revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

COMPREENSÕES DE PROFESSORAS SOBRE AS ESTRUTURAS ADITIVAS: IMPLICAÇÕES DO PNAIC PARA A FORMAÇÃO PROFISSIONAL

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.26.172-196

Cirlei Giombelli[1]
Maria Helena Cordeiro[2]

Resumo: Neste artigo, apresentamos uma síntese de uma pesquisa desenvolvida no curso de mestrado em educação, com o objetivo de verificar se (e em que sentido) a formação do PNAIC contribuiu para aprimorar a compreensão das professoras sobre o processo de elaboração dos conceitos matemáticos realizado pelas crianças do ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental assim como a qualidade da intervenção pedagógica das professoras. A pesquisa teve como aporte teórico a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud. Colaboraram na investigação 32 professoras que lecionavam no ciclo de alfabetização da rede municipal de uma cidade do oeste de Santa Catarina, metade das quais tinham participado das formações do PNAIC na área de matemática. As professoras foram organizadas em duplas para responderem a um instrumento composto por sete problemas de estruturas aditivas, de transformação, composição e comparação, respondidos por crianças no início do processo de escolarização. Além disso, responderam individualmente a um questionário para identificação de seu perfil sócio demográfico e profissional. As respostas das professoras foram analisadas em dois eixos: 1) compreensão dos aspectos conceituais dos problemas apresentados e 2) compreensões subjacentes às intervenções pedagógicas propostas por elas. Os resultados sugerem que a formação do PNAIC parece ter contribuído para uma maior consciência da necessidade de intervenção diante de possíveis erros e da necessidade de utilizar diferentes formas de representação, mas não foi suficiente para provocar significativos avanços conceituais no que se refere às estruturas matemáticas.
Palavras-chave: Educação matemática. Formação de professores. Estruturas Aditivas. PNAIC.

TEACHERS' UNDERSTANDINGS ABOUT ADDITIVE STRUCTURES: IMPLICATIONS OF PNAIC FOR TEACHER EDUCATION

Abstract: In this article, we present a synthesis of a research developed in the master's course in education, with the objective of verifying if (and in what sense) the formation of the PNAIC contributed to improve the teachers' understanding of the elaboration process of mathematical concepts carried out by children in the first cycle of Elementary School as well as the quality of teacher's pedagogical intervention. Gérard Vergnaud's theory of conceptual fields was used as the theoretical framework of this research. Thirty-two teachers who taught in the first cycle of the municipal education network of a city in western Santa Catarina collaborated with the investigation. Half of them had participated in the PNAIC training in mathematics. The teachers were organized in pairs to answer an instrument composed of seven problems of additive structures, transformation, composition and comparison, answered by children at the beginning of the schooling process. In addition, they individually answered a questionnaire to identify their socio-demographic and professional profile. The teachers' responses were analyzed under two axes: 1) understanding of the conceptual aspects of the problems presented and 2) understanding underlying the pedagogical interventions proposed by them. The results suggest that the formation of the PNAIC seems to have contributed to a greater awareness of the need for intervention in the face of possible errors and the need to use different forms of representation, but it was not enough to provoke significant conceptual advances in terms of mathematical structures.

[1] Doutoranda em Educação pela Universidade do Oeste de Santa Catarina – UNOESC – Campus Joaçaba. Mestra em Educação pela Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS) Chapecó – SC. Especialista em Educação (Orientadora Educacional) Concórdia - SC. E-mail: cirleilh@gmail.com - ORCID: https://orcid.org/0000–0002–4910-4033
[2] Professora colaboradora do PPGE da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), campus Chapecó. E-mail mhcordeiro@uffs.edu.br - ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4034-1446

Keywords: Mathematics education. Teachers' training. Additive Structures. PNAIC

Introdução

De uma forma geral, os programas de formação de professores são avaliados em função de seus resultados globais, mas tem havido pouco investimento em avaliar seus resultados em termos da promoção da aprendizagem dos participantes, sobretudo no que se refere a avanços conceituais. Evidentemente, estudos com essa finalidade requerem investimentos (financeiros e de recursos humanos) mais localizados, o que dificulta sua execução em uma escala nacional. No entanto, é possível realizá-los, em pequena escala, em programas de pós-graduação. Mesmo tratando-se de pequenos estudos, eles podem contribuir para avaliações mais processuais, que permitem apontar aspectos qualitativos a serem levados em conta na avaliação dos programas.

Este artigo revisita uma pesquisa, realizada para a dissertação de mestrado em educação de uma das autoras em 2016, a qual teve como ponto de partida algumas inquietações pedagógicas que foram surgindo a partir de sua prática como formadora do PNAIC (Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa). Essas inquietações encontraram eco em trabalhos como os de Megid (2009), Pinto (2010), Radaelli (2010), Oliveira (2014), Rezende e Borges (2017), Gonçalves (2021), os quais apontam as dificuldades dos professores em ensinar e compreender conceitos matemáticos, bem como as fragilidades da formação inicial e continuada. Assim, foi formulado o problema desta pesquisa: a formação oferecida pelo Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) contribui (em que sentido) para aprimorar a compreensão dos professores sobre o processo de elaboração dos conceitos matemáticos, realizado pelas crianças do ciclo de alfabetização, assim como a qualidade de sua própria intervenção pedagógica?

Apesar desse programa ter sido descontinuado em 2017, consideramos que as análises e reflexões aqui apresentadas ainda podem contribuir para a formulação de novos projetos e programas de formação de professores, neste momento em que se vislumbra a possibilidade de retomar essa formação a partir de 2023.

O PNAIC foi criado em 2012. A partir de 2013, iniciou-se a formação continuada de professores na área de Língua Portuguesa e, em 2014, na área de Matemática. Apesar da responsabilidade pelo desenvolvimento do programa ter sido atribuída às universidades, essas apenas produziam os materiais e formavam os orientadores, os quais eram diretamente responsáveis pela formação dos professores. Portanto, as universidades não atuavam diretamente com os professores nos municípios e, em muitos casos, não existiam formas de acompanhamento e de avaliação que verificassem o impacto da formação na sala de aula. Assim, esperamos que a pesquisa aqui apresentada possa contribuir para o enfrentamento desse problema em futuros programas de formação.

Em 2014, a formação do PNAIC, no município pesquisado, trabalhou, durante dez meses, com 8 cadernos de formação. Cada caderno foi dividido em 8 ou 12 horas de formação em sessões presenciais. O caderno 4 abordava Operações na Resolução de Problemas. Foi debatido durante 12 horas, ou seja, em três encontros de 4 horas cada um. Essas 12 horas incluíram, além das estruturas aditivas, o estudo de estruturas multiplicativas; cálculos e algoritmos; as operações, as práticas sociais e o uso da calculadora. Assim, para as estruturas aditivas, foi realizado apenas um encontro de 4 horas, um tempo bem limitado para dar conta de estudar, debater e refletir sobre o tema. Portanto, no referido município, a formação continuada do PNAIC debateu, em 2014, os conceitos que foram abordados nesta pesquisa, mas, como em todas as formações, o trabalho foi realizado de uma forma muito rápida, sem condições de aprofundamentos, tanto com os orientadores do PNAIC como com os professores.

Para o desenvolvimento da pesquisa e elaboração dos instrumentos de geração de dados, recorreu-se à teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud.

Campos conceituais e estruturas aditivas

A Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gerard Vergnaud (1993), não é em si, uma teoria didática. Entretanto, ela propõe uma estrutura que permite compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos em crianças e adolescentes (nos leva a compreender como eles constroem conhecimentos matemáticos), oferecendo uma base psicológica para o desenvolvimento do ensino (VERGNAUD, 1993). Essa teoria pressupõe que um conceito se refere a muitas situações, ao mesmo tempo que uma situação envolve muitos conceitos. Sendo assim, um conceito não existe sozinho, o que justifica a relevância de estudar campos conceituais e não conceitos isoladamente. Além disso, o autor defende que a construção de conceitos é um processo que vai evoluindo. Dessa forma, essa teoria tem sido amplamente utilizada como base para o ensino de conceitos matemáticos e, sobretudo, como referencial para as investigações nessa área.

