ENSINO & PESQUISA

ISSN 2359-4381

Desvendando o Raciocínio Proporcional: um estudo sobre os conhecimentos necessários para ensinar a comparação por relações

DOI: https://doi.org/10.33871/23594381.2025.23.1.9079

Angelica da Fontoura Garcia Silva[1], Helena do Carmo Borba Martins[2]

Resumo: Este estudo investigou os conhecimentos profissionais de professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais, especialmente no que se refere ao Raciocínio Proporcional (RP), sobretudo na comparação por relações entre quantidades. Utilizando uma abordagem qualitativa, quatro professoras de uma escola particular em São Paulo participaram de uma sessão de estudo em grupo. Nela, resolveram uma situação envolvendo o pensamento relacional, analisaram respostas de estudantes fictícios e discutiram uma situação real relacionada à temática. Os resultados revelaram uma compreensão inicial limitada do RP, com ênfase em abordagens aditivas e com dificuldades de analisar dados de maneira relativa. No entanto, a atividade proposta permitiu uma reflexão sobre as práticas das professoras, levando a uma ampliação do entendimento do RP, especialmente após a análise das estratégias de resolução de problemas dos alunos. Além disso, a reflexão sobre os gráficos apresentados destacou a importância de considerar diferentes perspectivas ao interpretar informações quantitativas. Conclui-se que o ensino do RP requer uma integração entre o conhecimento matemático e pedagógico. Este estudo ressalta a importância de abordagens mais aprofundadas e contextualizadas do RP tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores.

Palavras-chaves: Formação de Professores. Conhecimento Profissional Docente. Raciocínio Proporcional.

Uncovering Proportional Reasoning: a study on the knowledge needed to teach comparison by relations

Abstract: This study investigated the professional knowledge of teachers who teach mathematics in the initial years, especially about Proportional Reasoning (PR) especially when comparing relationships between quantities. Using a qualitative approach, four teachers from a private school in São Paulo participated in a group study session. During this session, they resolved a situation involving relational thinking, analyzed responses from fictitious students and discussed a real situation related to the topic. The results revealed a limited initial understanding of RP, with an emphasis on additive approaches and with difficulties in analyzing data in a relative way However, the proposed activity allowed a reflection on the teachers' practices, leading to an expansion of the understanding of RP, especially after analyzing the students' problem-solving strategies. Furthermore, reflection on the graphs presented highlighted the importance of considering different perspectives when interpreting quantitative information. It is concluded that the teaching of RP requires an integration between mathematical and pedagogical knowledge. This study highlights the importance of more in-depth and contextualized approaches to PR both in initial and continuing teacher training.

Keywords: Teacher Training, Teaching Professional Knowledge, Proportional Reasoning.

[1] Doutora em Educação Matemática pela PUC-SP, professora do Programa de Pós-graduação em Metodologias para o Ensino de Linguagem e suas Tecnologias da Unopar Anhanguera. Avenida Paris, 675, Jardim Piza, Londrina , Paraná. Tel. 43 3371-7805. Orcid: https://orcid.org/0000-0002-2435-9240 e-mail:angelicafontoura@gmail.com

2 Mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo, professora da Educação Básica no Colégio Adventista da Liberdade. Rua Taqua, 64, Liberdade, São Paulo. Tel (11)3053-6800. Orcid: https://orcid.org/0000-0001-9894-3020 e-mail: helenacbm.martins@gmail.com

Introdução

O Raciocínio Proporcional (RP) é um conceito complexo que engloba tanto aspectos matemáticos quanto psicológicos, conforme definido por Lesh, Post e Behr (1988, p. 1):

> é uma forma de raciocínio matemático que envolve o sentido de covariância em múltiplas comparações, assim como aptidão para processar mentalmente diversos conjuntos de informações, está relacionada com a inferência e a predição, e envolve o pensamento qualitativo e o quantitativo.

Para esses autores, esse tipo de raciocínio relaciona-se com ideias de dedução e previsão, demandando o entendimento qualitativo e quantitativo das relações entre diferentes quantidades. Consideramos, assim como esses pesquisadores, que o RP é uma forma de raciocínio matemático que vai além da simples manipulação de números e grandezas. Quase 20 anos mais tarde, Lamon (2006) reforça a amplitude desse conceito. Destaca que o RP tem sido abordado de diversas maneiras no campo da Educação, sendo frequentemente utilizado de forma genérica e com uma definição obscura. Essa falta de clareza ressalta a complexidade e a necessidade de compreender plenamente as dimensões desse raciocínio.

A relevância do RP é amplamente reconhecida em documentos curriculares, tanto internacionais quanto nacionais, como o Curriculum Evaluation: Standards for School Mathematics do National Council of Teachers of Mathematics (1989) e a Base Nacional Comum Curricular[3] (Brasil, 2018). Esses documentos destacam o RP como essencial para a compreensão de conceitos matemáticos que envolvem relações entre grandezas, sugerindo o uso de diversas situações-problema para desenvolver esse tipo de pensamento. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais[4] (Brasil, 1997) já apontavam a importância do RP na interpretação de fenômenos do mundo real, enquanto a BNCC (Brasil, 2018) enfatiza o desenvolvimento progressivo dessas habilidades ao longo dos anos do Ensino Fundamental. Considerando a complexidade e a não obviedade do RP, torna-se crucial investigá-lo na formação de professores, como proposto neste estudo.

