que era usado pelo professor investigado, identificando a maneira que o assunto Função Afim está presente na obra, e a segunda como observação da prática docente, analisando como o professor transforma o saber Função Afim. Também foi realizada uma entrevista semiestruturada com o professor participante da pesquisa.

Pantoja (2017) verificou que tanto as organizações matemáticas como as organizações didáticas do professor eram diferentes das apresentadas no livro didático e que a transposição didática ocorreu quando o docente selecionou o conteúdo a ser ensinado de acordo com o que considerava relevante. Nesse sentido, a escolha se dava quando alguns aspectos ou parte do conteúdo eram mais ou menos enfatizados do que outros; quando o docente determinou uma forma de apresentar e organizar o conteúdo por meio da apresentação e resolução de tarefas; ou ao contextualizar e conectar os assuntos.

Outro estudo foi o de Carvalho (2019), que analisou as condições e/ou restrições institucionais para uma proposta de construção de um modelo praxeológico alternativo voltado ao estudo da Função Quadrática, de modo que fossem trabalhadas situações ligadas ao encontro da Função Quadrática como parábola em curso de formação docente. A motivação para a escolha do objeto ocorreu devido as experiências negativas do pesquisador enquanto estudante e o desafio dele como formador de professor buscando mostrar a melhor maneira de transmitir os conceitos matemáticos. Em seu texto, ele apresentou a constituição do objeto Função Quadrática e uma discussão dos aspectos da percepção gráfica a partir do duplo status da



parábola.

As discussões da TAD fundamentaram a pesquisa, referenciando as praxeologias construídas por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática nas relações que estabelecem com os objetos matemáticos Função Quadrática como uma parábola e os objetos institucionais na formação docente. O autor propôs um modelo epistemológico de referência para o componente curricular Funções e um modelo praxeológico para os professores.

A abordagem metodológica da investigação dele denominou-se de Praxeologias de Pesquisa em Didática, com elementos da Engenharia Didática do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), completada pelas análises praxeológicas sobre as etapas da experimentação do PEP com dados empíricos coletados em um curso superior de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Oeste da Bahia.

Como resultado, ficou evidenciado que propostas situações que levem a Função Quadrática à parábola pela experimentação de um PEP potencializam a integração de noções didáticas nas praxeologias matemáticas dos participantes da investigação e o questionamento dos conteúdos a serem ensinados.

Já na pesquisa de Rodrigues (2019) analisou-se os contratos didáticos estabelecidos, alguns elementos cognitivos e as organizações praxeológicas construídas e/ou reconstruídas durante aplicação do PEP na disciplina de Função I, da Licenciatura em Matemática, num processo de compreensão e aplicação do conceito de Função. A fundamentação teórica apoiou-se na TAD, utilizando dessa a noção de PEP por meio do conteúdo de Função - noção de Função e da Função Afim.

A TAD se consolidou na referida pesquisa como sendo uma alternativa para melhorar o ensino e aprendizagem da Matemática, e também influenciar na formação inicial. Na TAD tem-se o PEP, que proporciona o ensino de Matemática como uma atividade de modelação, construindo sequências de ensino e aprendizagem, mudando a praxeologia do professor e conduzindo a uma ruptura do contrato didático.

Rodrigues (2019) percebeu que o PEP promove mudanças na praxeologia dos alunos e na do professor, ao mesmo tempo em que influencia as práticas de ensino utilizadas pelo professor, promovendo sua formação profissional. O PEP promoveu assim a utilização e articulação de técnicas, fazendo com que o docente e seus estudantes justifique tal uso com uma discussão tecnológica fundamentada por uma teoria. No desenvolvimento do PEP, houve uma quebra do contrato, com a apresentação da questão geratriz, pelo fato dela ser diferente da esperada pelos alunos. O PEP, no geral, promoveu aprendizagem do conceito de Função de forma parcial durante o seu desenvolvimento, pelo fato de algumas questões derivadas gerarem

mudança de organização matemática, ocasionando momentos nos quais os passos do Ciclo de Solução de Problemas (expressão adotada por Rodrigues (2019)) não foram desenvolvidos pelos alunos e não houve identificação de insights.