Um dos campos conceituais mais estudados pelo autor e seus seguidores é o campo conceitual das estruturas aditivas, o qual compreende uma variedade de situações que requer, ao menos, uma adição, uma subtração, ou até mesmo as duas operações. Neste campo conceitual estão presentes vários conceitos, como: adição, número natural e relativo, subtração, comparação, medidas, transformação do tempo, inversão e muitos outros (MAGINA *et al*., 2001).

Segundo Vergnaud (1993), para se estudar a formação de um conceito é necessário levar em conta o conjunto de situações (S), os invariantes (I) e as representações (R). As situações são as tarefas ou problemas que o sujeito tem que resolver. Para investigar a compreensão dos conceitos é possível e necessário organizar as situações em classes ou tipos, buscando identificar os aspectos que as diferenciam. Isso permite entender por que uns problemas são mais difíceis de resolver do que outros, sobretudo para aqueles sujeitos que ainda estão se apropriando desses conceitos.

A existência de semelhanças entre as situações de uma mesma classe possibilitam que os sujeitos desenvolvam uma organização invariante de ações e a utilizem na resolução de todas as situações dessa classe. Essa organização invariante é denominada de esquema. Este conceito, introduzido por Piaget, foi ampliado por Vergnaud (1993), ao insistir que os esquemas devem relacionar-se com as características das situações às quais se aplicam. Este autor chamou a atenção para os invariantes operatórios, que se referem aos conhecimentos contidos nos esquemas e compreendem os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação. Estes são implícitos e, portanto, não são ainda científicos. Porém, eles podem tornar-se explícitos, possibilitando a construção de verdadeiros conceitos e teoremas científicos. Segundo Moreira e Sousa (2002), essa explicitação é necessária para uma intervenção pedagógica, pois o que é explícito pode ser compartilhado e debatido, portanto, oferece a possibilidade de mediação no processo de ensino.

Para Vergnaud (1993), além de um conjunto de situações (S) e de invariantes (I), um conceito não pode ser compreendido ou expresso sem um terceiro componente, a representação, ou melhor, um conjunto de representações (R) que podem ser usadas para representar invariantes, situações e procedimentos e que podem ser simbólicas, linguísticas, gestuais, pictóricas, gráficas ou diagramas.

O estudo das representações foi aprofundado por Duval (2012) que destacou os registros de representações semióticas e mostrou que eles são essenciais na apropriação dos conceitos. Para este autor, as representações semióticas "são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem limites próprios de significação e de funcionamento" (p. 269). Só é possível conhecer, aprender matemática, por meio da utilização das representações semióticas do objeto matemático, já que este não é acessível ao sujeito pela experiência direta. As representações semióticas são produzidas socialmente e, por isso, os sujeitos só podem se apropriar delas com o auxílio daqueles que já as dominam. Em nossa sociedade, essa função cabe aos professores.

Segundo Gonçalves (2021), as ações que as crianças realizam sobre os objetos permitem que elas já tenham, antes mesmo de iniciarem o processo de escolarização, algum entendimento sobre os esquemas de juntar, tirar e fazer correspondência termo a termo (comparar). Trata-se ainda de conceitos em ação, e o grande desafio do professor é potencializar meios para que elas consigam estabelecer relações entre esses esquemas e, assim, possam construir conceitos operatórios de adição e subtração. Para isso, as crianças devem ser instigadas desde a pré-escola a estabelecer relações entre as ações de juntar, tirar e comparar, de modo a ampliar seu conceito inicial de somar e subtrair. As representações semióticas são fundamentais para tornar explícitas essas relações, permitindo que as crianças as reconstruam no plano cognitivo.

Sendo assim, quando o sujeito se apropria das representações semióticas, torna-se capaz de criar representações mentais dos objetos matemáticos e de suas relações, e de agir sobre eles cognitivamente, por meio do tratamento que só essas representações viabilizam. Entretanto, existe sempre o risco de se confundir o objeto matemático com suas representações. Para minimizar esse risco, Duval (2012) defende que sejam apresentados aos alunos diversos sistemas de representações semióticas e que lhes seja ensinado a transitar entre eles, fazendo a conversão de uns para os outros. Por exemplo, nas séries iniciais, a criança deve aprender a transitar do desenho para a representação algorítmica e vice-versa. Esse processo cognitivo não ocorre espontaneamente e, para a maioria das crianças, também não ocorre facilmente. No entanto, provoca um salto cognitivo na compreensão de conceitos matemáticos.

Para entendermos um pouco mais sobre o imbricamento entre situações, invariantes e representações, buscamos a explicação de Silva (2008), referente a um problema aditivo de transformação, onde apenas o estado inicial é desconhecido:

> Se o aluno tentar representar a situação-problema, sem saber qual operação aritmética é necessária para resolver, ele pode usar os dedos ou tracinhos para somar 3 com algum número até obter 9. Implicitamente, o aluno modela o problema, no entanto, esta situação requer que o aluno reconheça mais uma invariável da adição: a comutatividade (a+b=b+a). Isto significa que o aluno supõe que somar um número a 3 é o mesmo que somar 3 a um número. Para a representação aritmética seriam requeridas do aluno duas operações de pensamento, a comutatividade e inversão da adição, que correspondem a chegar à solução através de subtração (SILVA, 2008, p. 23).

Retomando a reflexão sobre as situações envolvidas no campo conceitual das estruturas aditivas, recorremos a Magina *et al*. (2001), que lembram que o conhecimento é construído pelas crianças na vivência de situações cotidianas e chamam a atenção para o fato de que o ensino escolar muitas vezes quebra a relação que existe, no dia a dia, entre a adição e a subtração. As autoras argumentam que o ensino separado da adição e da subtração não tem sentido e dificulta a compreensão. Sendo assim, ressaltam que é importante que o ensino aborde o campo conceitual das estruturas aditivas levando em conta as diferentes classes de situações. Conforme a classificação proposta por Vergnaud (1993), as autoras nos explicam que, dentro deste campo, as situações podem ser classificadas conforme sua complexidade de raciocínio e resolução, em três classes ou tipos de problemas: de transformação, de composição e de comparação.

- *Problemas de transformação*- referem-se a situações temporais onde é possível distinguir um estado inicial (antes), uma transformação (ou mais que uma) por ganho ou perda, acréscimo ou decréscimo e um estado final (depois). Envolve ações de tirar, diminuir, dar, receber, ganhar, perder…. Foram levantadas seis situações, sendo três relacionadas a transformações positivas (ganho ou acréscimo) e três a transformações negativas (perda ou decréscimo). As situações mais simples, consideradas problemas prototípicos de transformação, são aquelas onde são conhecidos os valores do estado inicial e da transformação (positiva ou negativa), sendo necessário determinar o estado final. As situações em que as quantidades iniciais e finais são conhecidas e se pretende saber o valor da transformação, são consideradas problemas de 1° extensão, ou situações de transformação com transformação desconhecida. Os problemas mais complexos são aqueles que requerem a realização da operação inversa para descobrir a quantidade inicial, a partir do conhecimento dos valores da transformação e do estado final. São denominados de 4° extensão.

- *Problemas de composição* – esta classe de situações refere-se às relações entre as partes e o todo. Não ocorre transformação em nenhuma das partes. Nesta classe, são considerados prototípicos os problemas que envolvem ações de juntar as partes para obter o todo. Trata-se de situações familiares, facilmente dominadas pela criança. Outros problemas de composição, quando são conhecidos os valores do todo e de uma (ou mais) partes, e se procura conhecer o valor da outra parte, são classificadas como problemas de 1° extensão das estruturas aditivas.