Lamon (2006) afirma que o RP, embora muitas vezes subestimado, desempenha um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, especialmente ao lidar com as complexas relações entre quantidades. As regras para resolver problemas

[3] BNCC.
[4] PCN.

usando proporções foram impressas indelevelmente em nossas memórias: “coloque um termo semelhante sobre outro termo, multiplique cruzado e, em seguida, divida [produto cruzado]” (Lamon, 2006, p. xiii). E sua utilização exclusiva pode limitar a compreensão mais ampla envolvida na situação. Portanto, é essencial proporcionar aos alunos não apenas as ferramentas para resolver problemas de proporção, mas também um entendimento sólido das bases conceituais subjacentes.

A autora ressalta que, “sem objetivos específicos e caminhos estruturais apropriados, o ensino do raciocínio proporcional permanece um subproduto ilusório da instrução em frações” (Lamon, 2006, p. 3). Isso evidencia a importância de uma abordagem que vá além das simples regras e que explore a compreensão profunda das relações proporcionais.

A pesquisadora apresenta protocolos de análise do pensamento das crianças, e estes, associados ao pensamento dos adultos, em conjunto com profundas análises do conteúdo matemático, permitiram entender que conhecimentos contribuem para o desenvolvimento desses conceitos, operações e modos de pensar críticos. Nesta investigação, apoiamo-nos, sobretudo, nas ideias de Lamon (2006) e utilizamos alguns protocolos da pesquisa desenvolvidos pelas autoras na análise dos pensamentos de crianças enquanto estudávamos com professores o RP, buscando a compreensão da construção desse tipo de raciocínio em uma situação profissional de ensino.

Para reiterar a relevância deste estudo no contexto brasileiro, buscamos elementos na pesquisa de Melara (2020). Este realizou uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) sobre as pesquisas produzidas nos programas de pós-graduação *stricto sensu* brasileiros da área, de 2000 a 2019, e buscou nelas as que dirigissem o olhar para o RP e se vinculassem a processos formativos de professores. O pesquisador conclui:

> ainda há necessidade de um enfoque mais amplo no raciocínio proporcional tanto nos cursos de formação inicial como nos de formação continuada. E concluímos que, entre as condições necessárias ao desenvolvimento docente e à compreensão do raciocínio proporcional, é fundamental destinar espaços específicos para os estudos e a constante reflexão sobre a prática docente, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo (Melara, 2020, p. 97).

Também consideramos que a formação continuada de professores é um meio de favorecer esse desenvolvimento, considerando que as mudanças já ocorrem nos currículos e nos materiais didáticos. Salientamos que o olhar do profissional para cada conceito impacta sua forma de abordagem, trabalhar o conhecimento profissional específico dos professores é essencial para que haja sempre uma ampliação dos movimentos de aprendizagem.

O RP é um tema amplo e cheio de nuances a serem observadas e, ao mesmo tempo, envolve conteúdos em graus de complexidade que abrangem todos os níveis da Educação. Pautados nas pesquisas aqui descritas, consideramo-lo relevante para o trabalho com o assunto entre os profissionais da área.

A pesquisa aqui apresentada foi realizada com um grupo que se reunia semanalmente para estudar sobre RP. Temos realizado investigações que mostram que a constituição de um grupo de estudos com professores no próprio ambiente em que trabalham pode favorecer o desenvolvimento do conhecimento profissional dos participantes a partir de suas reflexões sobre a prática (Garcia Silva et al., 2017; Marciliano, 2022).

Assim, nesta investigação, que se desenvolveu a partir da pesquisa de mestrado (Martins, 2022), nossa proposta é investigar os conhecimentos profissionais de professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais, especialmente no que se refere ao RP, sobretudo, na comparação por relações entre quantidades. Para expor esta pesquisa, antes de descrever nossos procedimentos metodológicos, apresentar e discutir os dados coletados, vamos discutir a fundamentação teórica.

Fundamentação Teórica

Quanto à análise dos conhecimentos matemáticos para o ensino, embasamos esta pesquisa nos pressupostos de Ball, Thames e Phelps (2008). Eles detalham os conhecimentos profissionais do professor de Matemática como Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo. Neste artigo, analisaremos especialmente três dessas categorias: Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, e Conhecimento do Conteúdo e do Ensino.

Ball, Thames e Phelps (2008) declaram que o Conhecimento Comum do Conteúdo se refere aos conteúdos matemáticos que todos os profissionais, professores ou não, que fazem uso da Matemática deveriam saber. O Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes demanda que o professor conheça sobre a Matemática e sobre os estudantes e, ainda, seja capaz de compreender o raciocínio matemático do estudante, assim como fazer antecipações sobre possíveis erros e maneiras de resolver um problema. O Conhecimento do Conteúdo e do Ensino pressupõe que o professor possua uma profunda compreensão dos conteúdos matemáticos específicos e uma visão clara sobre o ensino. Isso inclui entender o porquê de ensinar determinado conteúdo, decidir como introduzi-lo, estabelecer uma sequência apropriada para o desenvolvimento da compreensão, incluindo a seleção, organização e elaboração de tarefas e materiais, a escolha de situações introdutórias e avançadas, e o reconhecimento de quando e como apresentar tarefas que complementem a aprendizagem.

