

Raciocinar matematicamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões de duas professoras no planejamento de uma aula

DOI: <https://doi.org/10.33871/23594381.2024.22.3.9796>

Rosemeire Fávoro Lisse Trevisolli¹, André Luis Trevisan², Anna Flávia Magnoni Vieira³

Resumo: O presente estudo tem como objetivo compreender oportunidades de aprendizagem profissional (OAP) acerca do raciocínio matemático (RM), vivenciadas por duas professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no contexto de um processo formativo. A natureza do estudo é qualitativa, de cunho interpretativo, e a análise incidiu sobre os momentos de reflexão das professoras, durante a etapa de planejamento colaborativo de uma aula destinada aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os resultados evidenciam OAP como: reconhecer a importância de o professor realizar questionamentos aos seus alunos quando propõe uma tarefa; identificar características de entendimentos essenciais para o desenvolvimento dos RM; compreender a importância em selecionar tarefas que possibilitam explorar os entendimentos essenciais do RM, e reconhecer possíveis intervenções que estimulem os alunos a avançarem nos processos do RM. Tais resultados reforçam algumas ações que devem ser realizadas por um professor para promover o RM no contexto de sala de aula, como questionar, encorajar a partilha, valorizar contribuições dos alunos, desafiar a justificar e a generalizar. **Palavras-chaves:** Raciocínio Matemático, Oportunidades de aprendizagem profissional, Formação de professores

Reasoning mathematically in the early years of elementary school: reflections of two teachers when planning a lesson

Abstract: The aim of this study is to understand the opportunities for professional learning (OAP) about mathematical reasoning (MR) experienced by two teachers who work in the early years of elementary school, in the context of a training process. The nature of the study is qualitative and interpretative, and the analysis focused on the teachers' moments of reflection during the collaborative planning stage of a lesson for the early years of elementary school. The results show OAP such as: recognizing the importance of the teacher questioning their students when proposing a task; identifying characteristics of essential understandings for the development of MR; understanding the importance of selecting tasks that make it possible to explore the essential understandings of MR, and recognizing possible interventions that encourage students to advance in the processes of MR. These results reinforce some of the actions a teacher should take to promote MR in the classroom, such as questioning, encouraging sharing, valuing students' contributions, and challenging them to justify and generalize.

Keywords: Mathematical Reasoning, Professional Learning Opportunities, Teacher Education

Introdução

Ações que levem os estudantes a raciocinar matematicamente implicam uma dinâmica de sala de aula na qual o professor assume um papel fundamental com a proposição de

¹ Mestre em Ensino de Matemática (Universidade Tecnológica Federal do Paraná). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0329-3561>

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Universidade Estadual de Londrina). Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>

³ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Universidade Estadual de Londrina). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5556-3877>

“momentos de reflexão, discussão e análise críticas posteriores à realização de uma atividade prática” (Ponte, 2005, p. 15). Assim, o professor não foca apenas no resultado final da tarefa matemática, mas deve ser capaz de acompanhar o raciocínio matemático (RM) que seus estudantes elaboram e incentivá-los a justificar ou refutar suas conjecturas.

Ao considerar que RM é uma das capacidades que os professores devem estimular durante o desenvolvimento de propostas de ensino de Matemática, faz-se necessário compreender em que de fato ele consiste e, fundamentalmente, quais são as práticas em sala de aula que apoiam tal promoção (Mata-Pereira; Ponte, 2018). De acordo com Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 12), o RM “é um processo dinâmico envolvendo conjecturar, generalizar, investigar porquê, e desenvolver e avaliar argumentos”. Para os autores, “entender o RM exige que você não apenas conheça ideias matemáticas importantes, mas também reconheça como essas ideias se relacionam e encontram novas conexões entre as conhecidas” (p. 3).

Para que o RM seja efetivamente desenvolvido na Educação Básica, é essencial focar na formação dos professores de Matemática, em que se faz presente necessidade de formar docentes mais críticos, reflexivos e capazes de se adaptar às realidades diversas dos alunos (Atahide; Canan, 2024). Em consonância com um conceito de formação continuada que associe aspectos da teoria e da prática com ênfase na reflexão da ação (Gatti *et al.*, 2019; Nóvoa, 2019; Schön, 1992), temos investigado, no âmbito do grupo de pesquisa que os autores integram⁴, o *design* de processos formativos para professores que ensinam Matemática, tendo como foco o RM. Segundo Ferreira (2023), conceber processos formativos, considerando seu *design* e realização, que possam contribuir para a criação de oportunidades de aprendizagem profissional de professores (OAP) é um campo a explorar. Em especial, nosso interesse é compreender tais OAP voltadas ao desenvolvimento do RM dos estudantes.