- *Problemas de comparação* – Referem-se ao estabelecimento de uma relação de comparação entre os valores de duas coleções, denominados de referente e referido. Não ocorre transformação de nenhuma delas, uma vez que nada é tirado ou acrescentado. É denominada de 2° extensão a situação em que é conhecido o valor de uma das coleções (referente) e a medida da relação entre ambas as coleções, e se pretende saber o valor da outra coleção (referido). Quando são conhecidos os valores das duas coleções (referente e referido) e se questiona qual a relação entre elas, o problema é de 3° extensão. Em um problema de 4° extensão, é informado o valor do referido e a medida da relação e busca-se conhecer o valor do referente. Para tentar resolver estes problemas, os alunos precisam desenvolver um raciocínio mais complexo, ou seja, o aluno precisa desenvolver esquemas de ação mais elaborados, pois nem sempre fica evidente a operação a ser realizada. Nestes problemas, geralmente o uso de expressões-chave como: *a mais* ou *a menos*, pode dificultar a compreensão, levando a criança a achar que ”a mais” é uma pista para realizar uma adição e “a menos” para realizar uma subtração.

Várias pesquisas como de Guimarães (2005) e de Nunes *et al*. (2005) confirmam que existem alguns problemas que necessitam de esquemas de ação mais elaborados, como, por exemplo, os de comparação. Sendo assim, nas pesquisas desenvolvidas pelos autores, os alunos apresentam mais dificuldades em resolver os problemas de transformação que não são prototípicos, e principalmente os que necessitam da inversão como os problemas nos quais o início é desconhecido, tanto na situação aditiva como na subtrativa e nos problemas de comparação.

Segundo Vergnaud (1996, p. 19), “A estrutura aditiva coloca problemas para todos ao longo da vida, principalmente por causa do positivo e do negativo”. O autor e pesquisador destaca que a compreensão do campo conceitual das estruturas aditivas, se inicia muito antes do aluno ir para a escola, continua e não termina quando chegamos à vida adulta. Sendo assim, estamos sempre aprendendo e desenvolvendo este campo conceitual, pois, em virtude da variedade de situações que ele abrange, sempre terá obstáculos para serem superados.

Considerando a categorização e a classificação dos problemas apresentados na perspectiva do campo aditivo de Vergnaud (1993), o enigma pode estar em qualquer parte do enunciado do problema, e não somente no final dele. Assim, o aluno precisa entender e analisar as informações dos problemas como um todo, possibilitando dessa forma uma maior autonomia, criando estratégias individuais. Dentro desta visão, o professor tem melhores condições para propor discussões em grupo, proporcionando ao aluno maior reflexão e busca de recursos para entender e explicar seus procedimentos, ou seja, seu raciocínio, o que valoriza todo o processo realizado por ele, incluindo a representação que ele utilizou, seja por meio de desenhos, contas parciais, armadas ou não, assim como outros recursos ou estratégias utilizadas.

Segundo Silva (2015), as estruturas aditivas, ou seja, os problemas que envolvem o campo aditivo, “[...] estimulam o aluno a pensar nas complexidades da adição e da subtração e entendê-las como operações complementares”. O conhecimento das estruturas aditivas propicia às professoras um melhor entendimento das dificuldades dos alunos, ajudando-as a identificar quais dos conceitos envolvidos nessas estruturas não foram assimilados por eles. Sendo assim, é importante desenvolver atividades que incluam contagem e cálculo mental, pois facilitam e levam os alunos a construir estratégias individuais mais elaboradas para solucionar problemas com maior complexidade.

Quando o professor organiza, na sala de aula, um espaço de aprendizagem e desenvolvimento pessoal, possibilitando que os alunos expliquem suas ideias, promove o processo de internalização, conforme Moreno (2006) defende:

> Quando um aluno resolve um problema de adição e lhe é pedido que informe de alguma forma à turma sobre os procedimentos utilizados, a primeira coisa que poderá fazer é falar sobre eles, depois poderá emitir mensagens escritas, posteriormente reconstruirá a sequência desenhando-a e, finalmente, encontrará na escrita com sinais aritméticos o procedimento mais eficiente (MORENO, 2006, p. 64)

Salientamos a importância de um trabalho que utilize problemas contextualizados, ou seja, um trabalho coletivo, que tematize a vida real, no qual os alunos participam da construção e da elaboração de problemas matemáticos, discutindo e explicando quais estratégias utilizaram para resolvê-los, valorizando essas estratégias e explicações, e questionando o porquê disso ou daquilo. Esse trabalho proporciona o desenvolvimento das estruturas mentais superiores e impulsiona a construção dos conceitos científicos. Como foi defendido por Vygotsky (1978), essa é uma função da qual a escola não poderá se omitir. Porém, nem sempre é claro para os professores o que está envolvido nessa construção conceitual e como ela pode ser promovida.

Caminhos metodológicos da pesquisa

Conforme expresso no início deste trabalho, o problema proposto foi formulado da seguinte maneira: A formação oferecida pelo PNAIC contribuiu (em que sentido) para aprimorar a compreensão dos professores sobre o processo de elaboração dos conceitos matemáticos realizado pelas crianças do ciclo de alfabetização, assim como a qualidade de sua intervenção pedagógica? Para investigar esse problema, elaboramos algumas questões de pesquisa mais específicas:

1. Quais os critérios/aspectos considerados pelos professores na avaliação das respostas das crianças na resolução dos problemas que envolvem estruturas aditivas?
2. Quais as estratégias de ensino propostas pelos professores para ajudarem as crianças a superar os erros cometidos?
3. Quais as compreensões que os professores têm dos conceitos trabalhados e do processo de elaboração desses conceitos pelas crianças?
4. Existem algumas diferenças na compreensão ou entendimento sobre a elaboração dos

conceitos matemáticos, dos professores que participaram da formação do PNAIC matemática em relação aos que não participaram?

O projeto de pesquisa foi submetido e aprovado pelo comitê de ética da UFFS por meio do parecer número 1.385.359.

Participantes

Participaram da pesquisa 32 professoras do primeiro ano do ciclo de alfabetização, metade das quais tinha participado da formação em matemática do PNAIC. Estas constituíam 100% do universo de participantes do PNAIC no referido nível de ensino.

Utilizamos um questionário-perfil, para levantar características sócio demográficas das participantes: idade, tempo de experiência na Educação, tempo de atuação no ciclo de alfabetização, modalidade de formação, estado civil, quantidade de filhos e formação escolar dos pais, cujos resultados são mostrados no quadro 1. Todas as participantes eram formadas em Pedagogia.

Foi adotado um desenho quase-experimental, que permitiu a comparação dos resultados de dois grupos de professoras que atuavam no ciclo de alfabetização, um que tinha participado da formação do PNAIC em matemática e o outro que não tinha participado. Cada grupo era composto por oito duplas pareadas nos dois grupos de acordo com as características sociodemográficas e de formação, identificadas no questionário perfil.

Quadro 1: Perfil demográfico, acadêmico e profissional das professoras participantes da pesquisa

		PNAIC	**Não PNAIC**
Faixa etária	De 26 a 35 anos	3	5
	De 36 a 44 anos	7	9
	De 45 a 55 anos	6	2
Tempo de serviço na Educação	1 a 10 anos	5	5
	11 a 20 anos	6	7
	Mais de 20 anos	5	4
Tempo de serviço no ciclo de alfabetização	1 a 10 anos	10	6
	11 a 20 anos	5	9
	Mais de 20 anos	1	1
Modalidade de	Presencial	13	12

formação Inicial	À distância	3	4
Estado civil	Casada ou união estável	14	13
	Solteira	2	2
	Divorciada	0	1
Quantidade de filhos	Não tem	2	2
	1	8	5
	2	4	7
	3 ou mais	2	2
Formação escolar do genitor com maior escolaridade	Nunca frequentou a escola	1	1
	Ensino Fundamental – séries iniciais	13	12
	Ensino Fundamental – séries finais	2	3
	Ensino Médio – Magistério	3	1