A pesquisa desenvolvida por Carneiro (2020) estudou a integração praxeológica interdisciplinar que envolve a Matemática, Química e Física, sendo realizada no 1º ano do ensino médio para o ensino aprendizagem da Função Afim. A escolha pelo objeto Função Afim se deu devido à sua relevância social e por constituir meios de compreender a realidade e encontrar métodos que possibilitam estudar e descrever fenômenos naturais e sociais.

O trabalho se apoiou na TAD, aliando-se aos enfoques teórico-práticos da interdisciplinaridade. O autor utilizou a noção de relação pessoal e institucional, além da praxeologia, alicerçadas na metodologia do PEP proposta por Chevallard, bem como a dialética dos ostensivos e não ostensivos, que serviram de instrumento importante para as análises dos documentos oficiais e das atividades matemáticas propostas nos livros didáticos, assim como também das praxeologias dos professores e da produção dos estudantes.

Nesse trabalho, a noção de praxeologia foi indispensável para as análises das atividades propostas nos livros didáticos e das atividades acerca de Função Afim, desenvolvida pelo professor e estudantes em sala de aula. Também se utilizou aqui uma linha de pensamento do paradigma de questionar o mundo, no qual as situações de ensino são postas mediante uma questão geradora que leve os estudantes a se envolverem em levantar questionamentos e desenvolverem respostas. Os níveis de codeterminação fizeram identificar as condições e restrições que estão presentes na difusão do saber Função Afim, estabelecendo relações com os diferentes níveis de codeterminação.

A metodologia foi desenvolvida a partir do PEP, por meio de um experimento denominado de “queima de palha de aço”. Ao analisar o PEP, o autor identificou instituições de natureza ecológica, a utilização de análises preliminares, o estudo das dimensões do problema didático, desenvolvendo assim um Modelo Epistemológico de Referência (MER) e o Modelo Epistemológico Dominante (MED), denominados pelo autor como Modelo Praxeológico Dominante (MPD). A análise enfocou o planejamento matemático e didático de uma proposta de intervenção, o modelo matemático em contexto concreto para a prática experimental e a análise a posteriori e validação.

O autor constatou que os livros didáticos apresentam a construção do conceito de Função Afim associado à exploração da relação entre grandezas por meio da resolução de problemas. A concretização praxeológica interdisciplinar ocorreu intermediando a análise das condições e as restrições do experimento “queima de palha de aço”. A partir da pesquisa, houve

mudança nas organizações matemática e de didática dos professores do 1º ano do Ensino Médio.

Sousa (2020), com outro estudo, analisou o conjunto de condições e restrições que atuam na difusão de saberes matemáticos na instituição escolar com uso de ferramentas digitais para o ensino de Funções Afim. A opção por estudar ferramentas digitais se deu pela aproximação do autor com o tema desde o seu trabalho de conclusão de curso na graduação, no qual pesquisou a utilização de programação na construção de conceitos. Com relação à TAD, o pesquisador teve seu primeiro contato durante a especialização, na qual investigou as transformações dos saberes até se tornar saber a ensinar. Assim, na pesquisa atual, foi proposto relacionar os dois aspectos.

Ele fundamentou-se na TAD por essa teoria possibilitar reflexões acerca dos fenômenos didáticos, a importância do planejamento para um bom processo de transposição didática e para o desenvolvimento de praxeologias adequadas, além de algumas reflexões sobre a tecnologia digital no ensino. Destaca-se na pesquisa o uso de transposição didática interna, dos objetos ostensivos (tecnologias digitais).

A metodologia de pesquisa era qualitativa, do tipo exploratória e descritiva, em um estudo de caso. Realizou-se também observações das aulas e entrevistas com o professor, a fim de entender como funciona o processo de planejamento e criação das aulas.

Souza (2020) identificou que quando recursos digitais são utilizados na construção e na comunicação do saber matemático, há as seguintes limitações e restrições: a infraestrutura física; o livro didático; a formação inicial e continuada do professor, bem como sua concepção acerca do uso de recursos tecnológicos; o calendário escolar; e até o fato da escolar ser em tempo integral.