Essa categoria está diretamente relacionada ao conjunto de recursos que o professor utiliza durante o planejamento do ensino, representando uma fusão entre o entendimento dos conteúdos matemáticos específicos e a compreensão de questões pedagógicas. Na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), esse conhecimento é a união entre o conhecimento matemático e o modo como ensiná-lo. Nesta pesquisa, procuraremos identificar e analisar esses conhecimentos explicitados em uma sessão de estudos em grupo.

Uma manifestação clara do Conhecimento Profissional Docente é a habilidade de ensinar objetos matemáticos específicos (Ball; Thames; Phelps, 2008), como o RP, que será foco de nosso estudo. Conforme definido por Lamon (2006), é a capacidade de reconhecer, compreender e usar relações proporcionais em diversas situações. Isso envolve identificar e estabelecer relações entre diferentes grandezas, comparar razões e proporções de forma precisa, aplicar conceitos de proporcionalidade para resolver problemas práticos e teóricos, e utilizar a lógica e o pensamento matemático para analisar e interpretar situações que envolvem proporções.

Segundo Lamon (2006, p. 31, tradução nossa[5]), a construção do RP pressupõe o desenvolvimento de habilidades por parte dos estudantes, a autora destaca que:

> É essencial que eles sejam capazes de compreender a mudança em duas perspectivas diferentes: crescimento real e crescimento relativo, ou mudança absoluta e mudança relativa. Observe que a mensagem aqui não é a de que uma perspectiva está errada e a outra correta. Ambas as perspectivas são úteis. No entanto, para adotar formas de pensar mais poderosas, é necessário ir além da contagem e do pensamento absoluto.

Consideramos, assim como a autora, indispensável que a escola se comprometa com o desenvolvimento de habilidades em seus estudantes que favoreçam essas formas de pensar mais complexas e avançadas. A formação para o raciocínio proporcional deve,

[5] "It is essential that they are able to understand change in two different perspectives: actual growth and relative growth, or absolute change and relative change. Note that the message here is *not* that one perspective is wrong and the other is correct. Both perspectives are useful. However, in order to adopt more powerful ways of thinking, it is necessary to move beyond counting and absolute thinking."

portanto, desafiar os estudantes a aplicar esses conceitos em situações que exijam uma análise comparativa e relacional, preparando-os para interpretar e resolver problemas.

Portanto, ao alinhar os conhecimentos profissionais docentes detalhados por Ball, Thames e Phelps (2008) com a construção do RP, conforme discutido por Lamon (2006), é evidente que o papel do professor vai muito além de simplesmente ensinar conhecimentos procedimentais. Ball, Thames e Phelps (2008) enfatizam a importância de o professor dominar os pressupostos do conteúdo ensinará, mas também compreender profundamente o raciocínio dos estudantes e como esse conhecimento pode ser ensinado. Essa compreensão inclui a capacidade de antecipar erros comuns e dificuldades, bem como de selecionar e organizar tarefas que promovam um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos.

No caso específico do RP, Lamon (2006) argumenta que o desenvolvimento dessa habilidade exige que os alunos sejam expostos a situações que desafiem suas intuições iniciais e que os encorajem a pensar além do nível superficial da contagem e comparação direta. Essa transição para uma forma de pensamento mais sofisticada, descrita como "pensamento relativo" ou "mudança relativa", exige que o professor não apenas apresente problemas matemáticos, mas também guie os estudantes na exploração das relações entre grandezas e proporções, ajudando-os a reconhecer a utilidade de diferentes perspectivas em contextos variados. Portanto, a integração entre o conhecimento do que envolve o RP, suas relações e as estratégias pedagógicas para seu ensino é importante.

Metodologia

A pesquisa apresentada, de natureza qualitativa, foi autorizada pela comissão de ética do sistema CEP/Conep, sob o número CAEE 43483721.1.0000.5493 e parecer 4.657.800. Ela contou com a participação de 4 professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais em uma escola particular, localizada em uma cidade da grande São Paulo, Brasil. Para preservar suas identidades, serão identificadas por meio de abreviações (PB, PD, PE, PF).

Todas têm formação em Pedagogia. Das participantes, duas concluíram cursos de especialização em áreas afins à atividade profissional que exercem (PB e PD). Uma é doutora em Educação, na área de Inclusão (PD). O grupo leciona a menos de uma década: duas lecionam há menos do que um ano (PB e PF), uma há três anos (PD), e outra há sete anos (PE).

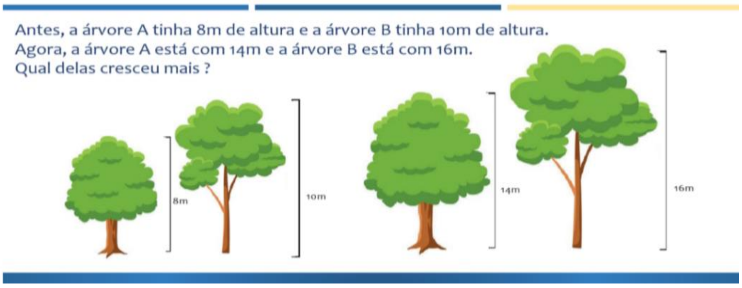
As informações analisadas neste artigo foram coletadas durante uma das sessões de estudo por meio de registros escritos, realizados pelas professoras durante a resolução da situação apresentada. Também provém de videogravações da sessão de estudo do grupo, transcritas posteriormente.