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil

Protocolo de pesquisa

O principal instrumento de pesquisa (no sentido de que nos permitiu investigar o problema colocado) foi um protocolo (vide apêndice) composto por sete problemas envolvendo estruturas aditivas, que tinham sido resolvidos previamente por crianças de primeiro e segundo anos de uma escola da rede municipal de ensino de Concórdia –SC, como uma atividade normal de sala de aula. Foram incluídos diversos tipos de problemas, que foram organizados em conjuntos que denominamos de Blocos. Dois problemas de transformação (Bloco 1), três de comparação (Bloco 2) e dois de composição (Bloco 3). Nos blocos 1 e 3, um dos problemas era prototípico e o outro era inverso. No bloco 2, um dos problemas informava o valor da relação e do referente e solicitava o valor do referido (prototípico), enquanto os outros dois questionavam o valor da relação a partir das informações sobre o referente e o referido (inversos). A diferença entre estes dois últimos problemas residia na existência, ou não, de congruência na linguagem, isto é, em ambos a operação necessária para a resolução correta era a subtração, mas, enquanto em um deles o enunciado mencionava a palavra “mais” (incongruente), o outro mencionava a palavra “menos” (congruente). Foram selecionadas respostas dadas pelas crianças que eram corretas nos problemas prototípicos e incorretas nos problemas inversos, sendo que as quantidades envolvidas nos problemas eram as mesmas. Foi tomado o cuidado de utilizar respostas dadas pelas crianças e não pelas pesquisadoras, para que fossem apresentadas às professoras respostas que efetivamente ocorrem na sala de aula. Os comandos apresentados no instrumento eram os seguintes:

Prezadas professoras
Agradecemos a vossa disposição em participar desta pesquisa. Abaixo vocês vão encontrar alguns problemas resolvidos por crianças do ciclo de alfabetização. Neste estudo, estamos investigando a compreensão das professoras sobre o raciocínio das crianças, com base na avaliação que fazem sobre o desempenho delas e, por isso, é muito importante que vocês expressem bem claramente os vossos argumentos. Assim, solicitamos que leiam com atenção o enunciado dos problemas, analisem as respostas dadas pelas crianças a esses problemas e respondam às questões a seguir:
a) Como você avaliaria as respostas da criança? Justifique.
b) O que você acha que a criança pensou para dar essa resposta?
c) Por que o desenvolvimento da criança é diferente em cada um dos problemas?
d) Se você considera que a resposta da criança está equivocada, como você faria para ajudar a criança a chegar à resposta correta?

As professoras responderam em duplas, o que foi pensado para possibilitar a interação, promovendo a necessidade de uma maior reflexão e de uma argumentação mais explícita e coerente. Após a leitura e assinatura individual dos termos de consentimento livre e esclarecido, cada dupla discutia as respostas produzidas pelas crianças a cada bloco de problemas e, ao final de cada bloco, respondia aos questionamentos incluídos no instrumento. Os protocolos foram respondidos por todas as duplas, distribuídas em duas salas de aula, em um período de aproximadamente uma hora e meia, destinado à formação continuada.

Optou-se por uma análise qualitativa das respostas, em que se procurou inferir, a partir dos textos escritos por elas, os esquemas conceituais que estão na base das explicações apresentadas. As respostas foram organizadas em dois eixos: conceitos matemáticos e concepções sobre o processo de aprendizagem da criança. Além disso, procurou-se comparar as respostas do grupo do PNAIC e do grupo não PNAIC, em ambos os eixos.

Resultados do Eixo 1: Aspectos referentes aos conceitos matemáticos

A análise das respostas das professoras destaca os aspectos que elas consideraram na sua avaliação das respostas das crianças, buscando identificar diferentes níveis de complexidade na argumentação que elas apresentaram. Assim, foram identificados *a posteriori*, e sistematizados, oito aspectos. Nos aspectos 1, 2, 3, 4 e 5 foram identificados diferentes níveis de respostas, sendo organizados os mesmos e identificados com as letras: a, b, c, d, representando uma graduação do menor para o maior nível de compreensão, o que permite fazer inferências sobre possíveis níveis de elaboração conceitual.

1. Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.

a) Simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro;

b) Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado;

c) Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis.

2. Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e/ou que são necessários à resolução dos problemas.

a) Apenas se refere ao conhecimento sobre a representação formal do algoritmo;

b) Reconhecimento de que existem conceitos prévios necessários à resolução dos problemas e referência a essa construção, embora a explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.

3. Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.

a) Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação;

b) Referência à construção de uma imagem (mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado;

c) Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações/relações;

d) Compreensão de que o trânsito entre as diferentes formas de representação pode se referir não apenas às quantidades, mas também às transformações/relações.

4. Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.

a) Identificação apenas da ação de agrupar expressa nos desenhos;

b) Reconhecimento da ação que é realizada ou exigida para a solução dos problemas prototípicos;

c) Identificação de outras ações realizadas pela criança ou envolvidas no problema sem comentar ou discutir sua adequação;

d) Reconhecimento das ações realizadas ou não pela criança e que são adequadas para a resolução do problema.

5. Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.

a) Relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança;

b) Reconhecimento de que existem etapas na construção do conhecimento específico sobre estruturas aditivas.

Nas respostas que ignoram os processos cognitivos e esquemas, as dificuldades foram atribuídas a:

6. Interpretação da linguagem verbal.
7. Escolha da representação algorítmica correta.
8. Falta de atenção.

Em relação às análises das respostas das duplas, podemos distinguir entre as que consideraram os processos de construção da criança (que correspondem aos aspectos 1, 2, 3, 4 e 5 explicitados acima) e as que não consideraram esses processos (que correspondem aos aspectos 6, 7 e 8). Dez duplas (65,5%) ignoraram os processos cognitivos e esquemas construídos pelas crianças, independentemente do tipo de problema. Isso se expressa no fato de atribuírem as dificuldades à linguagem verbal (oral e/ou escrita) utilizada nos enunciados, à falta de atenção, ou ainda à escolha da conta, como se essa escolha fosse automática, bastando interpretar (em termos linguísticos) o enunciado.

Pode-se dizer que a não identificação dos processos cognitivos está relacionada ao desconhecimento do campo conceitual das estruturas aditivas, como pode ser constatado no fato de que essas duplas também não reconheceram que existem diferenças entre os problemas apresentados em cada bloco (e também entre os blocos), que estão relacionadas à situação-problema, e/ou, mais especificamente, às relações entre as variáveis. Guimarães (2005), destaca a importância de o professor conhecer os diversos tipos de problemas, para que possa oferecer os instrumentos necessários para a compreensão dos mesmos.

A referência às ações realizadas pela criança ou que são exigidas para a resolução do problema poderia mostrar que, de alguma forma, as duplas reconheceriam que os diferentes tipos de problema ativam diferentes esquemas conceituais. Embora cinco duplas tenham se referido a diferentes ações, apenas uma (dupla 3) o fez refletindo sobre quais dessas ações seriam adequadas, dependendo do tipo de problema.

A compreensão de que diferentes situações requerem diferentes ações para sua resolução é fundamental para que seja entendida a necessidade de utilização de diferentes algoritmos, pois estes representam simbolicamente essas ações. Vergnaud (*apud* NUNES; BRYANT, 1997, p. 118) insiste que a dificuldade de um problema é determinada não apenas pela situação, mas também pelas relações entre as variáveis da adição e/ou subtração ou pelas operações do pensamento, sendo que, para poder resolver um problema específico, essas questões precisam ser entendidas pelas crianças. Nesse sentido, é importante utilizar formas de representação que correspondam aos esquemas de ação envolvidos (por exemplo: acrescentar, completar, tirar, juntar e comparar).

Além disso, é essencial estabelecer relações entre essas representações e os algoritmos, que são mais abstratos e complexos por implicarem no reconhecimento de propriedades das ações que podem ainda não ter sido compreendidas pela criança naquelas situações. A escolha de uma representação significativa de uma situação-problema auxilia na compreensão, além de evitar a imposição de regras ou formas de resolução (VERGNAUD, 1993). Assim, a promoção da aprendizagem requer que as atividades sejam planejadas para, intencionalmente, envolverem todas essas ações e as relações entre elas, assim como várias possibilidades de as representar (DUVAL, 2012).

Foi observado que todas as duplas já levavam em consideração as diferentes formas de representação como registros legítimos, a partir dos quais podem ser inferidos a compreensão e/ou o desempenho da criança. Treze dentre elas (seis do PNAIC e sete não-PNAIC) chegaram a destacar, ao menos em um dos blocos, o uso de diferentes formas de representação para o mesmo problema, ou seja, se referiram ao trânsito entre representações (DUVAL, 2012), ainda que provavelmente não tivessem consciência do seu significado no desenvolvimento conceitual.