O autor concluiu que, a partir das praxeologias desenvolvidas sem a presença da tecnologia ou quando ela foi simplesmente justaposta à prática, as atividades matemáticas estavam ligadas a técnicas sem muita complexidade, por meio de fórmulas e algoritmos de cálculos. Já as praxeologias das atividades com o uso de tecnologias ganham, além da otimização de tempo nas construções gráficas, uma dinamicidade pelo uso da técnica ‘arrastar e observar’.

Em sua pesquisa, Souza (2020) pontuou que nas situações didáticas as ferramentas tecnológicas são os objetos ostensivos que, por intermédio da exploração e do manuseio na experiência empírica, possibilitaram compreender os objetos não-ostensivos. Percebeu-se a ostensividade dos recursos tecnológicos nos aspectos dinâmicos de visualização, construção de gráficos, manipulações dos objetos, no ‘clicar e arrastar’ (controles deslizantes), dentre outros.

O autor conclui que o uso das ferramentas digitais integrado ao processo de ensino e

aprendizagem, não só de Função Afim, mas de outros saberes matemáticos, ajudam na comunicação de saberes, na construção de novas praxeologias e na dialética da ostensividade dos objetos, abrindo um leque para novas análises dos fenômenos didáticos.

Sistematização de informações: artigos SciELO

Com relação aos trabalhos encontrados na SciELO, Parra, Otero e Elichiribehet (2006) analisaram as características do estudo com dois professores da Matemática no primeiro ano universitário do curso de Economia, durante um período de quatro meses. Eles recorreram à TAD como o referencial teórico por ela ser útil em descrever e analisar questões complexas relacionadas ao estudo da matemática.

Assim, à luz da TAD foi proposto caracterizar as organizações matemáticas e as organizações didáticas desenvolvidas pelos docentes universitários. No texto, além da expressão Organização Matemática de Referência (OMR) são usadas as expressões Organização Matemática Proposta para o Ensino (OMPE) e Organização Matemática Efetivamente Ensinada (OMEE).

Quando comparada a OMPE, a OMR e OMEE ficou visível a perda progressiva da linguagem matemática na formulação das definições. A proposta da OMEE adotou uma linguagem cotidiana, impedindo o aluno de distinguir entre o que está definido e o que está sendo falado, ou seja, existe uma grande ruptura entre a OMR e OMEE.

Na pesquisa, os autores identificaram que o bloco prático-técnico é realizado e proposto pelo professor, com quase zero participação dos alunos nas aulas. O docente propõe a técnica, sem a possibilidade de deixar o aluno buscar outra diferente da proposta. O bloco teórico-tecnológico é então formado por um número abundante de definições, sendo a única maneira pela qual o aluno tem contato com as noções de Função, como se as noções fossem algo natural e sem nenhum questionamento. Não é priorizada, portanto, tarefas do tipo teórico-tecnológico.

Já Cabrera *et al.* (2010) definiram uma estrutura formal do status do saber, e apresentaram uma métrica adequada de medida entre a distância do saber a ensinar e do saber aprendido como sendo uma ferramenta que otimize os processos de transposição didática.

A motivação deles para o trabalho ocorreu pela urgente necessidade no âmbito educacional em desenvolver um apoio conceitual formal a respeito das técnicas avaliativas dos processos de transposição didática.

Na pesquisa, a Função Logarítmica foi utilizada como objeto de estudo a fim de modelar a probabilidade de emitir uma resposta correta a um estímulo em termos de conhecimento

aprendido. Além da Transposição Didática, os autores se apoiaram nas Situações Didáticas e na Teoria da Resposta ao Item. Acerca disso, eles caracterizam três facetas: saber sábio, saber a ensinar e saber aprendido. Para os autores, é princípio da pesquisa que a qualidade dos modelos definidos pelo aluno depende essencialmente da qualidade da transposição didática.