Resultados e Discussão

Iniciamos a sessão procurando, por meio de uma roda de conversa, identificar o olhar das professoras participantes para o RP. As concepções verbalizadas sobre o conhecimento do RP, mesmo que ainda de modo bem abrangente, foram expressos e ligados: ao cotidiano (PE); à relação desse raciocínio com a multiplicação (PB); à equivalência (PC); ou a uma forma poderosa de raciocinar matematicamente (PF, PD). Apesar de elas refletirem sobre algumas ideias que se aproximavam do que vem a ser o RP, relataram que o livro utilizado pela rede particular de ensino em que lecionam, não aborda esse conteúdo em particular. Assim, observam que, apesar dessa relevância, elas não ministraram aulas que envolvessem de modo intencional o RP.

Após essa discussão, propusemos que as participantes primeiro resolvessem um problema indicado por Lamon (2006), apresentado na Figura 1.

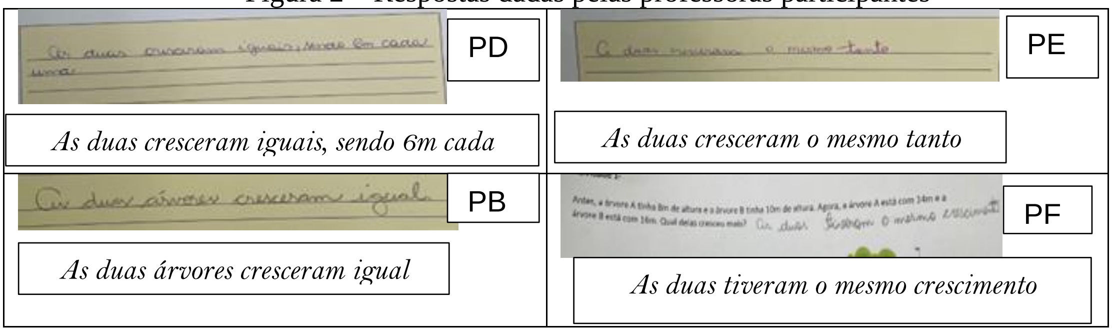
Figura 1 – Análise de um problema de crescimento



Fonte: Adaptado de Lamon (2006, p. 29, tradução nossa).

Lamon (2006) propôs essa situação a crianças de 9 e 10 anos, mas iniciamos a sessão solicitando que as participantes o resolvessem, ou seja, avaliassem o crescimento das árvores do mesmo modo como foi proposto para as crianças. Após um tempo de resolução, houve uma pequena discussão entre as participantes. Pedimos que comparassem suas respostas, expostas na Figura 2.

Figura 2 – Respostas dadas pelas professoras participantes

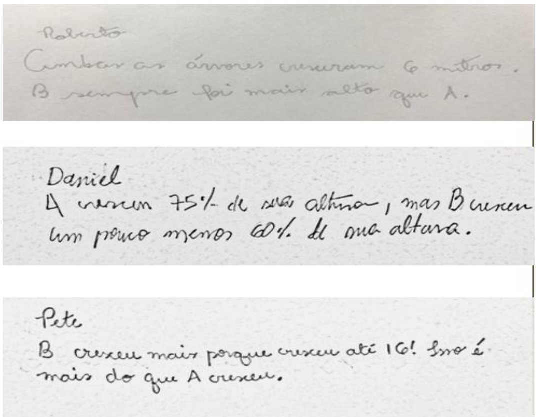


Fonte**:** Acervo da Pesquisa.

Nesta etapa, todas concordaram que as árvores cresceram igualmente. PB não distinguiu o campo aditivo do multiplicativo: "As árvores cresceram iguais, ambas cresceram seis metros". PF também registrou os 6m no protocolo. Analisando as quatro respostas, percebemos que todas as participantes também se utilizaram da ideia de comparação aditiva, e não da relatividade desse crescimento.

Até esse ponto da sessão, não intervimos nas respostas das participantes e seguimos com a atividade, oferecendo protocolos de resolução dessa situação advindos da pesquisa de Lamon (2006), com tradução nossa. Solicitamos a apreciação delas e pedimos que analisassem os protocolos de resolução de estudantes. Salientamos que agora sua análise seria com o olhar de professoras diante das respostas de alunos, visando a identificar as resoluções conforme seu grau de aprofundamento matemático, numerando de um a três as respostas, da mais simples para a mais complexa. Observemos esses protocolos, postos ao lado da figura com os dados de crescimento das árvores.

Figura 3 – Protocolos de análise do problema de crescimento



Fonte: Adaptado de Lamon (2006, p. 29-30).

Ao observar esses protocolos, as participantes ficaram bem pensativas, perceberam elementos característicos nas respostas dos alunos que conseguiram interpretar, por exemplo, o modo como Pete respondeu. Esse foi um tipo de resposta característico, que pode ser observado em suas salas de aula.