Ribeiro e Ponte (2020) propõem um modelo, denominado PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teacher*) como uma possibilidade para organização de processos formativos com ênfase na promoção de OAP e que, conseqüentemente, poderá vir a resultar em um avanço no processo de aprendizagem dos alunos. Nossa hipótese, sustentada por resultados presentes na literatura (Herbert; Bragg, 2021; Rodrigues; Vieira; Serrazina, 2021) é de que, ao participar de ações formadoras que visam a promoção do RM, os professores podem vivenciar OAP que aprimorem sua prática letiva e, em consequência disso, contribuir para a aprendizagem matemática dos estudantes. Esta hipótese se sustenta no fato de que o conhecimento do professor sobre esse tema (RM) influenciar diretamente as práticas em sala

4 (Nome e link do acesso do grupo omitido para versão de avaliação)

de aula, sendo assim necessário construir conhecimentos sobre entendimentos essenciais do RM (Lannin; Ellis; Elliot, 2011).

Respaldados no modelo PLOT, este artigo, recorte de uma pesquisa maior da qual se organizou a dissertação da primeira autora (Trevisolli, 2024), sob orientação do segundo e terceiro autores, objetiva *compreender OAP acerca do RM vivenciadas por duas professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no contexto de processo formativo, durante a etapa de planejamento colaborativo de uma aula.*

Elencamos, como foco de análise deste texto, os momentos de interação envolvendo duas professoras participantes, durante um processo formativo, procurando respostas à indagação que nos levou à essa pesquisa: quais OAP acerca do RM são declaradas pelas professoras, ou podem ser inferidas pelos participantes, nos momentos de discussão do planejamento colaborativo de uma aula?

Para alcançar esse objetivo, o artigo está organizado de forma a apresentar a fundamentação teórica que sustenta a linha de pesquisa em RM. São discutidos os processos de RM e seus principais conceitos, além de ser descrito o modelo PLOT e suas características. O trabalho também contextualiza o contexto em que a pesquisa foi realizada, descreve os procedimentos metodológicos utilizados, analisa e discute os dados coletados, e finaliza com algumas considerações.

Raciocínio Matemático

Lannin, Ellis e Elliot (2011) apresentam um modelo de RM baseado nos processos de conjecturar, generalizar, investigar o porquê e justificar ou refutar, agrupados em três categorias e detalhados em nove entendimentos essenciais (detalhados em Trevisolli, 2024). Segundo os autores, conjecturar envolve elaborar uma hipótese inicial ao tentar solucionar uma tarefa matemática. Esse processo é a entrada no RM e ocorre com frequência em sala de aula, embora em alguns momentos as conjecturas possam não ser sempre verbalizadas ou registradas, permanecendo apenas na mente dos alunos. Essas hipóteses podem ser provadas como verdadeiras ou falsas.

Já a generalização é um exercício de “concentrar-se em um aspecto particular de um problema ou de uma ideia e pensar mais amplamente sobre este aspecto” (Lannin; Ellis; Elliot, 2011, p. 16). Diante de uma tarefa matemática, o aluno pode centrar-se em qualquer aspecto, que nem sempre revela uma propriedade matemática importante, e são, portanto, características que não levarão às generalizações corretas. Os autores descrevem dois aspectos relacionados à

generalização: a identificação de elementos comuns e a extensão do raciocínio para além do intervalo em que esses elementos comuns foram originalmente identificados.

As conjecturas e generalizações são processos que se movimentam em espiral, levando os estudantes a se depararem com termos que precisam ser entendidos, validando-os ou refutando-os e, assim, promovendo a construção do conhecimento. O avanço no RM acontece por meio de repensar ideias iniciais, com atenção às “características particulares que fornecem uma visão das relações que podem explicar se uma generalização é verdadeira ou falsa” (Lannin; Ellis; Elliot, 2011, p. 30).

Os estudantes exploram várias explicações para entender se uma afirmação é verdadeira ou não. É essencial avaliar a validade de suas justificativas e refutações, já que reconhecer a validade de uma justificativa matemática é crucial para o raciocínio (Lannin; Ellis; Elliot, 2011, p. 35). Assim, observar atentamente esses processos do RM oferece a oportunidade de aprimorar a análise das declarações dos alunos ao justificarem seu raciocínio.

Ao trabalhar com tarefas matemáticas, os processos de conjecturar, generalizar e justificar se interconectam de forma não-linear. O professor desempenha um papel crucial ao propor atividades que incentivem os alunos a elaborar, justificar ou refutar conjecturas e a generalizá-las (Ponte, 2005; Rodrigues, Menezes, Ponte, 2018). Ao planejar tarefas matemáticas, os professores pensam a respeito dos objetivos, das metas, das ações e dos recursos necessários à aprendizagem dos estudantes, antecipando resoluções, bem como o nível de raciocínio que a tarefa poderá contemplar. Neste viés, mostra-se fundamental organizar aulas que envolvam tarefas matemáticas que visem explorar e identificar os conhecimentos dos envolvidos, sendo essa uma temática importante a ser discutida pelos professores.