Almouloud (2011), por sua vez, apresentou ferramentas teóricas da Didática da Matemática para estudar as transformações do saber científico em saber ensinado. Para tanto, foram definidas algumas questões que são respondidas ao longo do artigo: como analisar o currículo de um nível de ensino? Para uma dada noção, quais aspectos são privilegiados no ensino, nas propostas curriculares e nas práticas de classes? Quais são os aspectos importantes da noção que estão ausentes nos processos de transformação? Quais escolhas didáticas podem ser feitas?

O conteúdo matemático em destaque na pesquisa é o de Função Logarítmica, por ser considerada, segundo o autor, uma das mais importantes no currículo do ensino médio. Teoricamente fundamentado na Transposição Didática, o autor destacou os aspectos de suas definições e objetivos, reforçando que ela designa o conjunto das transformações que sofre um saber dito sábio para ser ensinado, além da ideia de transposição externa e transposição interna.

O texto fez um comparativo entre a apresentação da Função Logarítmica nos livros didáticos da França e do Brasil, apresentando uma ideia de propor o objeto em jogo por meio da propriedade $\log_a x = y \leftrightarrow a^y = x$.

Foi apresentada ainda uma experiência com situações-problema em uma turma da 3ª série⁴ do ensino médio na República do Mali, na qual os alunos ainda não tinham tido contato formal com o conteúdo de Logaritmo. Essa sequência de atividades com a Transposição Didática permitiu determinar comportamentos dos estudantes e as dificuldades que encontraram.

Civiero e Sant'Ana (2013) apresentaram um produto fruto da dissertação de mestrado, abordando a efetivação de possibilidades educacionais desenvolvidas a partir da Transposição Didática Reflexiva de projetos com referência à realidade, num enfoque crítico motivado pela defesa de um ensino e aprendizagem que faça o aluno capaz de ler criticamente a prática social na qual vive.

Embasado na Transposição Didática, com foco nas transformações pelas quais passam os saberes para se tornarem saberes escolares e na Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, os autores elaboraram um roteiro de aprendizagem direcionado ao que denominam

⁴ Nomenclatura utilizada no país onde foi realizada a pesquisa. Equivalente ao 3º ano do ensino médio do Brasil.

Transposição Didática Reflexiva. Eles concluem que a condição necessária para o professor implementar essa Transposição Didática Reflexiva por meio dos roteiros de aprendizagem propostos é ter audácia, desejo de mudar a sua prática e disposição de buscar novos conhecimentos.

Barbosa e Lima (2019), em outro trabalho, apresentaram resultados de uma pesquisa que tinha como objetivo analisar comparativamente as praxeologias pontuais (tipos de tarefa, técnicas, tecnologias e teorias) em livros didáticos e praxeologias efetivadas (organização didática - os momentos de estudos) pelos professores durante o ensino de Equações Polinomiais do Primeiro Grau, investigando as relações de conformidade entre elas. O estudo foi fundamentado pela TAD, em especial sobre praxeologias e organizações matemáticas e didáticas e a ideia de Topos.

Sobre a percepção das organizações didáticas, os três professores constituíram os momentos didáticos, mesmo seguindo sequências diferentes um do outro. Na análise dos livros foi constatado que eles não justificam a existência de diferentes técnicas e não explicam a diferença entre os procedimentos aritméticos e os algébricos. Os professores guiavam suas aulas conforme a sequência apresentada nos livros didáticos que, segundo os autores, ainda exerce grande influência na sala de aula.

A pesquisa concluiu que existem conformidades entre as praxeologias propostas pelos autores dos livros didáticos a serem ensinadas e as praxeologias efetivamente ensinadas em sala de aula. Os professores foram ainda organizadores das tarefas, técnicas e tecnologias de crescente complexidade, tornadas rotineiras e problematizadas em sala de aula.

Já no estudo desenvolvido por Goulart, Souza e Farias (2019), ofereceu-se um recorte de pesquisa de doutorado na qual enfatizaram a transcrição de um protocolo descritivo da filmagem de uma aula em uma turma do 6º ano. Eles utilizaram a TAD para apreciação do tema na fundamentação teórica, evidenciando aspectos ligados às organizações matemáticas e didáticas.