Ainda assim, essa observação se limitou, quase sempre, à representação das quantidades e não das transformações ou relações envolvidas no problema. Com efeito, apenas cinco duplas (duas PNAIC e três não-PNAIC) mencionaram a representação de alguma transformação no bloco 1 e apenas uma dupla (do PNAIC) parece ter compreendido a importância das representações das relações também nos outros blocos.

Ao compararmos os resultados entre os dois grupos (PNAIC e não-PNAIC) não encontramos diferenças importantes no número de respostas classificadas em cada nível, o que sugere que a formação não foi suficiente para provocar mudanças conceituais nas professoras.

O desconhecimento do campo conceitual e as dificuldades em considerar os processos cognitivos envolvidos na resolução dos problemas podem prejudicar as práticas de mediação, já que as professoras muitas vezes sabem descrever o que as crianças fizeram, mas não sabem explicar por que o fizeram, o que as impede de interferir adequadamente no processo de construção pela criança. Segundo Vygotsky *et al.* (1989), dependendo do contexto em que o aluno está inserido, o processo de desenvolvimento intelectual poderá se atrasar ou até mesmo não se completar devido à falta de mediação. Nesse sentido, o entendimento dos processos de compreensão dos alunos e suas dificuldades é essencial para que o professor possa mediar as aprendizagens e, consequentemente, o desenvolvimento conceitual, criando zonas de desenvolvimento proximal e nelas atuando explicitamente (FREITAS, 2000). Sendo assim, nesta pesquisa, analisamos também aspectos que as duplas destacaram, referentes às estratégias didáticas para mediar a aprendizagem das crianças.

.

Resultados do Eixo 2: Aspectos referentes aos processos de ensino e aprendizagem

A análise das respostas das professoras também destaca os aspectos que elas consideraram importantes para desenvolver a aprendizagem nas crianças. Identificamos quais os aspectos que as duplas levaram em consideração. Assim, foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos que chamaremos de dimensões de análise:

1. Visão sobre o processo de ensino
   a) Ensino passo a passo (perspectiva associacionista da aprendizagem;
   b) Destaque de aspectos ("pistas") relevantes à compreensão da estrutura/organização do problema.
2. Ponto de partida do ensino
   a) Centrado na explicação do professor;
   b) Baseado na resposta da criança.
3. Objetivo da intervenção
   a) Promover a interpretação linguística do texto/tarefa;
   b) Promover a representação pictórica da situação matemática expressa no texto.
4. Uso de recursos didáticos
   a) Uso de recursos didáticos sem explicar como e para quê.
   b) Uso de recursos didáticos explicando como e para quê.
5. Trânsito entre representações
   a) Promoção de trânsito entre representações (do concreto/pictórico para o simbólico) sem evidenciar compreender sua importância;
   b) Promoção de trânsito entre representações (do concreto/pictórico para o simbólico) evidenciando compreender sua importância;

Nas análises das respostas, pode-se distinguir entre as que explicitam os processos de intervenção e utilização de estratégias didáticas (dimensões 1, 2, 3, 4 e 5 acima referidas), como meio de possibilitar a mediação e impulsionar o conhecimento dos alunos e as que não explicitam estes processos (dimensão 6). Oito duplas (duas PNAIC e seis não-PNAIC), ou seja 50% do total, ignoraram o uso de estratégias didáticas, não sugerindo nenhuma intervenção pedagógica em, pelo menos, um bloco. Cinco duplas (duas PNAIC e três não-PNAIC) não sugeriram qualquer intervenção somente no primeiro bloco. A dupla 12 (não-PNAIC) não sugeriu qualquer intervenção no bloco três. A dupla 13 (não-PNAIC) não sugeriu intervenção nos blocos um e três. Somente a dupla 11 (não-PNAIC) não sugeriu qualquer intervenção em todos os blocos.

É interessante verificar que, na maioria das vezes, a ausência de proposta de intervenção é justificada pelo fato das professoras considerarem que a criança não cometeu um erro e, portanto, que a criança não necessita de intervenção para corrigi-lo. Esse é um equívoco muito comum, resultante de uma má compreensão do que significa respeitar e levar em consideração os conhecimentos prévios das crianças. Esse ponto de vista foi explicitado por quatro duplas que não fizeram o PNAIC e apenas uma dupla que cursou o PNAIC.

Visão sobre o processo de ensino

Onze duplas (seis PNAIC e cinco não-PNAIC) explicitaram, em pelo menos um bloco, sua visão sobre o processo de ensino, sendo que nove delas (quatro PNAIC e cinco não-PNAIC) destacaram a importância do ensino passo a passo (primeiro isso, depois aquilo), para que a criança consiga entender. Apenas duas duplas do PNAIC destacaram a importância dos aspectos ou "pistas" relevantes para a compreensão da estrutura e organização do problema. A visão de que o ensino deve se dar gradualmente do mais simples para o mais complexo, ou seja, associativo, acumulativo, desenvolvendo-se por etapas, é influenciada pela perspectiva empirista que está muito presente, diretamente ou indiretamente, na sala de aula, tanto nas práticas como nos discursos. Esse modelo de ensino se baseia na ideia de que a aprendizagem consiste no acúmulo e associação de fatos e informações, não considerando os sentidos que lhes possam ser atribuídos pelos alunos. A transposição pouco refletida dessa perspectiva para o ensino da matemática resulta em quadros cheios de cálculos de fórmulas, sem sentido, a serem memorizadas (NEVES; DAMIANI, 2006). O número reduzido de duplas que manifestaram uma perspectiva diferente não nos permite afirmar que sua visão tenha sido modificada pela formação do PNAIC, embora seja congruente com a perspectiva construtivista adotada pelo programa.

Ponto de partida do ensino

Quatorze duplas explicitaram sua concepção de como iniciariam o processo de mediação. Dessas, sete duplas sugeriram uma intervenção com base no ponto de partida definido pelo professor. Dessas, apenas duas duplas eram PNAIC. De acordo com Neves e Damiani (2006), "como consequência da corrente empirista, o processo ensino-aprendizagem é centrado no professor, que organiza as informações do meio externo que deverão ser internalizadas pelos alunos, sendo esses apenas receptores de informações e do seu armazenamento de memória ”. Isso resulta num ensino baseado na ideia de que, ensinando bem, o aluno aprende, sendo que esse ensino não leva em consideração os processos de construção individuais. As outras sete duplas (sendo cinco do PNAIC) partiriam das respostas dadas pelas crianças a seus questionamentos, ou das soluções que as crianças já tinham registrado no papel. Esse resultado sugere que o PNAIC promoveu uma preocupação maior em considerar as respostas das crianças para regular as estratégias de intervenção, mas essa tendência pode ter sido apenas uma coincidência, já que o número de duplas era muito pequeno.

Objetivo da intervenção

Dez duplas (seis PNAIC e quatro não-PNAIC) consideraram que é primordial promover a interpretação do enunciado da tarefa. Destas, apenas três duplas (duas PNAIC e uma não-PNAIC) apresentaram preocupação com a compreensão da situação matemática. Portanto, não houve diferença entre os grupos quanto ao foco das preocupações ser a compreensão da representação matemática ou a representação linguística. A falta de compreensão do enunciado, muitas vezes, remete a limitações na compreensão de conceitos envolvidos no problema, dificultando o estabelecimento das relações necessárias para a solução do mesmo. Neste sentido, Vergnaud (1993), nos alerta para a importância de levar em conta os campos conceituais para a compreensão das estruturas aditivas.

Uso de recursos didáticos

Quinze duplas (todas exceto a dupla 11) se referiram ao uso de materiais concretos, ludicidade e/ou questionamentos como recursos didáticos. No entanto, apenas quatro duplas do PNAIC no bloco 2, e uma dupla no bloco 1, e somente uma dupla não PNAIC no bloco 1, propuseram a utilização dos recursos didáticos explicando para quê. Isso não significa que não haja uma clareza, ou uma intencionalidade no seu uso. Pode ter acontecido simplesmente que as professoras não tenham julgado necessária essa explicitação, por considerarem que se tratava de medidas óbvias. Entretanto, quando os problemas eram mais difíceis (bloco 2), quatro duplas do PNAIC sentiram necessidade de explicitar mais detalhadamente suas estratégias didáticas. Isso não aconteceu com as duplas que não fizeram o PNAIC, o que pode sugerir que o programa pode ter promovido uma certa reflexão neste sentido.