Propor momentos de discussão com caráter de formação por meio da pesquisa de sua prática (Lüdke, 2001) contribui para o exercício de refletir criticamente frente às adversidades, além de proporcionar o desenvolvimento profissional dos envolvidos e do ambiente em que trabalham (Nóvoa, 1992; Ponte, 2005). Segundo Alarcão (2001, p. 177), “os professores têm de ser agentes ativos do seu próprio desenvolvimento e do funcionamento das escolas como organização ao serviço do grande projeto social que é a formação dos educandos”.

O modelo PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teacher*), sugerido por Ribeiro e Ponte (2020), por se apresentar como uma possibilidade para organização de processos formativos com ênfase na promoção de oportunidades de aprendizagem aos professores e que, conseqüentemente, poderá vir a resultar em um avanço no processo de aprendizagem dos alunos. Este modelo envolve três domínios interconectados, a constar: (a)

Papel e Ações do Formador (PAF), (b) Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), e (c) Interações Discursivas entre os Participantes (IDP).

Seguindo essa estrutura oferecida pelo modelo PLOT, um processo formativo (cujo detalhamento é feito na continuidade deste artigo) foi delineado, tendo, como público-alvo, professores que ensinam Matemática na Educação Básica, com foco nas compreensões sobre os entendimentos essenciais do RM.

Metodologia

O processo formativo da qual resultam os dados analisados neste artigo é uma reformulação e aprofundamento de uma proposta implementada e analisada no ano de 2022 (Anjos, 2023). Com o intuito de atingir um público de professores que ensinam Matemática na Educação Básica de diversas localidades do estado do Paraná, o processo formativo foco de análise neste artigo ocorreu de maneira remota, no 1º semestre de 2023, com uma carga horária certificada de 40 horas, sendo composta por nove encontros síncronos (de duas horas e meia cada) e atividades assíncronas. Foi conduzido pelo primeiro e segundo autores que, juntamente com uma estudante de doutorado, assumiram o papel de formadores, e contou com a participação de 10 professores que atuam em diferentes níveis de escolaridade.

Além da apresentação e discussões envolvendo a teoria a respeito dos entendimentos essenciais do RM (Lannin; Ellis; Elliot, 2011; Jeannotte; Kieran, 2017), os professores formadores elaboraram tarefas de aprendizagem profissional (TAP) (Ribeiro; Ponte, 2020) que contemplavam recortes de registros da prática⁵ para que os professores participantes analisassem os entendimentos essenciais. Na sequência, propôs-se que, embasados nas discussões acerca da temática RM, os professores, de acordo com a modalidade de ensino em que estavam atuando, trabalhassem no planejamento de uma aula que pudesse ser desenvolvida em suas próprias turmas e, posteriormente, refletissem coletivamente a partir de registros de prática dessas aulas. Essa proposta, caracterizada por Trevisan, Ribeiro e Ponte (2020), envolve três segmentos de atividade de prática docente: Planejamento (P), Desenvolvimento (D) e Reflexão (R), como um modelo com vistas a gerar OAP.

Nessa proposta, o planejamento ocorre em pequenos grupos em que os professores organizam uma proposta de aula envolvendo um conceito matemático particular, seguida de uma apresentação e discussão em plenária com todos os participantes do processo formativo.

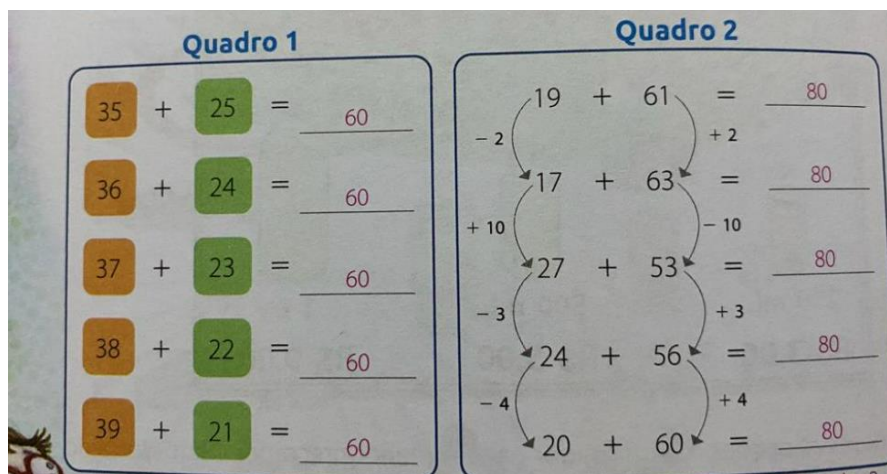
⁵ Como protocolos escritos e trechos em áudio de discussões da resolução de tarefas matemática por estudantes da Educação Básica, ou ainda vídeos de discussão coletiva entre professores e estudantes, oriundos de outros estudos desenvolvidos no âmbito do grupo de pesquisa.