PE declarou: "*Quando eu olhei, pensando nos meus alunos, eu identifiquei a resposta do Pete, alguns dos meus alunos responderiam assim*". Continuou relatando que, em uma pergunta semelhante colocada em avaliação, na qual se indagava a diferença entre duas medidas representadas com suporte de imagem, os alunos responderam em peso: "*a diferença é que o B é maior que o A*". Mas não informaram o valor da diferença, apenas sinalizaram qual é maior por uma comparação entre as medidas, sem perceber que a questão pedia a diferença entre as medidas. Foi cogitada pelas participantes, para explicar a quantidade de erros nessa questão, a hipótese da formulação que pode ter induzido ao erro, pelo fato de não perguntarem o valor da diferença.

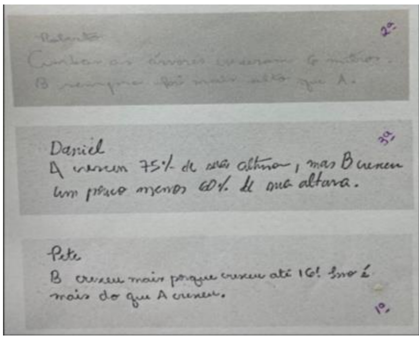
Ainda, observamos que, ao analisarem os outros protocolos, as professoras ficaram em silêncio, refletindo e tentando entender as respostas dos outros protocolos. A resposta de Roberto foi sinalizada como a que mais se alinhou com a do grupo de professoras. Além disso, averiguamos que houve dificuldade na compreensão do protocolo de Daniel. Nesse encontro, tínhamos a presença da filha de uma das professoras, que acabou participando junto com a mãe, que opinou nesse momento de silêncio.

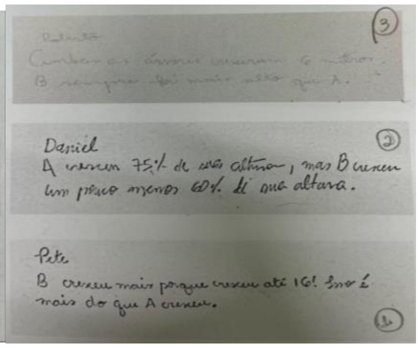
> Protocolo de áudio e vídeo 9: Discussão e Reflexão sobre as estratégias usadas pelos estudantes.
> ***PB**: Para ser sincera, a do Daniel, eu estou tentando entender o raciocínio dele até agora, não consegui captar o que ele fez. Agora o Pete, é o mais provável que na minha turma iria aparecer, certeza disso.*
> ***Pesquisadora**: Alguém conseguiu entender o que Daniel pensou? É mais difícil mesmo?*
> ***PE**: Olha a minha filha aqui,* [filha da professora do oitavo ano] *disse que o crescimento de cada uma é de acordo com o próprio valor de partida de cada uma.*
> ***Pesquisadora**: Vocês concordam?*
> ***PD**: Olha, ela entendeu o raciocínio do Daniel!*
> [E a própria garota disse que entendeu que seria assim; porém, não sabia como explicar o raciocínio do cálculo.]
> ***Pesquisadora**: O que vocês observaram em relação às repostas em geral, vocês identificaram alguma resposta certa ou errada?*
> ***PF**: Acho que o raciocínio de cada criança não está errado, porque, se ele observou, mas não fez a conta, como o Pete, que apenas observou qual árvore estava maior. Aí a gente vê que o Roberto chegou a um raciocínio de fazer uma conta, de comparar os resultados, não vejo nenhum deles como errado.*

A proposta da atividade era ordenar as respostas de acordo com o nível de aprofundamento matemático delas. Ao atentar para alguns dos protocolos, verificamos que a maioria das participantes selecionou a resolução de Pete como a mais simples, justificando que esse aluno simplesmente comparou e identificou a maior árvore.

Figura 4 – Análise de PE de um problema de crescimento

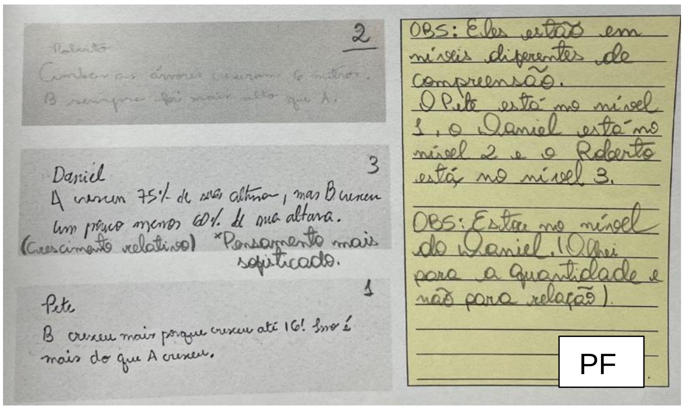
Figura 5 – Análise de PD de um problema de crescimento

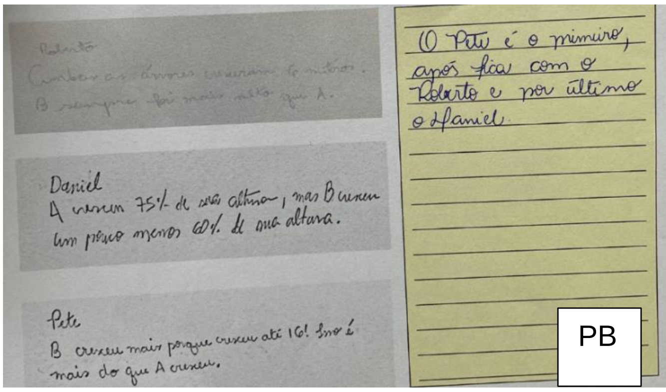




Fonte: Dados da pesquisa. Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 6 – Análise de PF e PB de um problema de crescimento





Fonte: Dados da pesquisa.