A TAD contribuiu para desenhar uma estrutura organizacional do objeto Expressões Numéricas. A fundamentação resgatou ainda aspectos da praxeologia (tarefas, técnicas, tecnologias e teoria), situando no texto o problema didático e suas interligações com a organização matemática (alusão à realidade matemática) e a organização didática (maneira como ocorre a construção da realidade matemática).

A pesquisa maior desse trabalho⁵ é qualitativa, de natureza documental, na qual foi feito o registro de aulas fazendo as interligações com o que postula a TAD. No trabalho, ficou evidente o predomínio do bloco prático-técnico que os autores justificam pela ausência de uma razão de ser institucional do objeto em estudo. No que diz respeito à prática do professor, foi possível modelizar termos de organizações matemáticas e organizações didáticas e os conhecimentos produzidos pelos sujeitos em ação, o que fez se notabilizar a ruptura do contrato didático.

Finalizando as pesquisas da SciELO, Silva *et al.* (2020) analisaram a possibilidade da existência de relações praxeológicas que reforcem a necessidade da articulação entre objetos ostensivos e não ostensivos durante o ensino de Geometria Molecular.

O trabalho fundamentou-se na TAD, sobretudo nas praxeologias matemáticas dos livros didáticos e das relações delas com os objetos ostensivos e não ostensivos por meio da análise de dois livros didáticos de Química

Os autores consideraram que a análise praxeológica das noções de Geometria Molecular se tornou efetiva com a utilização da TAD como ferramenta metodológica. Em termos de organização praxeológica, houve êxito no sentido da identificação da existência de técnicas, tecnologias e teorias.

Conexões advindas das pesquisas

Durante realização da RSL, registrou-se os temas considerados nas pesquisas selecionadas e percebeu-se quais conteúdos são mais estudados e as possíveis lacunas ainda existentes. Dos vinte trabalhos analisados, quatro deles não especificavam o conteúdo matemático ou abordam outro conceito diferente do objeto Função; e cinco deles abordaram o estudo da Função Quadrática.

Nas pesquisas existe correlação com a grande ideia três de Cooney, Beckmann e Lloyd (2010, p. 9) sobre “famílias de função”, não contemplando os entendimentos essenciais 3e (Funções Trigonométricas), 3f (sequência aritmética como função linear) e 3g (sequência geométrica como função exponencial), o que revela brechas nas pesquisas com o conceito de Função, que poderiam ser investigadas em trabalhos com o uso da TAD. Ainda assim, os outros quatro entendimentos são contemplados.

⁵ Tese de doutorado em desenvolvimento que investiga se, e como, as ideias essenciais para o desenvolvimento do conceito de função são abordadas nos livros didáticos de matemática, do primeiro ano do ensino médio, e quais os processos transpositivos dos saberes a ensinar são utilizados pelos professores.

Sobre as modalidades de ensino, constatou-se que existem pesquisas da TAD com o objeto Função no ensino fundamental 2; no ensino médio, com predomínio no primeiro ano, sendo apenas uma pesquisa realizada no terceiro ano que investigou questões do ENEM e de vestibular, e nenhuma no segundo ano do ensino médio; no primeiro ano de curso superior houve uma pesquisa mas não na licenciatura em Matemática, e três pesquisas na Licenciatura, sendo uma no último ano da turma de estágio supervisionado, outra pela experimentação de um PEP e a terceira na disciplina de “Função I” experimentando o PEP; uma pesquisa a partir do critério de busca retornou a modalidade EJA e nenhuma nos anos iniciais. Assim, é notável que existe grande tendência para realização de pesquisas com o conceito de Função usando a TAD no primeiro ano do ensino médio.

Entre os recursos mais utilizados esteve o livro didático, que é o item mais frequente, pois quase todas as pesquisas reservaram um capítulo para análise deles, sobretudo utilizando e identificando a praxeologia matemática (tarefa, técnica, tecnologia e teoria). Os outros recursos identificados foram: questões do vestibular tradicional e as questões do ENEM, propostas curriculares, caderno do professor e caderno do aluno, uma sequência didática, software GeoGebra, documentos oficiais, recursos tecnológicos, planejamentos de aulas e tarefas matemáticas.