Trânsito entre representações

O trânsito entre representações (do concreto/pictórico para o simbólico) foi sugerido por seis duplas que frequentaram o PNAIC, contra apenas uma dupla que não frequentou, o que sugere que o trabalho desenvolvido no PNAIC provocou maior compreensão sobre a necessidade de recorrer a diferentes formas de representação dos problemas, para uma maior compreensão dos conceitos matemáticos, ainda que, provavelmente, as professoras possam não ter clareza teórica sobre a importância de se utilizar mais esse recurso como heurística.

Segundo Duval (2012), a compreensão dos conceitos matemáticos requer a apropriação das representações semióticas do objeto matemático. Por isso, a aprendizagem dos conceitos matemáticos exige o trânsito entre, pelo menos, dois registros semióticos. Saber escolher o registro mais apropriado para aplicar os tratamentos provoca uma desenvoltura do raciocínio, que leva à resolução dos problemas matemáticos, ou seja, à aprendizagem.

Considerações finais

A pesquisa apresentada neste artigo se propunha verificar se (e em que sentido) a formação do PNAIC contribuiu para aprimorar as compreensões dos professores sobre o processo de elaboração dos conceitos matemáticos, manifestado pelas crianças do ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental, assim como a qualidade de sua intervenção pedagógica.

Os resultados apontam certa fragilidade nessas compreensões. As dificuldades na compreensão dos processos de formação conceitual evidenciam o que Vygotsky (1978) coloca como “operar com os conceitos sem ter consciência deles”, e que Vergnaud (1993) aprofundou ao desenvolver a ideia de conceitos em ação. Na explicitação das avaliações e propostas de intervenção expressas pelas professoras, os conhecimentos são ainda lineares, fragmentados e incompletos, sem a articulação hierárquica própria dos conceitos. Assim, as professoras parecem se utilizar de conceitos espontâneos, ou seja, do senso comum. Neste contexto, indagamos: Como as professoras poderão levar seus alunos a desenvolverem os conceitos científicos se elas mesmas evidenciaram, por várias vezes, não ter construído os mesmos? O que é preciso fazer para que realmente a formação inicial e continuada dê conta desta problemática? Observa-se a necessidade de promover, nas formações, mais reflexões sobre as respostas dadas pelas crianças a diferentes situações-problema, levando o professor a tomar consciência de seus próprios processos de análise e oferecendo-lhe as condições necessárias para que possa acompanhar o processo de aprendizagem da criança e interpretar seus erros e acertos. Essa seria uma estratégia pedagógica interessante a ser incluída nos projetos e programas de formação continuada.

Já no que se refere aos aspectos relacionados com os processos de aprendizagem e estratégias de ensino, percebemos alguns indícios de que, provavelmente, alguns avanços foram provocados pela intervenção do PNAIC, já que não encontramos outras variáveis que pudessem resultar nas diferenças encontradas entre os dois grupos participantes da pesquisa. Assim, o grupo do PNAIC revelou:

- Maior consciência da necessidade de intervenção diante de possíveis erros.
- Maior preocupação em escutar os pontos de vista da criança e regular as intervenções a partir deles.
- Maior compreensão de que os problemas envolvem compreensão das relações matemáticas e não podem ser reduzidos apenas a questões linguísticas.
- Maior reconhecimento da necessidade e da importância de utilizar diferentes formas de representação.

Embora o número de duplas tenha sido pequeno e, portanto, as diferenças possam ter ocorrido por acaso, podemos tomar os resultados como ponto de partida para a elaboração de hipóteses em relação a formações que usem ou se proponham a usar modelos semelhantes aos que foram adotados no PNAIC. Essas hipóteses seriam: 1) A intervenção pode provocar algumas transformações nas práticas pedagógicas que, a curto prazo, não chegam a refletir mudanças conceituais relativas aos conteúdos ensinados; 2) uma formação mais longa e que priorize a reflexão sobre essas práticas poderá promover transformações conceituais efetivas. Infelizmente, com a interrupção do programa, não foi possível dar continuidade à pesquisa para que a segunda hipótese pudesse ser investigada.

De uma forma geral, as formações continuadas são organizadas para discutir um pouco de tudo em pouco tempo, sem se aprofundar o suficiente, por não se perceberem as fragilidades que os professores apresentam, e/ou por falta de tempo, e/ou porque os próprios orientadores de estudo, que trabalham diretamente com os professores, não estão ainda preparados para perceberem as necessidades num nível conceitual mais aprofundado. Quanto ao PNAIC e sua contribuição na formação dos professores, entendemos que ele foi bem pensado, planejado, oferecendo não só a teoria, mas relatos de práticas, muitas estratégias didáticas e troca de experiências. Assim, pode-se dizer que a formação provocou muitas reflexões e questionamentos. Porém, no cotidiano de sala de aula, continuou a existir uma distância considerável entre teoria e prática. Podemos dizer que o programa, até sua interrupção, não deu conta de sanar essa dificuldade, pois o que verificamos foi uma pequena e já observável transformação das práticas, mas que ainda não foi acompanhada por uma clareza teórica sobre as mesmas. Isso sugere que programas de formação requerem um trabalho mais próximo às professoras, nas próprias escolas, que problematizem e as levem a buscar embasamentos teóricos para as atividades que promovem no cotidiano da sala de aula. Efetivamente, tanto o

PNAIC como outros programas de formação continuada pecaram por não envolver formadores que trabalhem direta, sistemática e frequentemente com os professores nas escolas, promovendo reflexões, pelo menos semanais, sobre as atividades e o desempenho das crianças. Isso não seria impossível de ser realizado pelos orientadores de estudo, pelo menos no município onde este estudo foi realizado, se lhes fosse facultada a dedicação exclusiva ao programa. Claro que, para isso, esses orientadores também precisariam de uma formação mais específica, o que poderia ser resolvido pela sua inserção em cursos de mestrado profissional, tendo como tema da sua dissertação a sua atuação no programa.

Ainda assim, o PNAIC foi, sem dúvida, um programa que avançou na conquista de algumas melhorias da qualidade da educação proposta pelo MEC na época, mas precisaria ser contínuo, mais prolongado e criar outros mecanismos de formação, que instrumentalizassem os professores e possibilitassem a ampliação do número possível de participantes, o que foi abortado precocemente.

Não estamos afirmando que a formação de professores seja a única responsável pela melhoria do processo de ensino e aprendizagem, mas acreditamos que um professor, quando conhece, ou seja, tem domínio do conteúdo, da didática e do desenvolvimento do seu aluno, saberá a hora de intervir e como intervir, para que o aluno possa ir ampliando sua compreensão e, assim, elaborando os conceitos matemáticos, ou melhor, compreendendo os campos conceituais. Para isso, é fundamental a reflexão sobre a prática, ou seja, que as professoras possam buscar na teoria os subsídios necessários para a leitura e compreensão das dificuldades e das situações reais que vivenciam nas escolas.

Referências

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

FREITAS, M. T. de A. As apropriações do pensamento de Vygotsky no Brasil: um tema em debate. *In:* **Psicologia da Educação. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Psicologia da Educação**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, n.10/11: 9-28. 2000.

GONÇALVES, Alex Oleandro. Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva: a Compreensão de Uma Professora de Primeira Série. **Revista American Journal of Development**, Curitiba, v. 3, n.1, p. 406-417, jan/feb. 2021.

GUIMARÃES, Sheila Denize. **A Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva por Alunos de 3° Série do Ensino Fundamental:** aspectos cognitivos e didáticos. (Dissertação de Mestrado em Educação) Universidade Católica Dom Bosco. Campo Grande. 2005.