Nas respostas dadas pelas professoras, constatamos que todas consideraram que os níveis de compreensão eram diferentes e que Pete seria o “primeiro”. A maioria alegou que a resposta de Daniel envolvia um grau maior de complexidade de raciocínio, somente PF e PD indicaram que a resposta dada por Roberto seria mais complexa.

A percepção da maioria das participantes sobre o grau de compreensão, por meio da análise das respostas, foi um indicador positivo da noção e do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes por parte das participantes. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), esse conhecimento do conteúdo permite ao professor identificar algumas fontes de dificuldades de compreensão de seus estudantes. Esse tipo de conhecimento pode facilitar para o docente o encaminhamento das ações didáticas de intervenção. Todavia, consideramos, assim como Ball, Thames e Phelps (2008), que tal conhecimento está intimamente ligado ao Conhecimento Comum do Conteúdo, que parecia ser limitado. Indícios sobre tal limitação, observamos ao analisar a ordenação das respostas propostas pelas professoras. Elas pareciam não compreender a resposta de Daniel. PE declarou que colocou Daniel como o nível mais alto, pois nem ela tinha entendido o raciocínio dele. Segundo a docente, essa foi a mais complexa das três respostas, pois ele pensou para escrever uma relação de crescimento entre as árvores em termos percentuais, usando os mesmos dados fornecidos.

Após o estudo de excertos do texto de Lamon (2006) e as considerações das pesquisadoras, PF alterou seu protocolo, acrescentou uma observação que revela a reflexão realizada. Inicialmente, ela havia respondido que as árvores cresceram igualmente e considerou que está no nível de Daniel, mas, depois dos estudos coletivos, ela percebeu que olhou para a quantidade, e não para a relação entre elas. Observar esses resultados nos revela que a comparação por relações não foi intuitiva nem imediata, foi necessária uma intervenção para que ela fosse considerada e repensada.

> O raciocínio aditivo é associado a situações de acrescentar, juntar, subtrair, separar e remover. Essas são ações familiares às crianças por experiências com números inteiros. O processo multiplicativo é associado com situações que envolvem certos processos, como encolher, aumentar, escalar, duplicar, exponenciar e compartilhar de modo justo. À medida que os alunos interagem com situações multiplicativas, analisando suas relações, eles acabam entendendo por que as transformações aditivas nem sempre funcionam. (Lamon, 2006, p. 7, tradução nossa[6])

Vimos nas discussões sobre o raciocínio proporcional que o tema não é comum na rotina de trabalho das participantes, talvez por não ser descrito explicitamente como “conteúdo” de ensino nos Anos Iniciais ou por não ser evidenciado como um tema a ser desenvolvido, como parte importante do desenvolvimento matemático para esse segmento.

De modo geral, o estudo de crescimento relativo tem passado desapercebido, mesmo sendo um importante elemento dentre os destacados por Lamon (2006). Esses processos — como encolher, aumentar, escalar e dividir de modo justo — estão presentes nas resoluções de problemas reais, inclusive nos Anos Iniciais, e requerem um trânsito constante entre as ideias do RP. Na BNCC, há um destaque para a proporcionalidade como uma das “ideias fundamentais” da Matemática (Brasil 2018, p. 268).

Ao final desse encontro, propusemos a observação de um resultado de pesquisa jornalístico que informava números das mortes associadas à pandemia da Covid-19[7] sob

---

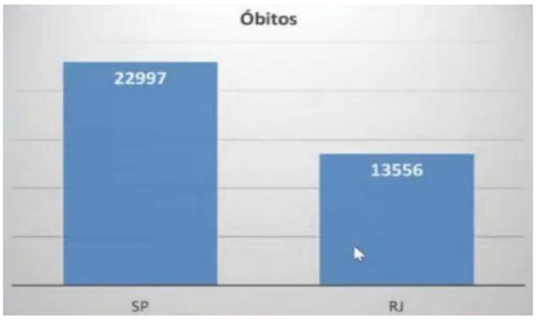
[6] “The process of addition is associated with situations that entail adding, joining, subtracting, separating, and removing actions with which children are familiar because of their experiences with counting and whole number operations. The process of multiplication is associated with situations that involve such processes as shrinking, enlarging, scaling, duplicating, exponentiating, and fair sharing. As students interact with multiplicative situations, analyzing their quantitative relationships, they eventually understand why additive transformations do not work.”

[7] A pandemia da Covid-19, causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, foi uma crise global de saúde pública que começou em 2020, resultando em milhões de mortes e profundas mudanças sociais, econômicas e educacionais em todo o mundo.

dois olhares. O Gráfico 1 apresenta a quantidade de óbitos por Covid-19 no estado de São Paulo (SP) e no Rio de Janeiro (RJ). O fato que se quer mostrar aqui é a possibilidade de enxergar as relações entre os números dos dois estados. No Gráfico 1, há um número expressivo em SP, mas, ao comparar esse valor com os totais populacionais, a visão se torna diferente. No Gráfico 2, a mesma informação associa-se ao número de habitantes de cada estado. Nesse caso, a relação de óbitos por habitante mostra que só podemos considerar o tamanho da amostra em comparação à população.