Nas pesquisas estudadas, os pesquisadores identificaram sete tipos diferentes de metodologias de pesquisa, a saber: Engenharia Didática, Pesquisa Documental, Observação de aulas, Entrevista Semiestruturada, Análise Institucional, Pesquisa Exploratória e Percurso de Estudo, e Pesquisa. A seguir, são apresentadas aquelas que se destacaram pela maior quantidade de uso e de que forma foram abordadas.

Dois trabalhos utilizaram a Engenharia Didática de Artigue e todos os estudos que citam a Engenharia Didática na metodologia de pesquisa fazem uso da de primeira geração como suporte para o desenvolvimento de toda a pesquisa. A Pesquisa Documental foi percebida em quatro trabalhos, sendo utilizada como subsídio para análise de currículo, de materiais de apoio e de livros didáticos. A Observação de aulas, aplicada em quatro pesquisas, buscou identificar as organizações matemáticas e didáticas feitas pelos professores em sala de aula, a transformação do saber em jogo, se o planejamento da aula corresponde à organização matemática efetivamente ensinada e as praxeologia efetiva em sala de aula. A entrevista semiestruturada esteve em três pesquisas, a fim de entender o que professor narra a respeito do uso da praxeologia tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Já o PEP apareceu em três pesquisas, todas entre o ano de 2019 e 2020, revelando que seu uso é recente nas investigações. Elas propuseram a construção de um modelo praxeológico alternativo para o estudo do conceito em

jogo.

No quadro 2 apresenta-se uma síntese do que foi considerado como conexões percebidas na leitura das investigações, destacando a quarta coluna que são os aportes teóricos da TAD utilizadas pelos pesquisados, levando a perceber a amplitude que essa teoria é capaz de atingir.

Quadro 2: Resumo conexões advindas das pesquisas.

| NÍVEL DE ENSINO ONDE AS PESQUISAS FORAM DESENVOLVIDAS | RECURSOS PESQUISADOS | METODOLOGIA DE PESQUISA | APORTES DA TAD |
|--|--|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Fundamental 2 • Ensino médio • Licenciatura em Matemática • Educação de Jovens e Adultos • Bacharelado em Economia | <ul style="list-style-type: none"> • Livro didático • Questões do vestibular tradicional • Questões do ENEM • Propostas curriculares • Caderno do professor • Caderno do aluno • Sequência didática • Recursos tecnológicos • Documentos oficiais • Planejamento de aulas • Tarefas matemáticas | <ul style="list-style-type: none"> • Engenharia Didática • Pesquisa Documental • Observação de aulas • Entrevista semiestruturada • Análise Institucional • Pesquisa Exploratória • PEP | <ul style="list-style-type: none"> • Relações institucionais e pessoais • Praxeologia matemática • Praxeologia do professor • Organização didática • Organizações praxeológicas • Organizações matemáticas e instituição de referência • Saber sábio, saber a ensinar e saber aprendido • Transposição Didática Interna e externa • Transposição Didática Reflexiva • Percorso de Estudo e Pesquisa • Modelo Epistemológico de Referência • Modelo Epistemológico Dominante • Organização Matemática proposta para o ensino • Organização Matemática efetivamente ensinada • Dialética dos ostensivos e não ostensivos • Níveis de codeterminação |

Fonte: Criada pelos autores.

Conclusão

Ao buscar responder quais as contribuições da TAD nas investigações que adotaram o conceito de Função como objeto de pesquisa, percebemos a importância que a TAD possui, seja para análise de livros didáticos e demais documentos escolares, ou nas relações institucionais entre professor e material de apoio.

Constatou-se que o livro didático continua sendo o item mais utilizado, com proposta curricular seguida pela maioria dos professores, existindo, assim, convergências entre as

praxeologias a serem ensinadas, propostas pelos livros didáticos e as praxeologias efetivamente ensinadas pelos professores, muito embora as investigações mostrem que os docentes utilizam outros recursos para complementação de seu planejamento.