No desenvolvimento, um (ou mais) professor(es) encena(m) o plano de aula em uma sala de aula, e os outros professores e/ou formador acompanham e coletam alguns registros de prática. Por fim, a reflexão ocorre depois que o professor formador prepara episódios a partir dos registros da prática gerados na aula (ou aulas) encenada(s), permitindo que professores realizem uma análise detalhada desses episódios da aula e os discutam na sessão final com todo o grupo.

Durante o processo formativo, os professores foram divididos em três subgrupos conforme a modalidade de ensino: anos iniciais do Ensino Fundamental, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Os pequenos grupos tiveram dois encontros para planejar uma aula de 100 minutos, baseada em uma tarefa matemática que explorasse os processos e entendimentos essenciais do RM. No terceiro encontro, os planejamentos foram apresentados e discutidos em um grande grupo, antes de serem aplicados em sala de aula.

Neste artigo, analisamos dados do segmento de planejamento de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nas reflexões das professoras Érica e Paula (nomes fictícios sugeridos por elas mesmas), que atuam no 4º ano e no 3º ano, respectivamente, em que selecionaram e adaptaram uma tarefa matemática (Figura 1), avaliando seu potencial para que o desenvolvimento do RM dos estudantes.

Figura 1 – Tarefa matemática inicialmente selecionada pelas professoras



Fonte: Dados da pesquisa

A análise, de caráter qualitativo e interpretativo (Bogdan; Biklen, 1994), foca em dados produzidos na gravação dos encontros síncronos, em que os trechos foram transcritos e analisados, procurando identificar momentos em que as professoras se manifestam com declarações acerca do RM e suas contribuições para o desenvolvimento de sua prática docente, evidenciando OAP vivenciadas durante essa etapa do processo formativo.

Esclarecemos que a pesquisa foi submetida a um Comitê de Ética em Pesquisa da UTFPR, e os professores aceitaram participar da pesquisa assinando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Resultados e Discussão

Para a análise de dados, as gravações foram transcritas dos encontros destinados ao planejamento da aula, ao qual selecionou-se cinco trechos em que as professoras se manifestaram com declarações a respeito do RM e suas contribuições para o desenvolvimento de sua prática docente. Ao final será apresentado um quadro síntese dessas OAP destacadas.

Trecho 1: Discussões iniciais e adaptações na tarefa escolhida

Érica: Daí a gente entregaria já com essas flechas ou a gente entregaria sem?

Paula: Não, sem flecha.

Érica: Uhum.

Paula: Sem flecha para eles mostrarem. Isso aí eles montariam entendeu? Se de um lado diminuiu dois, o outro lado vai aumentar mais dois. Né? Porque de 17 para 19, diminuiu duas unidades, de 61 para 63, aumentou duas. Primeiro de tudo, eles iam ter que resolver a conta. Depois explicar porque que todos os resultados foram iguais. O que aconteceu com o resultado? Ah, o resultado foi igual!

Érica: Uhum.

Paula: Mas o que acontece de uma operação para a outra? O que eles observam? O que eles têm que observar é isso aí, que de 19 para 17, diminui dois. De 61 para 63, aumenta dois. Então o resultado é igual, porque o mesmo número que diminuiu na primeira parcela, aumenta na outra.

As professoras começaram a pensar sobre a tarefa matemática e as possibilidades de instigar os estudantes, propondo realizar alguns ajustes no enunciado original, como eliminar as setas que explicitavam as quantidades que estavam sendo adicionadas ou subtraídas de cada parcela da adição. A intenção é que os estudantes pudessem observar o que estava acontecendo de uma linha para a outra, e, por meio, de questionamentos poderiam levá-los a mobilizar processos de RM. Esse trecho evidencia como OAP *reconhecer a importância de o professor realizar questionamentos aos seus estudantes quando propõe uma tarefa*, que decorre da antecipação de alguns questionamentos por Paula, com os quais a professora Érica concordou.

Ainda sobre a organização e elaboração da tarefa matemática, evidenciamos um trecho em que se verificou uma preocupação da professora Érica em ampliar os processos de RM dos estudantes, levando-os a justificarem os resultados que obtiveram.