Gráfico 1 – Números de óbitos por Covid em duas cidades

Gráfico 2 – Taxa de mortalidade por Covid em duas cidades



Fonte: Samá *et al*. (2020

Com esse exemplo, as professoras declararam uma mudança de percepção sobre a ideia de crescimento. PG falou:

> Protocolo de áudio e vídeo 10: Discussão e Reflexão sobre crescimento relativo e absoluto
> *É verdade, isso serve para qualquer situação. A vacina, por exemplo, não adianta falar a quantidade, é preciso ver a quantidade pensando no total de brasileiros. As vacinas que precisamos é maior do que a população, um país com uma população menor. Essa ideia é muito interessante*.

Observar o absoluto em comparação ao relativo, nesse caso, pode ter ampliado o olhar das participantes. PD, por exemplo, sinalizou que não havia pensado dessa maneira ao comparar o crescimento das árvores e perguntou se poderia mudar suas respostas, porque, depois de olhar para a situação apresentada nesses gráficos, percebeu uma verdade diferente da que conhecia.

Isso também ocorreu com as outras participantes, que se surpreenderam com a diferença que a apresentação dos gráficos pode fazer com a opinião do observador. Elas também relataram que sua própria concepção sobre o que é uma visão relativa e absoluta de uma série de dados havia mudado: “*Nunca tinha visto uma reflexão assim, gostei muito de perceber que há visões diferentes sobre uma mesma informação*” (PD).

Durante a sessão de estudos aqui analisada, houve uma marcante descoberta sobre a concepção referente à comparação relativa entre valores. Da mesma forma que PD, PA, PB e PE mencionaram nunca ter pensado desse modo, suas concepções referentes à comparação absoluta e relativa entre valores foram remodeladas no processo.

No início, o grupo de participantes foi unânime em afirmar que as árvores cresceram do mesmo modo quando comparavam as alturas das árvores de forma absoluta. Essa limitação de conhecimento ficou evidente também quando observamos as dificuldades das professoras participantes para compreender o protocolo no qual o aluno analisava o crescimento por meio da porcentagem. Foi durante a análise dos gráficos de óbitos da Covid que o olhar para a importância relativização da interpretação dos dados foi aprofundada quando o grupo se conscientizou da necessidade de fazer uma comparação relativa e não absoluta (comparação multiplicativa e não aditiva), assim como descreve Lamon (2006). Essa observação fez com que o grupo compreendesse a relevância de tratar desse tema desde os primeiros anos:

> Protocolo de áudio e vídeo 11: Discussão e Reflexão sobre o ensino a partir da observação do gráfico
> ***PD****: Nossa, como essa forma de pensar é importante* [referindo-se à comparação de relações], *se a* [pessoa] *não percebe que aqui tem outro raciocínio, ela não percebe que não pode olhar só para os números* [referindo-se à quantidade absoluta]. *É preciso relacionar essa quantidade de pessoas com o total da população.*
> ***PF****: Verdade, como os números podem enganar as pessoas.*
> ***PE****: Será que são os números ou o tipo de raciocínio? Achei isso muito importante, não podemos deixar de ensinar essa comparação. É dar um passo a mais na compreensão do mundo, não é? Nós mesmos, quando olhamos para as árvores, não percebemos que percentualmente uma cresceu mais que a outra. Percebi que a porcentagem é isso, mais do que ensinar a fazer a continha, é importante ensinar a pensar comparando* [Todas as professoras concordaram].

A partir dessa experiência, as professoras perceberam a relação existente entre os valores e compreenderam que a porcentagem se associa a relações entre valores, com um referencial de 100 unidades. Foi comentado, também, que a porcentagem, para elas, não havia sido ensinada dessa maneira e que a abordagem desse conteúdo em suas salas de aula era sempre com um valor numérico, sem que o assunto emergisse de uma análise de relações entre valores.

Acreditamos que alguns aspectos importantes desse conceito — por exemplo, a diferença entre o crescimento relativo e absoluto —, que inicialmente não faziam parte da base de conhecimentos para o ensino, observada no grupo, foram ampliados pelas professoras, tendo sido também discutidos os conhecimentos pedagógicos (PCK) desse conteúdo a respeito dos estudantes (KCS), o que certamente ampliou seus conhecimentos sobre ensino (KCT). Vale ressaltar também a observação de novos conceitos abrangendo o domínio do Conhecimento Comum (PCK), como indicado por Ball, Thames e Phelps (2008).

Os resultados desta pesquisa destacam a importância de uma formação docente que vá além do conhecimento teórico, integrando práticas reflexivas e colaborativas que permitam aos professores reavaliar e aprimorar suas abordagens pedagógicas. A mudança de perspectiva observada entre as professoras participantes, especialmente na compreensão do crescimento relativo e absoluto, sugere que a reflexão coletiva sobre problemas práticos pode ser uma ferramenta interessante para aprofundar o conhecimento matemático e pedagógico. Essa prática pode fortalecer a capacidade dos professores de ensinar conceitos como o RP de maneira mais contextualizada e significativa.