Nas análises de livros didáticos, com os dados das pesquisas, foi possível verificar que mesmo os problemas envolvendo contextualizações diferentes, as técnicas e tecnologias utilizadas eram sempre as mesmas, e a diversificação de contextos não ajuda na apropriação do conhecimento.

Os livros didáticos priorizam as tarefas e como executá-las, não dando ênfase a utilização de determinada técnica. Geralmente, a técnica usada nos exercícios resolvidos são as mesmas cobradas nas atividades propostas, existindo preocupação com a fixação e memorização de fórmulas, o que leva à prevalência da praxeologia pontual nas tarefas propostas nos livros didáticos. São poucos os casos que expandem para a praxeologia regional.

Nas pesquisas em que houve observação das aulas, há uma valorização da técnica, tanto pelos professores quanto pelos alunos, refletindo uma tendência tecnicista. Existe ainda um distanciamento entre o que é realmente ensinado pelos professores e a organização matemática de referência, ou seja, o saber sábio sofre diversas transformações e chegam até o aluno de maneira que distorce o conceito e gera dificuldades no entendimento dos estudantes.

Já o PEP favorece a mudança de praxeologia do aluno e do professor, com influência nas práticas de ensino utilizadas. Outra perspectiva que beneficia o ensino e aprendizagem é o foco na Transposição Didática Reflexiva, junção das perspectivas da Transposição Didática e da Educação Matemática Crítica.

As pesquisas que usaram tecnologias e são analisadas por meio da TAD mostram que os recursos tecnológicos favorecem a otimização do tempo e uma dinamicidade na utilização da técnica.

Por dispor de leque grande de elementos, a TAD se mostra como uma teoria que consegue ser base de avaliação de diversos fenômenos no processo de ensino e aprendizagem. Mesmo nosso olhar sendo voltado para o conceito de Função, a TAD pode contribuir da mesma forma para outros conceitos matemáticos.

Referências

ALMOULOU, S. A. As transformações do saber científico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 191-210, 2011. Editora UFPR. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/er/a/w6Zg5wdt8h8HL59Yf87wBnQ/abstract/?lang=pt> . Acesso em:



25 jan. 2022.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: v. 9, n.3, p. 281-308. 1988. La Pensée Sauvage-Éditions.

BARBOSA, E. J. T.; LIMA, A. P. A. B. Praxeologias do professor: análise comparativa do livro didático no ensino de equações polinomiais do grau. **Bolema**. v. 33, n. 65, set./dez. 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/pJRVQSSkNN45dt7CTTpXyfK/?lang=pt>. Acesso em: 25 jan. 2022.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Las prácticas docentes del profesor de matemáticas**. Barcelona, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação: **Programas de Livros Didáticos**. Brasília, 2015.

BRIZOLA, J.; FANTIN, N. Revisão da literatura e revisão sistemática da literatura. **Relva**, Juara/MT/Brasil, v. 3, n. 2, p. 23-39, jul./dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos2.unemat.br/index.php/relva/article/download/1738/1630>. Acesso em: 26 jan. 2022.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. *In*: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CABRERA, E. *et al.* Una didactica del saber: un camino hacia la optimizacion de las transposiciones didacticas. **Estudios Pedagógicos**. Valdivia, n.2, p. 51-61, 2010. Disponível em: https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052010000200003. Acesso em: 25 jan. 2022.

CAMPOS, P. T. G. **A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Juiz de Fora: UFJF, 2014.

CARNEIRO, A. de O. **Análise das Praxeologias dos estudantes do 1º ano do ensino médio em um modelo interdisciplinar envolvendo função afim entre Matemática, Química e Física**. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Salvador: UFBA, 2020.

CARVALHO, E. F. **Integração De Noções Didáticas Nas Praxeologias Matemáticas No Estudo Da Função Quadrática**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Salvador: UFBA, 2019.