Trecho 2: Preocupação com o processo de justificar

Érica: Daí a gente entregaria sem este esquema, né? Entregaria cru, para eles verem que daria o mesmo resultado e daí eles tem que justificar, que é aquilo que a gente veio falando no curso inteiro, né? Que mais do que só fazer a conta eles têm que aprender a explicar, né!

Professora Paula: Sim, verdade!

Identificamos que a professora compreende que, para ocorrerem avanços dos processos do RM, a tarefa precisa ter potencial para tal. Assim, elencamos, como uma OAP, a capacidade de *planejar e estruturar a tarefa matemática de tal modo que possibilite aos estudantes justificar suas respostas*.

Na sequência, um dos formadores fez uma pergunta que instigou as professoras participantes a refletirem acerca dos processos e entendimentos do RM e como o enunciado da tarefa matemática deveria ser escrito para que os estudantes pudessem mobilizar esses processos.

Trecho 3: Formador instiga a pensar sobre os processos do RM

Formador: O que vocês imaginam que relacionado aos entendimentos essenciais esta tarefa possibilita?

Érica: A gente pensou que, pode ser que eles verifiquem e consigam em grupos, ali discutindo, generalizar a questão que todas as sentenças vão ter a igualdade, mas aí eles vão ter que passar pelo processo, lá que a gente estudou, da questão das sequências, né. Como que eles vão passar pelo processo de justificar o que está acontecendo ali e, se eles vão perceber primeiro. Se eles vão perceber essa sequência e como eles vão justificar.

Formador: O que vocês vão dar de comando para os estudantes? Escrever diferentes sentenças de adições ou subtrações de dois números que resultem na mesma soma ou diferença, ou isso é só uma anotação para vocês pensarem depois no enunciado e levar para os estudantes?

Paula: É só uma anotação.

Érica: Essa aí é uma habilidade que a gente vai tentar desenvolver, então esse é o nosso foco ali de tentar desenvolver com toda essa tarefa aí, por meio dessa estratégia de raciocínio, né? Vamos mudar a situação um pouquinho, para fazer ele passar por todo esse processo de generalização lá, e tudo que a gente viu e quem sabe daí ele consiga escrever, vamos ver...

Entendemos que a interação que ocorreu com o formador levando as professoras a retomarem os conceitos discutidos nos primeiros encontros do processo formativo, possibilitando que *identificassem algumas características de entendimentos essenciais para o desenvolvimento dos RM*.

Os trechos a seguir ilustram como essa reflexão acerca da aprendizagem do aluno possibilitou que as professoras elaborassem a tarefa sem perderem de vista a mobilização de alguns processos do RM, em especial, o conjecturar e o generalizar.

Trecho 4: Articulando a elaboração da tarefa matemática com alguns processos do RM

Conjecturar

Professora Érica: Na nossa tarefa aqui, a gente poderia colocar ó [...] O quadro 1 está aumentando e diminuindo, né? Trinta e cinco mais um é trinta e seis; vinte e cinco menos um é vinte e quatro.

Professora Paula: Esse aí tá na mesma quantidade pra todos, né [referindo-se à variação de 1 unidade entre as parcelas]? O outro que muda um pouco, o outro é menos dois, mais dois, depois é menos dez, mais dez. Muda de um número para o outro. O primeiro não, tem uma...[regularidade]. Ele segue um determinado número.

Professora Érica: É... é complicado isso aqui para os pequenos. Assim de fazer chegar nesse raciocínio. A gente só entregar e pedir para eles resolverem é tão mais fácil, né... rrsrrs.

Professora Paula: É.

Professora Érica: Mas fazer eles pensarem sobre. Vamos ver aqui! Porque se a gente entregar o quadro 1 como a primeira parte da nossa tarefa. Porque ele primeiro vai conjecturar para ele pensar o que que está acontecendo ali. Então ele vai pensar que aqueles números somando vão dar o mesmo resultado.

Professora Paula: Certo.

Professora Érica: A gente está antecipando que eles vão conjecturar isso. Aí eles não terão certeza se é verdadeira ou falsa, vão ter que resolver. Tem que fazer a conta e aí, o passo dois, é identificar as semelhanças. Quando eles resolverem perceberão que todos deram o mesmo resultado.

Professora Paula: Certo.

Generalizar

Professora Érica: A outra parte que é generalizar, está escrito ali [referindo-se ao Quadro 2 estudado nos encontros anteriores] que envolve “identificar semelhanças entre os casos estendendo o raciocínio para além do intervalo que se originou”. Então a gente vai mostrar que é possível...