Como implicações para o campo da Educação Matemática, constatamos a relevância que programas de formação inicial e continuada deem maior ênfase ao desenvolvimento de conhecimentos pedagógicos que habilitem os professores a desenvolver o RP em sala de aula, não apenas como um procedimento a ser memorizado, mas como a construção de um conceito. Além disso, é necessário revisar e enriquecer os currículos escolares, assegurando que temas como a proporcionalidade sejam abordados de maneira explícita e prática desde os anos iniciais para que os alunos desenvolvam uma base nesse tipo de raciocínio.

Considerações Finais

Esta pesquisa investigou os conhecimentos profissionais de professoras que lecionam Matemática nos anos iniciais, com ênfase no RP, especialmente na comparação por relações entre quantidades. A análise das discussões e das respostas das professoras participantes durante uma sessão de estudo revelou uma compreensão inicial das ideias relacionadas ao RP. No entanto, ficou evidente que essas concepções estavam predominantemente associadas a abordagens aditivas, sem levar em consideração a relação entre as quantidades ao realizar a comparação. Essa limitação desse Conhecimento Comum do pensamento relacional pode comprometer igualmente as demais categorias de conhecimento para ensino. As atividades propostas durante a sessão, baseada na pesquisa de Lamon (2006), ofereceram uma oportunidade para as professoras em refletir sobre suas práticas pedagógicas e as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver problemas relacionados ao RP. A análise dessas estratégias evidenciou a necessidade de aprofundar a compreensão das relações entre quantidades e desenvolver a capacidade de interpretar e analisar dados de maneira relativa, não apenas absoluta. Consideramos que a análise das estratégias dos estudantes fictícios pode ter ampliado o Conhecimento do Conteúdo e do Estudante.

Além disso, a reflexão sobre os gráficos apresentados durante a sessão de estudo também demonstrou a importância de considerar diferentes perspectivas ao interpretar informações quantitativas. As professoras perceberam que a análise de dados de maneira relativa, levando em conta o contexto e as proporções envolvidas, representa uma ampliação da sua compreensão acerca do RP. Essa nova perspectiva pode impactar positivamente suas práticas pedagógicas, permitindo-lhes ensinar o RP de maneira mais contextualizada.

Os resultados desta pesquisa indicam que, para alcançar uma compreensão profunda do RP e sua aplicação no ensino, é fundamental que os educadores estejam preparados para proporcionar aos estudantes não apenas as ferramentas para resolver problemas de proporção, mas também ter um entendimento aprofundado das bases conceituais subjacentes a forma de pensar e das aplicações práticas desses conceitos em diferentes contextos. A investigação das professoras mostrou que, ao promover uma abordagem mais reflexiva e contextualizada do RP, é possível ampliar o Conhecimento Profissional Docente, o que, em última análise, melhora a qualidade do ensino de Matemática nos anos iniciais. Por fim, reforçamos a necessidade de um enfoque mais amplo e integrado das relações entre quantidades, complementado pela análise de estratégias utilizadas por estudantes em cursos de formação inicial e continuada, assegurando que os educadores estejam preparados para lidar com as complexidades do ensino do RP.

Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHEKPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, [*S. l.*], v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: SEB/MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em 09 set. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, DF: SEF/MEC, 1997. Disponível wm: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf Acesso em 09 set. 2024.

GARCIA SILVA, Angelica da Fontoura; DUARTE, Aparecida. Rodrigues da Silva; MIRANDA, Mirtes de Souza. OBEDUC: reflexões, aspectos teóricos e prática docente em um grupo de estudos. **Crítica Educativa**, [*S. l.*], v. 3, n. 2, p. 144–158, 2017. DOI: https://doi.org/10.22476/revcted.v3i2.160

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding** – Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers. 2. ed. Mahwa: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2006.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. *In*: BEHR, M.; HIELBERT, J. (ed.). **Number concepts and operations for the middle grades**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 93-118.

MARCILIANO, A. M. M. **Conhecimentos de professores que estudam coletivamente sobre o ensino de medidas de comprimento nos anos iniciais**. 2022.162 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera, São Paulo, 2022. Disponível em: https://repositorio.pgsscogna.com.br//handle/123456789/45442 Acesso em 09 set. 2024.

MARTINS, H.C. **Ressignificação de conhecimentos profissionais de um grupo de professoras que ensinam Matemática sobre o Raciocínio Proporcional.** 2022.197 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera, São Paulo, 2022. Disponível em https://repositorio.pgsscogna.com.br//handle/123456789/48614 Acesso em 09 set. 2024.

MELARA, J. F. T. **Raciocínio proporcional e formação de professores**: um estudo sobre dissertações e teses. 2020. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera, São Paulo, 2020. Disponível em: https://repositorio.pgsscogna.com.br//handle/123456789/38690 Acesso em 09 set. 2024

MESA DO GT12. [*S. l.*: *s. n.*], 2020. 1 vídeo. Publicado pelo canal Suzi Samá. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=4w2ipgDw0OA. Acesso em: 13 ag.2024.

Submissão: 11/04/2024. **Aprovação:** 05/09/2024. **Publicação:** 25/04/2025.