CHAVES, A. P. **Função Quadrática**: análise em termos de contextos, de organizações matemáticas e didáticas propostas em Livros Didáticos de Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) São Paulo: PUC, 2016.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique, **Recherches en Didactique des Mathématiques** – Grenoble: La Pensée Sauvage, p.73-111, 1992.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. In: **Recherches en Didactiques des Mathématiques 19**. Grenoble: La Pensée Sauvage, p. 221-266, 1999.

CIVIERO, P. A. G. ; SANT'ANA, M. de F. Roteiros de aprendizagem a partir da transposição didática reflexiva. **Bolema**, v. 27, n. 46, Ago, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/qrzcmVpKfnfNpqbdxXgPGK/abstract/?lang=pt>. Acesso em 25 jan. 2022.

CONNAY, T. J.; BECKMANN, S.; LLOYD, G. M. *et al.* **Developing an essential understanding of functions**: for teaching mathematics in grades 9-12. Reston, NCTM, 2010.

DORNELAS, J. J. B. **Análise de uma sequência didática para a aprendizagem do conceito de função afim**. Dissertação (Mestrado em ensino das ciências). Recife: UFPE, 2007.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**. Bern: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

FREITAS, R. L. **A influência de organizações didáticas no trabalho matemático dos estagiários da licenciatura**: um estudo da função exponencial. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2015.

GALVÃO, M. C. B.; RICARTE, I. L. M. Revisão sistemática de literatura: conceituação, produção e publicação. **Logeion: Filosofia da informação**, Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p.57-73, set. 2019/fev. 2020. Disponível em: <http://revista.ibict.br/fiin/article/view/4835/4187>. Acesso em: 25 de jan. de 2022.

GOULART, J. S. S.; FARIAS, L. M. S. Uma leitura utilizando a lente da teoria antropológica do didático acerca de uma aula sobre expressões numéricas. **Bolema**, v. 33, n. 65, set./dez. 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/N7n4mh6b4YKLRPSFr5MFb5L/?lang=pt>. Acesso em: 25 jan. 2022.

GOUVÊA, J. de. **A noção de função**: Uma abordagem centrada em situações de aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: UNIAN, 2014.

MADURO, V. P. S. **Um Estudo da Prática Docente no tema função quadrática com Base na Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Santarém: UFOPA, 2015.

PANTOJA, L. F. L. **Transposição didática interna**: as transformações adaptativas realizadas sobre o saber matemático função afim para o ensino na Educação de Jovens e Adultos. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Belém: UFPA, 2017.

PARRA, V.; OTERO, M. R.; ELICHIRIBEHET, I. Organizaciones Matemáticas que se estudian en la Universidad en torno a la noción de Función: un estudio de caso. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**. Año 1, n. 2, dezembro, 2006. Disponível em: <http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v1n2/v1n2a04.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2022.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

ROBERT, A. **Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S.l.], v. 18, n. 2, p.139-190, 1998.

ROBERT, A. **Quelques outils d'analyse épistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université**. Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques. Houlgate. França.1997.

RODRIGUES, R. F. **Percursos de estudo e pesquisa no conceito de função: analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática**. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Recife: UFRPE, 2019.

SANTANA, A. J. de. **Análise das praxeologias matemáticas em livros didáticos dos ensinos fundamental e médio: o caso da função afim**. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências). Recife: UFRPE, 2016.

SANTOS, J. B. **O conceito de Função Quadrática nos Livros Didáticos do Ensino Médio: Uma análise praxeológica das atividades propostas**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Caruaru: UFPE, 2017.

SILVA, K. S. da; *et al.* Proposta de Análise Praxeológica de Noções de Química em Documentos Oficiais e Livros Didáticos. **Ciência & Educação**. Bauru, v. 26, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/5jQYCYMjwkGkfMhBxcSJMh/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 25 de jan. 2022.

SOUSA, D. C. de. **Tecnologias Digitais No Ensino De Função Afim: Estudo De Caso A Partir Da Teoria Antropológica Do Didático**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Campina Grande: UEPB, 2020.

TEIXEIRA, I. R. G. **A Influência do software GeoGebra na aprendizagem de funções quadráticas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Ilhéus: UESC, 2016.

Recebido em: 04 de fevereiro de 2022
Aprovado em: 13 de junho de 2022