Professora Paula: Então ali, no generalizar, ele já vai identificar e aplicar uma generalização.

Professora Érica: Verificar que é possível que somas com diferentes números cheguem ao mesmo resultado. [...]

Professora Paula: O conjecturar e generalizar é ele que faz. A conjectura né, que eu vejo ali, ele vai ao mesmo tempo que ele conjectura ele já generaliza. Ah, eu tenho que fazer uma adição e tudo deu o mesmo resultado! Aí, no investigar que ele vai descobrir o porquê. [...]

Professora Paula: A primeira coisa que ele vai fazer, vai ver os números e vai somar, vai achar que é uma conta simples, vamos somar. Depois que ele somar, vai ter o enunciado, o enunciado que a gente tem que elaborar agora... o que que a gente vai perguntar para ele que além dele somar ele tem que observar para induzir a conjectura e a generalização. Para que ele faça depende muito das nossas perguntas, você entendeu agora?

Professora Érica: Sim. Então, por isso que eu perguntei dessa parte, se a gente vai nortear com perguntas ali na oralidade ou se a gente já vai deixar no enunciado.

Professora Paula: No enunciado tem que ter pra eles pensarem, depois a gente vai ver como que eles estão resolvendo e aí a gente questiona.

Nesse trecho do diálogo, percebemos que as professoras tiveram a oportunidade de refletir sobre a importância de *antecipar o que pensam os estudantes, quais suas dificuldades e como interpretam as tarefas matemáticas*, bem como reforçar *a importância de o professor realizar questionamentos aos seus estudantes quando propõe uma tarefa*. Erica e Paula discutem que introduzir alguns questionamentos no próprio enunciado da tarefa, após a resolução das “contas”, pode contribuir para que os estudantes mobilizem processos de conjecturar e generalizar.

Além disso, evidenciamos a ocorrência ainda da OAP *estabelecer relações entre a tarefa e os processos de conjecturar e generalizar*, pois houve intencionalidade na elaboração do enunciado da tarefa, com o objetivo de levar os estudantes a se envolverem com a tarefa ao ponto de raciocinarem sobre as relações matemáticas ali existentes e, assim, conjecturarem durante regularidades presentes nas operações apresentadas no lado esquerdo da tarefa (Figura 1). Assim, poderiam elaborar afirmações inicialmente provisórias, que poderiam ser confirmadas ao longo da execução da tarefa. Posteriormente, ao se depararem com o lado direito da tarefa (Figura 1), perceberam algumas semelhanças, porém, ainda era necessário ampliar o raciocínio para além do intervalo que deu origem à conjectura iniciais, uma vez que o valor adicionado ou subtraído de cada parcela já não era o mesmo em todas as operações.


Ao final do primeiro encontro dedicado ao planejamento da aula, as professoras tinham uma ideia inicial das ações a serem desenvolvidas na sala de aula e um esboço inicial da adaptação realizada na tarefa matemática (Figura 2).

Figura 2 – Tarefa matemática adaptada pelas professoras Érica e Paula durante o planejamento

ESTUDANTES: _____

DATA: ____/____/____

A MATEMÁTICA É MESMO QUASE MÁGICA! SERÁ?
 ATÉ MESMO QUANDO BRINCAMOS COM OS NÚMEROS ESTAMOS SEMPRE APRENDENDO MAIS E MAIS. TENHO UM DESAFIO. CALCULE AS SENTENÇAS A SEGUIR, PODE SER COM CÁLCULO MENTAL, COM O CÁLCULO ESCRITO OU COM DESENHOS. REGISTRE OS RESULTADOS E DEPOIS ESCREVA O QUE VOCÊ PERCEBEU.



A PARTIR DESSE ENTENDIMENTO RESOLVA O PRÓXIMO DESAFIO!

$35 + 25 = \square$

$36 + 24 = \square$

$37 + 23 = \square$

$19 + 61 = \square$

$17 + 63 = \square$

$27 + 53 = \square$

$24 + 56 = \square$

$20 + 60 = \square$

O QUE VOCÊS PERCEBERAM A RESPEITO DAS ADIÇÕES DO DESAFIO?
 ESCREVAM SOBRE A DESCOBERTA:

NO 2º DESAFIO O QUE ACONTECE COM ESSAS ADIÇÕES? DESCREVAM O QUE PERCEBERAM:

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos que a tarefa matemática adaptada pelas professoras (Figura 2) apresentava maior potencial para desenvolvimento de processos do RM, se comparada à sua versão original (Figura 1). O design e o enunciado da tarefa consideravam que os estudantes explorassem e comparassem as colunas com as adições e instigava-os a elaborarem conjecturas e possíveis generalização, a partir da condução e das intervenções da professora durante a aula.