MAGINA, S.; CAMPOS, T; NUNES, T., GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração:** contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: Ed. PROEM LTDA, 2001.

MEGID, Maria Auxiliadora Bueno Andrade. **Formação inicial de professores mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas.** (Tese de Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 2009.

MORENO, B. R. de. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série**.** *In*: PANIZZA, M. e colaboradores. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais**: análises e propostas. Porto Alegre: Artmed 2006. [Trad. Antônio Feltrin]

MOREIRA, M.A.; SOUSA, C.M.S.G. **Dificuldades de alunos de Física Geral com o conceito de potencial elétrico**. Projeto de pesquisa em andamento. 2002.

NEVES, R. A.; DAMIANI, M. F. Vygotsky e as teorias de aprendizagem. **UNI revista** – vol. 1, n° 2: abril, 2006.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S., BRYANT, P. **Educação Matemática:** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Trad. Sandra Costa. – Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, Priscilla Rohr Garcez de. **Alfabetização matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** uma leitura dos resultados da pesquisa GERES 2005. (Dissertação em Educação, Cultura e Comunicação) Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Duque de Caxias, 2014.

PINTO, Valessa Leal Lessa de Sá. **Formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da aritmética.** (Dissertação em Ensino das Ciências na Educação Básica) Universidade do Rio. Duque de Caxias, 2010.

RADAELLI, Rosebel Kunz. **A investigação e a ação do docente no ensino de geometria em anos iniciais do ensino fundamental.** (Dissertação em Ensino de Ciências Exatas) Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, 2010.

REZENDE, Veridiana; BORGES, Fábio Alexandre. Futuros professores de Matemática nos Anos Iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.19, n. 1, 327 – 352, 2017.

SILVA, Ana Paula Bezerra da. **Resolução de problemas aditivos de ordem inversa:** proposta de ensino em contexto significativo de jogo por meio de um suporte representacional. (Dissertação em Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2008.

SILVA, Lilian Cristine Camargos. **Ressignificando a Construção dos Algoritmos da Adição e Subtração.** Dissertação (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

VERGNAUD, Gerard. Teoria dos Campos Conceituais. In Nasser, L. (ed.) 1. **Anais do 1° Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. 1993, p. 1-26.

VERGNAUD, Gerard. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *In:* **Revista do GEEMPA**, nº 4. Porto Alegre: GEEMPA, 1996.

VYGOTSKY, Lev. Semenovich. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo. Editora Martins Fontes.1978. (Psicologia e Pedagogia)

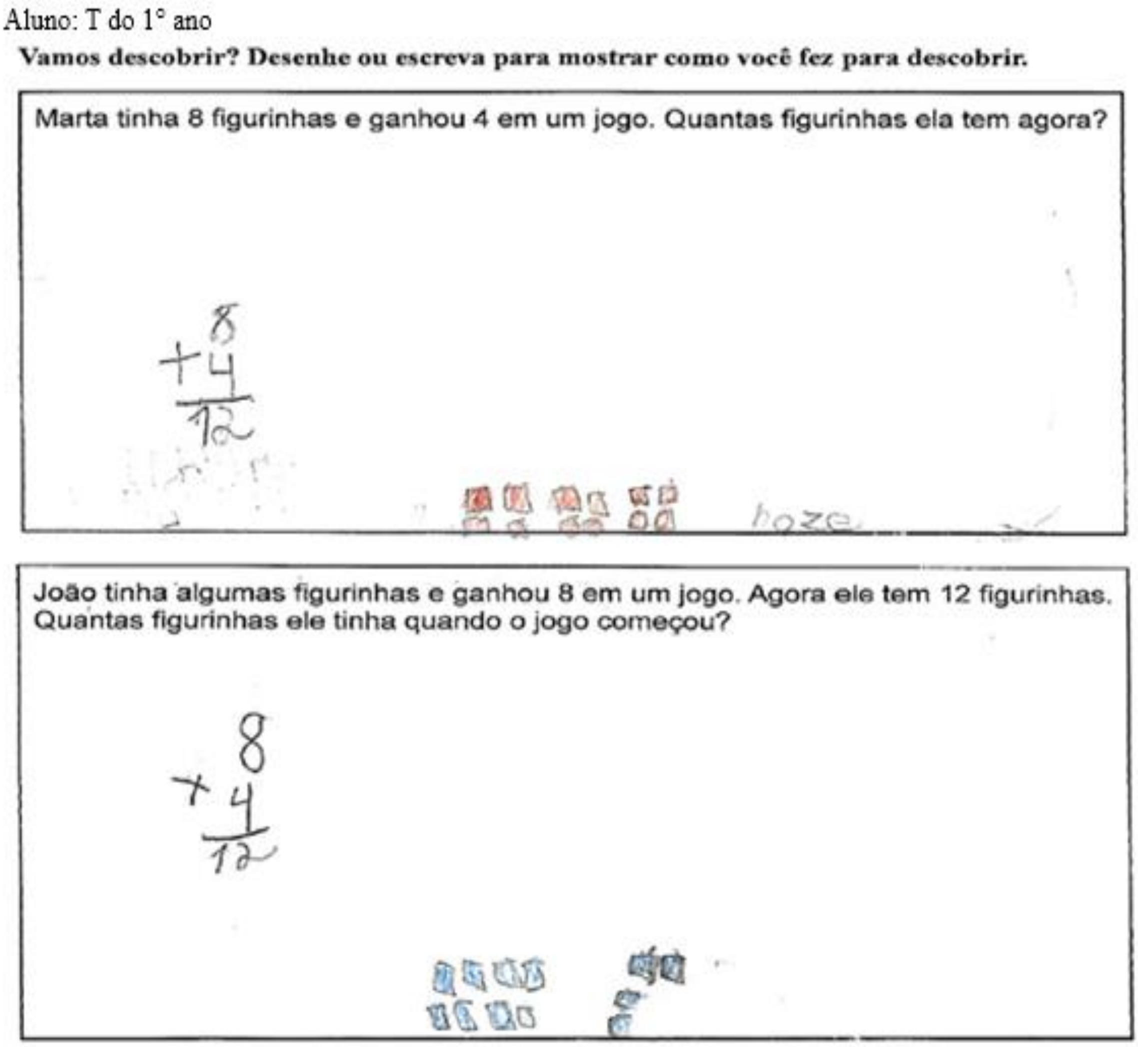
VYGOTSKY, L. S., LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** Trad. Maria de Penha Villa lobos. São Paulo: Ícones, 1989.

Recebido em: 20 de janeiro de 2022
Aprovado em: 18 de janeiro de 2022

Apêndices

PROBLEMAS APRESENTADOS NA DE PESQUISA

BLOCO 1


Aluno: T do 1° ano

Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.

Marta tinha 8 figurinhas e ganhou 4 em um jogo. Quantas figurinhas ela tem agora?

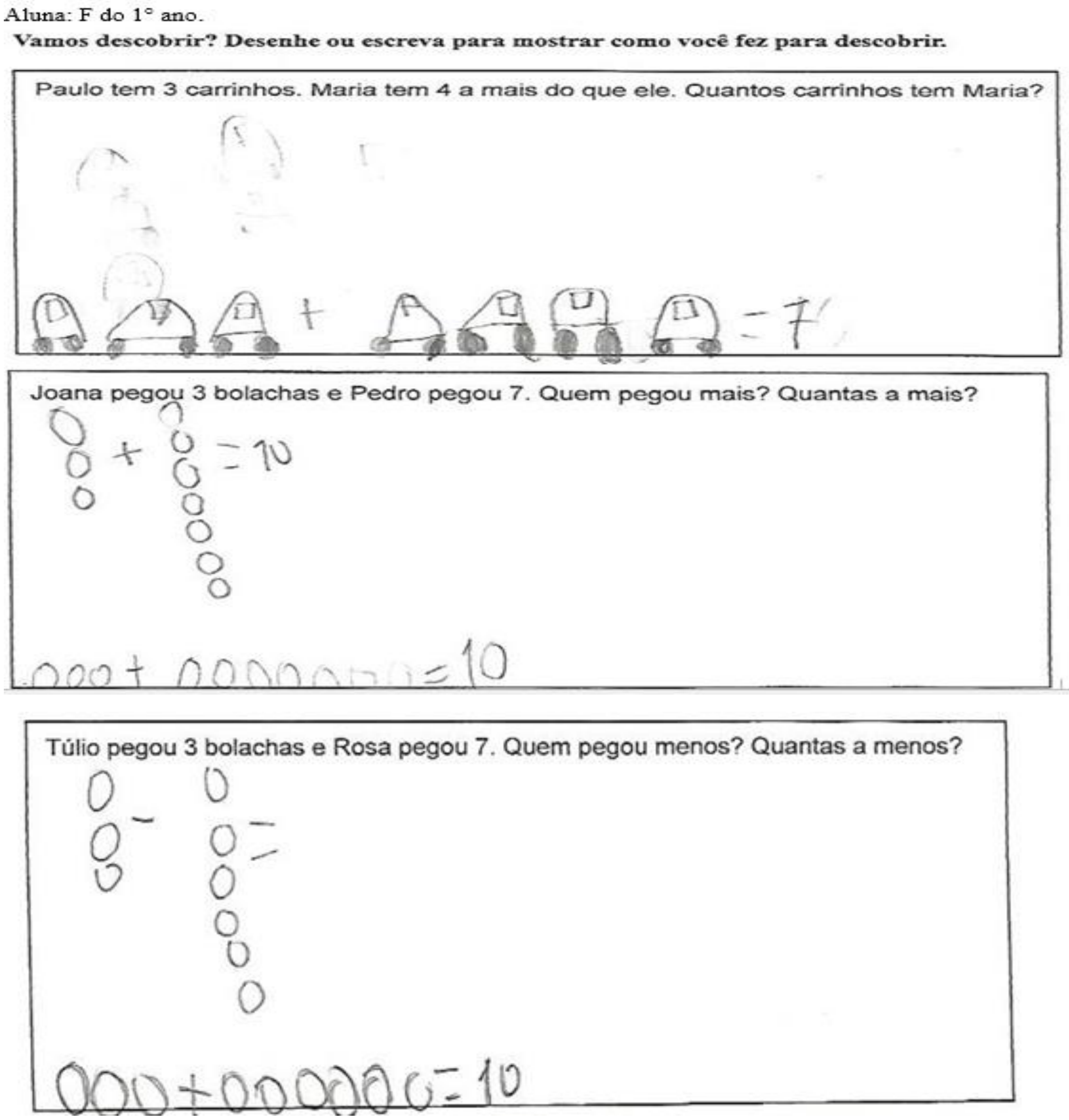
$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

doze

João tinha algumas figurinhas e ganhou 8 em um jogo. Agora ele tem 12 figurinhas. Quantas figurinhas ele tinha quando o jogo começou?

$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

BLOCO 2



Aluna: F do 1° ano.

Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.

Paulo tem 3 carrinhos. Maria tem 4 a mais do que ele. Quantos carrinhos tem Maria?

+ = 7

Joana pegou 3 bolachas e Pedro pegou 7. Quem pegou mais? Quantas a mais?

+ = 10

000 + 0000000 = 10

Túlio pegou 3 bolachas e Rosa pegou 7. Quem pegou menos? Quantas a menos?

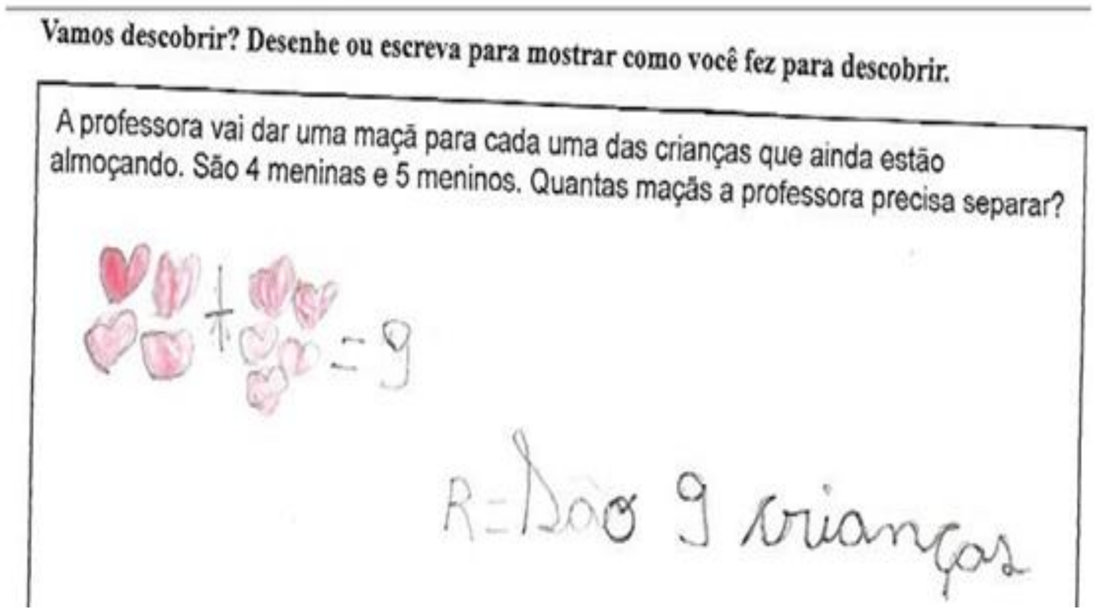
− =

000 + 000000 = 10

revista
PARANAENSE
DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

BLOCO 3

Aluna: L do 2° ano

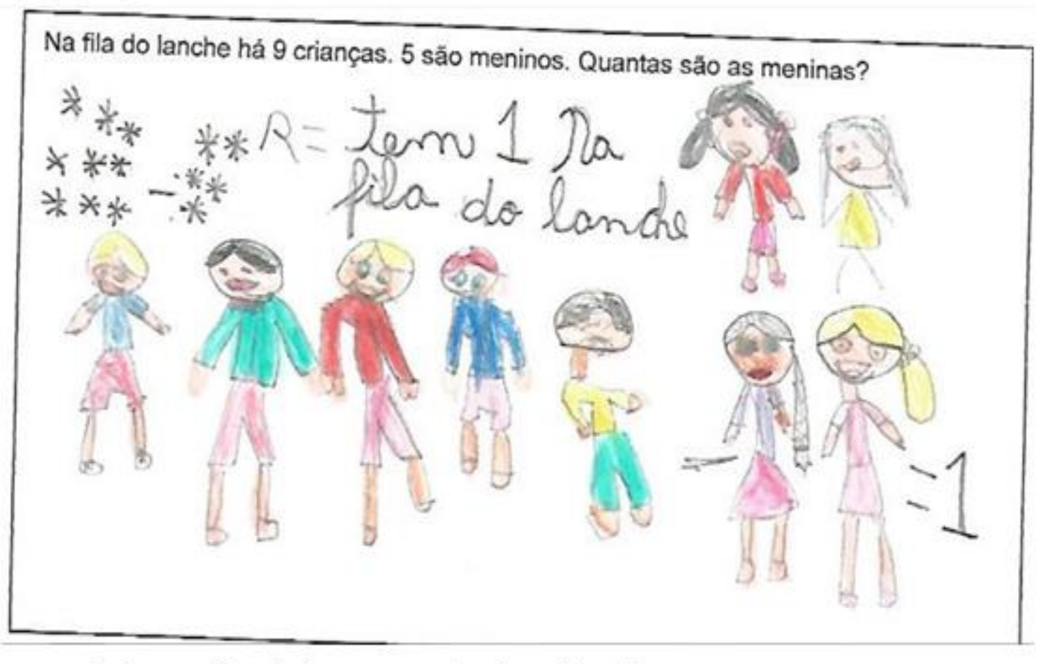


Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.

A professora vai dar uma maçã para cada uma das crianças que ainda estão almoçando. São 4 meninas e 5 meninos. Quantas maçãs a professora precisa separar?

+ = 9

R= São 9 crianças



Na fila do lanche há 9 crianças. 5 são meninos. Quantas são as meninas?

R= tem 1 na fila do lanche

=1