Em especial, o objetivo da primeira parte da tarefa (lado esquerdo) era o de que os estudantes percebessem que todas as adições resultaram em 60 e que, dada uma adição de 2 números, se aumentassem um deles em 1 unidade e diminuíssem o outro em 1 unidade, a soma não se alterava. Já o objetivo da segunda parte (lado esquerdo) era o de que os estudantes percebessem que todas as adições resultaram em 80 e que, dada uma adição de 2 números, se

aumentassem em um deles um valor qualquer e diminuíssem o outro desse mesmo valor, o resultado da adição também não se alterava.

As OAP acerca do RM evidenciados até aqui ocorreram durante a interação entre as professoras e, também, em alguns momentos pontuais em que houve intervenções do professor formador. O estudo teórico apresentado nos primeiros encontros com momentos destinados à análise de recorte de práticas, por meio de TAP, ampliou as possibilidades de reflexão para esse momento de elaboração do planejamento, pois as professoras sentiram-se instigadas a relacioná-las com processos de RM, como conjecturar, generalizar e justificar.

No intuito de responder à questão de pesquisa, a constar, *quais OAP acerca do RM são declaradas pelas professoras, ou podem ser inferidas pelos participantes, nos momentos de discussão do planejamento colaborativo de uma aula?*, agrupamos e sintetizamos no Quadro 1 as OAP evidenciadas nesta etapa de Planejamento, discutindo evidências de cada uma delas.

Quadro 1 – Síntese das OAP vivenciadas durante a etapa do planejamento

OAP	Evidências das OAP
1. Reconhecer a importância de o professor realizar questionamentos aos seus alunos quando propõe uma tarefa.	Durante a interação com outra participante no pequeno grupo, discutem sobre a elaboração da tarefa matemática e a importância de apresentá-la sem muitas pistas de resolução (sem as flechas), propiciando aos alunos interação inicial com a tarefa, sendo que as intervenções do professor ocorrem a partir dessas conjecturas iniciais por meio de questionamentos que instiguem a ampliarem esse processo inicial do RM.
2. Identificar características de entendimentos essenciais para o desenvolvimento dos RM.	A professora Érica traz para a discussão a importância de levar os alunos a justificarem o seu raciocínio, destacando que compreendeu a relevância dessa ação para o avanço dos processos e entendimentos do RM.
3. Compreender a importância em selecionar tarefas que possibilitam explorar os entendimentos essenciais do RM.	Ao relatar que não tinha o hábito de realizar tarefas atraentes que animassem os alunos a justificarem, fica evidente que a professora percebeu que para estimular os alunos a avançarem nos processos do RM as tarefas matemáticas propostas precisam ter essa intencionalidade em conjunto com as ações da professora na condução da proposta da aula.
4. Reconhecer possíveis intervenções que estimulem os alunos a avançarem nos processos do RM	

Fonte: Organizado pelos autores

O quadro apresentado traz um panorama dos resultados alcançados, possibilitando a compreensão das OAP acerca do RM que foram declaradas pelas professoras, ou que foram inferidas pelos participantes, nos momentos de discussão do planejamento coletivo.

A partir dessas OAP vivenciadas durante o processo formativo, compreendemos que a estrutura da formação, baseada no modelo PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020), e a implementação da etapa do Planejamento do ciclo PDR (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020) propiciou, às professoras

Paula e Érica, participarem de momentos de estudos coletivos e individuais, promovendo reflexões acerca do tema RM e assim, gerando diferentes OAP.

A OAP1 gerada neste processo formativo está intimamente relacionada com a OAP1, pois implica desenvolver a consciência da ação na promoção de um ambiente que propicie discussões matemáticas apoiadas no pensamento dos alunos e em ideias matemáticas importantes, como destacado por Rodrigues, Menezes e Ponte (2018).

A OAP2, por sua vez, mostra-se como central para que o ensino da Matemática ocorra de modo a proporcionar um avanço nos processos do RM. Em consonância com essa OAP1, Melhuish, Thanheiser e Guyot (2020) afirmam que o professor precisa desenvolver a habilidades que o permitam perceber formas de RM, por exemplo, generalizar ou justificar, como um pré-requisito para que possa promover essas práticas no contexto de sala de aula (Lannin; Ellis; Elliot, 2011).

Já as OAP3 e OAP4 mostram de que as professoras tiveram oportunidade de reconhecendo a importância de propor questionamentos aos estudantes (Rodrigues; Menezes; Ponte, 2018), bem como refletir sobre as características de uma tarefa matemática, aspectos fundamentais da gestão da aula de Matemática (Ponte, 2005), na direção de contribuir com o desenvolvimento do RM dos estudantes, por meio da mobilização de diferentes processos (Jeannotte; Kieran, 2017).

Considerações finais

Com o objetivo de compreender OAP acerca do RM vivenciadas por duas professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no contexto de processo formativo, durante a etapa de planejamento colaborativo de uma aula, elencamos quatro modalidades de OAP. A ocorrência de tais OAP permitem-nos inferir que os processos de formação continuada que relacionam a teoria e a prática (Gatti *et al.*, 2019; Nóvoa, 2019) propiciam às professoras participantes a ampliação de OAP, tanto em relação ao RM e seus entendimentos, quanto em relação às práticas de salas de aula. As OAP evidenciadas na etapa de Planejamento mostram que as professoras compreenderam características dos processos (Jeannotte; Kieran, 2017) e entendimentos essenciais do RM (Lannin; Ellis; Elliot, 2011), incorporando, em seu planejamento, reflexões acerca das possíveis conjecturas e generalizações que a tarefa matemática poderia proporcionar. Também, reconheceram que sua ação na condução da tarefa matemática é essencial para o engajamento dos alunos no avanço dos processos do RM.

Tais resultados alinham-se àqueles encontrados por Rodrigues, Vieira e Serrazina (2021), que reforçam algumas ações do professor para promover o RM no contexto de sala de aula, como questionar, encorajar a partilha, valorizar contribuições dos alunos, desafiar a justificar e a generalizar. Assim, destacamos a relevância deste trabalho para formadores de professores em compreender o design de processos formativos (Ferreira, 2023) com ênfase em práticas em sala de aula que apoiam o desenvolvimento do RM dos estudantes (Mata-Pereira; Ponte, 2018). Por fim, ressaltamos que os resultados apresentados são, ainda, preliminares, e a pesquisa, em âmbito do grupo de pesquisa, avançará no sentido de constituir um modelo para compreender as OAP relacionados ao RM com o uso do ciclo PDR.

Referências

- ALARCÃO, I. Escola reflexiva e nova racionalidade. Porto Alegre: ARTMED, 2001.
- ANJOS, L. Q. Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando a compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático. 2023. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
- ATAHIDE, E. S. V.; CANAN, S. R. Trajetórias e transformações: a evolução das políticas públicas na formação de professores de matemática no Brasil. *Ensino & Pesquisa*, v. 22, p. 660-674, 2024.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- FERREIRA, M. C. N. Pensamento Algébrico nos anos iniciais: desvelando as aprendizagens profissionais do professor. 2023. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2023.
- GATTI, B. A. *et al.* Professores do Brasil: novos cenários de formação. 2019.
- HERBERT, S.; BRAGG, L. A. Factors in a professional learning program to support a teacher's growth in mathematical reasoning and its pedagogy. *Mathematics Education Research Journal*, v. 33, n. 3, p. 409-433, 2021.
- JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 96, p. 1-16, 2017.
- LANNIN, J.; ELLIS, A.; ELLIOT, R. Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Prekindergarten-grade 8. Reston: NCTM, 2011.
- LÜDKE, M. O professor, seu saber e sua pesquisa. *Educação & Sociedade*, v. 22, p. 77-96, 2001.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 32, p. 781-801, 2018.

MELHUIISH, K.; THANHEISER, E.; GUYOT, L. Elementary school teachers' noticing of essential mathematical reasoning forms: justification and generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 23, p. 35-67, 2020.

NÓVOA, A. Os professores e a sua formação num tempo de metamorfose da escola. *Educação e Realidade*, v. 44, n. 3, p. 1-15, 2019.

PEREIRA, E. M. A. Professor como pesquisador: o enfoque da pesquisa-ação na prática docente. *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas: Mercado de Letras, p. 153-81, 1998.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. O professor e o desenvolvimento curricular, p. 11-34, 2005.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetiké*, v. 28, p. e020027-e020027, 2020

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. *Bolema*, v. 12, n. 61, p. 398-418, 2018.

RODRIGUES, M.; VIEIRA, W.; SERRAZINA, L. O conhecimento didático de futuros professores sobre as ações promotoras do raciocínio matemático. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 14, n. 4, p. 404-414, 2021.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Coord.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote. Instituto de Inovação Educacional, 1992. p. 77-92.

TREVISAN, A. L.; RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional Learning Opportunities Regarding the Concept of Function in a Practice-Based Teacher Education Program. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, v. 15, n. 2, 2020.

TREVISOLLI, R. F. L. Oportunidades de Aprendizagem Profissional acerca do Raciocínio Matemático: vivências de uma professora durante um processo formativo. 2024. 122p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2024.

Submissão: 15/10/2024. **Aprovação:** 02/12/2024. **Publicação:** 18/12/2024.